Conferencias de Hidraulica

JORGE GARCIA H. — I. C.
Profesor Jefe de la Sección de Ingeniería Agrícola

INTRODUCCION

En la esperanza de que algún día nuestra Facultad tendrá sus propios textos de enseñanza, quiero hoy poner la primera piedra de lo que, después de corregido ampliado y puesto al día, por quienes tengan en adelante a su cargo la tarea de enseñar la Hidráulica, pueda llegar a ser un buen texto de esta ardua materia.

Esta única razón justifica el esfuerzo hecho y hace pasajeros los errores cometidos y lo incompleto del contenido.

A muchos parecerá un tanto heterogéneo el material tratado, pero esto se debe a la dislocación de conocimientos que exhiben los estudiantes de la materia, lo cual hace necesario repetir parte de materias que se suponen previas y que en muchas ocasiones ni siquiera figuran en nuestro pénsum, como la Mecánica y en especial la Estática.

La deficiencia de los conocimientos matemáticos y en general de la capacidad especulativa del estudiante se hace sentir más que nunca al estudiar esta materia, básica en la importante carrera de Ingeniero Agrónomo.

Aquí más que en ninguna otra parte puede el estudiante echar de menos un conocimiento completo y un concepto claro *de nociones fundamentales como el análisis dimensional, el conocimiento, de la extensión y forma de la materia así como sus caracteres principales y posibles modificaciones en sus estados. Todo esto hace de la enseñanza de la Hidráulica una cuestión por demás difícil y laboriosa tanto para el profesor como para el alumno.*

Esperamos después de todo que los apuntes que hoy entregamos al benévolo criterio de nuestros estudiantes, sean de alguna utilidad no sólo durante el período de aprendizaje sino después en el ejercicio de su profesión.

CAPITULO PRIMERO

NOCIONES DE ESTATICA

1—) Coordenadas rectangulares.

Sea: (o x y z) un sistema de tres ejes de coordenadas rectangulares (Fig. 1). La posición de un punto queda definida cuando se conocen los valores de sus coordenadas x, y, z. La posición de una línea PQ queda definida cuando se conocen las coordenadas de sus extremos (x, y, z,) y (x', y', z').

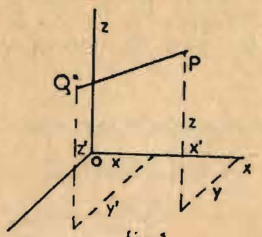


Fig. 1

2—) Coordenadas de un vector.

Sea el vector F, y un sistema (oxyz) de coordenadas. Se llaman coordenadas o proyecciones del vector F, los vectores: X, Y, Z. (Fig. 2).

$$\overline{F} = \overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z} \qquad (1)$$

y

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \qquad (2)$$

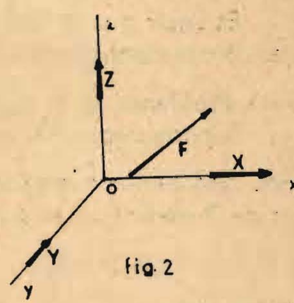


fig. 2

3—) Momento con relación a un punto.

Se llama momento del vector *F con relación al punto P al producto dF, siendo $\overline{d}$ la distancia de F a P (brazo de palanca). (Fig. 3).

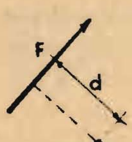


fig. 3

4—) Leyes generales del equilibrio de un sistema de fuerzas.

Primera ley. Para que un sistema de fuerzas F_1, F_2... F_n cuyas proyecciones son:

$$x_1,\ x_2,\ x_3 \ldots x_n$$
$$y_1,\ y_2,\ y_3 \ldots y_n$$
$$z_1,\ z_2,\ z_3 \ldots z_n$$

esté en equilibrio es necesario que:

$$\Sigma x = 0$$
$$\Sigma y = 0 \qquad (3)$$
$$\Sigma z = 0$$

Es decir que la suma de sus proyecciones sobre cada uno de los ejes de coordenadas sea igual a cero.

Segunda ley. Para que un sistema de fuerzas F_1, $F_2 \ldots F_n$ cuyos momentos con relación a cada uno de los ejes de coordenadas es:

$$\begin{array}{ccc} N_{1x} & N_{1y} & N_{1z} \\ N_{2x} & N_{2y} & N_{2z} \\ N_{3x} & N_{3y} & N_{3z} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ N_{nx} & N_{ny} & N_{nz} \end{array}$$

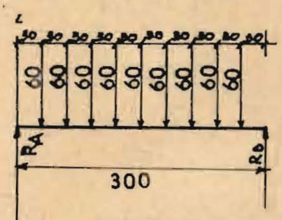


fig. 4

esté en equilibrio, es necesario que:

$$\Sigma N_x = 0$$
$$\Sigma N_y = 0$$
$$\Sigma N_z = 0$$

Es decir que la suma de sus momentos con relación a los tres ejes de coordenadas sea cero.

5—) Problema de la viga apoyada por sus extremos.

Supongamos una viga AB, que recibe una serie de viguetas, cada una de las cuales le trasmite una carga de 60 kgs. Siendo la luz de 3 metros, averiguar las reacciones.

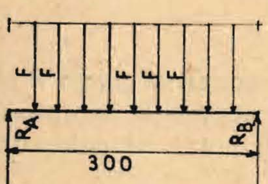


fig. 5

La primera ley del equilibrio nos permite escribir:

$$\Sigma X = 0$$

por ser todas las fuerzas normales al eje ox.

$\Sigma Y = 0$ por la misma razón y

$$\Sigma Z = 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + R_A + R_B = 0$$
$$\Sigma Z = 540 + R_A + R_B = 0$$
$$R_A + R_B = -540 \text{ kgs.} \qquad (5)$$

La segunda ley nos permite escribir:

$\Sigma Mx = 0$, por estar la viga contenida en el plano (z o x), y por lo tanto $d = 0$.

$\Sigma My = R_A X_A + 60 (X_A + 0{,}30) + 60 (X_A + 0{,}60) + \ldots$
$60 (X_A + 2{,}70) + R_B (X_A + 3{,}00) = 0$

Si hacemos que el eje (o z), coincida con la dirección de R_A, tendremos $X_A = 0$, y

$\Sigma My = 0 + 0{,}30 \times 60 + 0{,}60 \times 0{,}60 \ldots + 2{,}70 \times 60 +$
$3 \times R_B = 0$

$\Sigma My = 60 (0{,}30 + 0{,}60 + 0{,}90 + 1{,}20 + 1{,}50 + 1{,}80 \ldots$
$+ 2{,}70) + 3{,}00 \times R = 0$

$\Sigma My = 60 \times 13{,}50 + 3{,}00\, R_B = 0.$ (6)

Además $\Sigma Mz = 0$ por la misma razón que $\Sigma Mx = 0$

La ecuación (6) nos suministra el valor de la incógnita R_B; en efecto:

$$3{,}00\, R_B = -13{,}50 \times 60 = -810{,}00 \text{ Kgm.}$$

$$R_B = \frac{-810}{3{,}0} = -270 \text{ kgs.} \qquad (7)$$

El signo (—) se explica lógicamente, si se tiene en cuenta que R_B es la reacción que el apoyo B ejerce sobre la viga, de modo que se debe ejercer de abajo hacia arriba.

La ecuación (5) nos facilita la manera de encontrar el valor R_A, en efecto:

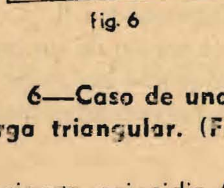


fig. 6

$R_A = -540 - R_B$

$R_A = -540 + 270 = -270$ kgs. (8)

El sistema viga, apoyos, puede pues reemplazarse por el sistema:

(F, R_A, R_B), (Fig. 5).

6—Caso de una pantalla de madera sobre la que actúa una carga triangular. (Fig. 6).

Haciendo coincidir (O, x) con R_B:

$\Sigma X = 100 + 66 + 33 + R_A +$
$R_B = 0$ (9)

$\Sigma Y = 0$

$\Sigma Z = 0$

$\Sigma M = 66 \times 1{,}00 + 33 \times 2{,}00$
$+ R_A \times 3{,}00$ (10)

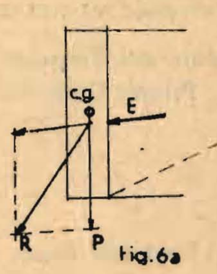


Fig.6a

Las ecuaciones (9) y (10) nos permiten encontrar el valor de R_B y R_A.

7—Caso de un muro de contención:

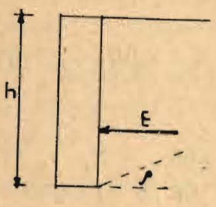


Fig. 7

7. a)—Análisis de la estructura. Podemos reemplazar el sistema: tierra, muro, piso, por el sistema: Empuje, peso, reacción.

Sistema natural	**Sistema analítico**
Tierra	Empuje
Muro	Peso
Piso	Reacción

7. b)—**Tierra.** Si la tierra atrás del muro estuviera libre, rodaría hasta formar una superficie inclinada (talud) cuya inclinación es constante para cada material.

	ρ	γ	
Arcilla seca	40° a 50°	1,5 a 1,6	ton/m³
Arcilla mojada	20° a 25°	1,9 a 2,0	"
Marga seca	40°	1,4	"
Marga húmeda	45°	1,6	"
Arena fina seca	35°	1,6	"
Arena y grava mojadas	25°	1,9 a 2,0	"
Escombros mojados	30°	1,8	"
Carbón mineral	45°	0,8 a 0,9	"
Trigo	25°	0,8	"
Agua	0°	1,0	"

7. c)—**Empuje.** Si la tierra se contiene por medio de un muro (de contención), este, a consecuencia de la tendencia del material a formar talud, resulta comprimido por una presión que se llama empuje de tierras.

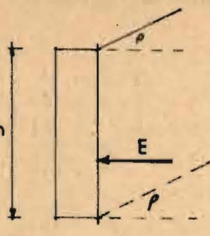
Cálculo del Empuje.

Primer Caso. Paramento vertical y terreno horizontal. (Fig 7).

$$E = \tfrac{1}{2}\,\gamma\, h^2\, \mathrm{tg}^2 \left(45° - \frac{\rho}{2}\right) \quad (11)$$

(γ = Densidad de la tierra)

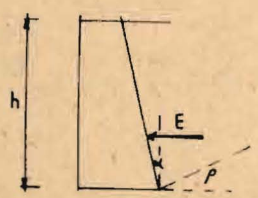
Segundo Caso. Paramento vertical y perfil en talud natural. (Fig. 8).



$$E = \frac{1}{2}\, \gamma\, h^2 \cos^2 \rho \qquad (12)$$

fig. 8

Tercer Caso. Paramento inclinado y perfil horizontal. (Fig. 9)



$$E = \frac{1}{2}\, \gamma\, h^2 \frac{\cos^2 (\alpha + \rho)}{\cos\alpha\,(\cos\alpha + \operatorname{sen} \rho)^2} \qquad (13)$$

fig. 9

7. d)—**Peso.** La fuerza que se opone al vuelco del muro es el peso del mismo (muros de gravedad).

Densidad de algunos materiales:

Fábrica de ladrillo	1,6 a 1,9	ton/m^3
Muros de piedra	2,6 a 2,8	"
Hormigón	2,0 a 2,2	"
Hormigón Armado	2,4	"

7. e)—**Reacción.** La composición de las fuerzas, Empuje-Peso, dan la resultante R, la cual a su vez se descompone en dos fuerzas, una horizontal (de desplazamiento) y otra vertical (de presión). (Fig. 9.a.)

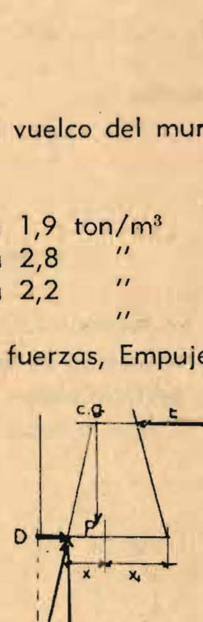


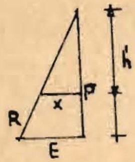
fig. 9a

7. f)—Cálculo de la resultante.

$$\overline{R} = \overline{P} + \overline{E} \qquad (14)$$

$$R = \sqrt{P^2 + E^2} \qquad (15)$$

7. g)—Punto de aplicación de la resultante. (Fig. 10)



fia.10

$$\frac{x}{E} = \frac{h'}{P} \qquad (16)$$

pero $h' = \dfrac{h}{3}$

luego:

$$x = \frac{E}{P} \cdot \frac{h}{3} \qquad (17)$$

7. h)—Condiciones de Equilibrio:

Primera condición:

$$\Sigma X = E + D = 0 \therefore E = -D \qquad (18)$$

$$\Sigma Y = P + R_1 = 0 \therefore P = -R_1 \qquad (19)$$

(No usamos el eje o z).

Segunda condición:

$$\Sigma M_0 = E \frac{h}{3} + Px_1 + R_1 (x + x_1) = 0$$

de donde

$$x + x_1 = \left(-E \frac{h}{3} - P x_1\right) \div R_1$$

$$x = \frac{x_1 R_1 - \frac{1}{3}Eh - Px_1}{R_1} \qquad (20)$$

La fórmula (20) nos permite conocer a x, lo mismo que la (17)

8—) Momento de segundo orden o Momento de inercia de una superficie plana.

Si A es la superficie de S, (Fig. 11) se llama momento de inercia o de segundo orden al producto:

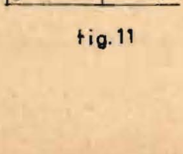


fig. 11

$$F = \int dA . z^2 \qquad (21)$$

8. a)—Caso de un rectángulo. (Fig. 12)

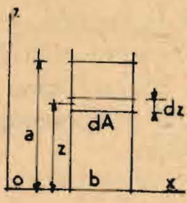


fig.12

$$J = \int_0^a dA.z^2 = \int_0^a b.dz.z^2 = \frac{1}{3}\, b.a^3 \qquad (22)$$

8. b)—Caso de un rectángulo referido al eje medio. (Fig. 13).

fig 13

$$J = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} bz^2\, dz = \frac{1}{12}\, ba^3 \quad (23)$$

8. c)—Caso de un triángulo. (Fig. 14).

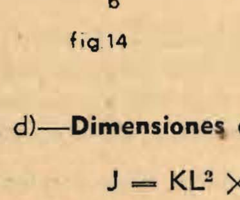


fig 14

$$J = \int dA\, z^2 = \int_0^h m\, z^2 dz \quad (24)$$

$$m = \frac{bh - bz}{h}$$

luego: $J = \int_0^h \frac{bh - bz}{h} . z^2 dz$

$\therefore \quad J = \frac{1}{12}\, b\, h^3 \qquad (25).$

8. d)—**Dimensiones del momento.**

$$J = KL^2 \times L^2 = KL^4 \qquad (26)$$

9—Momento resistente o módulo de resistencia.

9. a)—Sean: J el momento de inercia de la sección, c., la distancia del eje neutro a la fibra más alejada (Fig. 15), se llama módulo de resistencia o momento resistente a la relación.

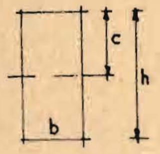


Fig.15

$$W = \frac{J}{c.} \qquad (27)$$

9. b)—**Dimensiones del momento resistente.**

$$W = \frac{L^4}{L} K = KL^3 \qquad (28)$$

10—) Caso de una viga rectangular.

10. a)—Momento de Inercia.

$$J = \frac{1}{12} bh^3 \ (cm^4) \qquad (29)$$

10. b)—Momento resistente.

$$W = \frac{\frac{1}{12} bh^3}{\frac{h}{2}} = \frac{1}{6} bh^2 \ (cm^3) \qquad (30)$$

PROBLEMAS

1—) Dado un sistema de coordenadas (o, x, y, z), y un punto P (3, 2, 1,). Determinar la posición de ese punto al cabo de 2 minutos si se sabe que se mueve paralelamente al eje de las xx, según la ley: $e = 3t + 3$, y explicar el significado de la constante 3.

2—) Los ángulos que el vector $F = 5$ kgs. hace con los ejes de coordenadas (o, x, y, z,) son: $\alpha = 15°$ $\beta = 80°$ $\gamma = 60°$, cuáles son las coordenadas (X, Y, Z) del vector?

3—) Las coordenadas de tres vectores son:

$F_1 = (10 \text{ kg.}, -3 \text{ kg.}, 5 \text{ kg.})$
$F_2 = (-2 \text{ kg.}, 4 \text{ kg.}, -2 \text{ kg.})$
$F_3 = (5 \text{ kg.}, -1 \text{ kg.}, 6 \text{ kg.})$

Cuál es su resultante?

4—) Hallar el valor de las reacciones en el caso de la compuerta de la figura 16.

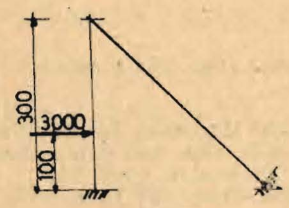


fig.16

5—) Hallar las reacciones en la viga de la figura 17.

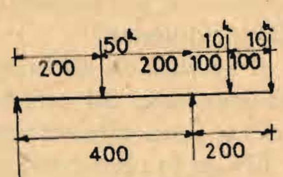


fig.17

6—) Cuánto vale el empuje E en los casos a, b, y c.

(a) (b) (c)

7—) Calcular la excentricidad de la resultante en los tres casos anteriores si el ancho de la base es 1.30 ms. para todos y la base superior para a, y c, es 30 cms. y los muros son: a) de hormigón, b) de ladrillo y c) de piedra.

8—) Cuáles son los momentos de inercia y resistente de las secciones a, b, c, de la figura 19.

(a) (b) (c)

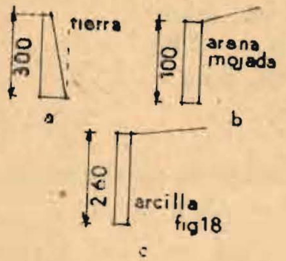


fig18

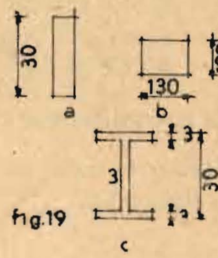


fig.19

BIBLIOGRAFIA

Appell. Précis de Mecanique. (pag. 134 y sgts.)
Saliger. Estática Aplicada.
Hausmann. Física.
Seely and Ensing. Analytical Mechanics for Engineers. (pág. 64 a 120).
Ketchum. The desing of walls, bins, and Grain elevators (pág. 54).
Timoshenko. Engineering Mechanics. (pág. 73).
Meoli. Lecciones de estática. (pág. 43) (pág. 170).

CAPITULO SEGUNDO

ESTATICA DE LOS FLUIDOS

Nota:—Nociones previas. Propiedades de los fluídos. (Ver Física Hausman Slack pág. 182 y siguientes). Movimientos de los fluídos. (Idem pág. 203 y siguientes).

Antes de iniciar el estudio de este capítulo el profesor hará un interrogatorio para enterarse del estado del conocimiento de sus alumnos. Puede usarse para este interrogatorio los problemas de las páginas 200 y 229 de la obra citada antes.

11—) Caso de un líquido sometido a la acción de la gravedad únicamente.

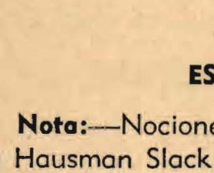


Fig 20

11. a)—La presión en un punto del interior del líquido es proporcional a la profundidad. *

$$p = f(z) \qquad (31)$$

11. b)—La intensidad de la presión en una superficie es proporcional a la profundidad y al área de la superficie.

$$P = p.A = f(z).A \qquad (32)$$

11. c)—Sea el punto A a la profundidad z y A' a la profundidad z + dz; la presión en A es:

$p_A = \gamma . z$ (33)

(La superficie se supone igual a uno).

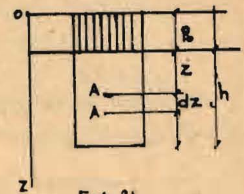


Fig 21

Para la nueva profundidad z + dz la nueva presión será:

$$p_A' = p_A + dp = \gamma (z + dz) \quad (34)$$

el aumento de la presión $dp = \gamma\, dz$ (35)

y la presión total a la profundidad h y para la unidad de superficie será:

$$p_h = \int_0^h \gamma\, dz = \gamma \int_0^h dz = \gamma h. \quad (36)$$

12—) Caso de un líquido grávido sometido a la acción de la presión atmosférica.

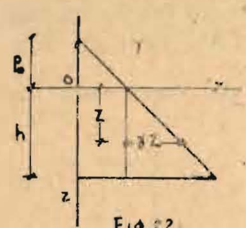


Fig 22

12. a)—La presión en A será:

$p_A = p_o + z . \gamma .$ (37)

12. b)—La presión en A' será:

$p_A' = p_A + dp = p^o + z . \gamma + \gamma\, dz.$ (38)

12. c)—La presión total en A'' será:

$$P = p_0 + \int_0^h \gamma\, dz = p_0 + \gamma . h. \quad (39)$$

13—) Presión Absoluta y Relativa.

13. a)—Presión absoluta.

$p = p_{at.} + \gamma h$ (40)

13. b)—Presión relativa.

$p = \gamma h$

13. c)—Atmósfera. La presión de la atmósfera, en condiciones normales, 15º C. y al nivel del mar es igual a una atmósfera.

1 at. = 1,013.000 dynas/centímetro^2 (42)

14—) Cabeza Equivalente. De la ecuación (40) podemos deducir que:

$$h = \frac{p}{\gamma} \qquad (43)$$

El valor h se llama cabeza equivalente a la presión p y se usa en la práctica en vez de p.

14. a)—En el sistema métrico decimal; $\gamma = 1$ luego

$$h = p \qquad (44)$$

h en centímetros

p en kgs/cm^2

14. b)—En el sistema inglés $\gamma = 62{,}4$ luego

$$h = \frac{p}{62{,}4} \qquad (45)$$

h en pies o pulgadas.

15.—) Diagrama de las presiones.

La ecuación (37) es una ecuación de primer grado en z, por consiguiente, el diagrama representativo de las presiones será una línea recta que corta al eje de las xx a la distancia p_0 (Fig. 22).

16—) Presión total sobre la pared del vaso: será igual al área del triángulo A, B, C, (Fig. 23).

$$F = \tfrac{1}{2}h.\ \gamma\ .\ h = \tfrac{1}{2}\gamma h^2 \qquad (46)$$

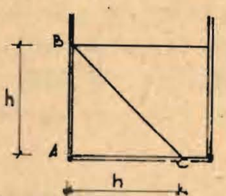


Fig 23

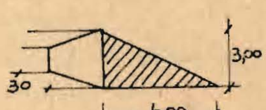


Fig 24

16. a)—El diagrama de la Fig. 23 es la representación de la ecuación (37) en la cual γ es el coeficiente angular, por consiguiente, la inclinación del lado AC será mayor o menor según gama sea mayor o menor.

16. b)—Para el agua $\gamma = 1$ (14a) luego $\alpha = 45°$

17—) Sistema de unidades.

17. a)—Sistema métrico decimal.

C. G. S.	Dyna por centímetro cuadrado
C. K. S.	Kilogramo por centímetro cuadrado
M. T. M.	Tonelada por metro cuadrado

Atmósfera métrica = 1,000 kg/cm^2

Atmósfera = 1,033 kg/cm^2

17. b)—Sistema inglés.

libra por pie cuadrado: lb/□'

libra por pulgada cuadrada: lb/□"

17. c)—Equivalencia entre los dos sistemas. (p. 124).

18—) Problemas.

1)—A qué profundidad dentro del agua, se obtiene una presión de 7 kilos por cm^2?

2)—Una represa tiene 30 metros de largo, y 3 de alto. Su sección es un triángulo de 6m. de base. Calcular el empuje, momento de vuelco y resultante cuando está llena.

3)—Calcular la presión en B. (Fig. 25): a) El fluído contenido es aire, b) cuando es agua. Cuando la presión en B. aumenta en 5 kgs. por cm^2. Cuál es la nueva diferencia de elevación de las columnas de mercurio para ambos casos?

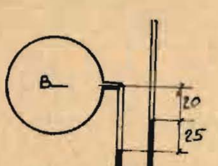


Fig 25

4)—Un tanque cúbico de 2 ms. de largo se llena de agua. Encontrar a) el valor de la presión total en cada lado. b) La presión total en el fondo.

5)—La compuerta de la (figura 26) tiene 1,50 ms. de ancho: Encontrar la presión del lado derecho, del lado izquierdo, y la fuerza vertical D, necesaria para levantar la compuerta.

6)—Cuál es la resultante de las presiones en los dos lados de la compuerta? (Fig. 26).

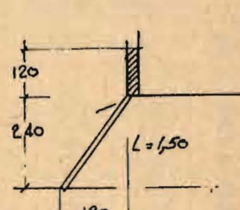


Fig 26

KILOGRAMOS POR CENTIMETRO CUADRADO A LIBRAS POR PULGADA CUADRADA

Kg. per sq. cm.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		14.2	28.4	42.7	56.9	71.1	85.3	99.6	113.8	128.0
10	142.2	156.5	170.7	184.9	199.1	213.4	227.6	241.8	256.0	270.2
20	284.5	298.7	312.9	327.1	341.4	355.6	369.8	384.0	398.3	412.5
30	426.7	440.9	455.1	469.4	483.6	497.8	512.0	526.3	540.5	554.7
40	568.9	583.2	597.4	611.6	625.8	640.1	654.3	668.5	682.7	696.9
50	711.2	725.4	739.6	753.8	768.1	782.3	796.5	810.7	825.0	839.2
60	853.4	867.6	881.9	896.1	910.3	924.5	938.7	953.0	967.2	981.4
70	995.6	1009.9	1024.1	1038.3	1052.5	1066.8	1081.0	1095.2	1109.4	1123.6
80	1137.9	1152.1	1166.3	1180.5	1194.8	1209.0	1223.2	1237.4	1251.7	1265.9
90	1280.1	1294.3	1308.6	1322.8	1337.0	1351.2	1365.4	1379.7	1393.9	1408.1

LIBRAS POR PULGADA CUADRADA A KILOGRAMOS POR CENTIMETRO CUADRADO

Lb. per sq. in.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		0.0703	0.1406	0.2109	0.2812	0.3515	0.4218	0.4921	0.5625	0.6328
10	0.7031	0.7734	0.8437	0.9140	0.9843	1.0546	1.1249	1.1952	1.2655	1.3358
20	1.4061	1.4764	1.5467	1.6171	1.6874	1.7577	1.8280	1.8983	1.9686	2.0389
30	2.1092	2.1795	2.2498	2.3201	2.3904	2.4607	2.5310	2.6014	2.6717	2.7420
40	2.8123	2.8826	2.9529	3.0232	3.0935	3.1638	3.2341	3.3044	3.3747	3.4450
50	3.5153	3.5856	3.6569	3.7263	3.7966	3.8669	3.9372	4.0075	4.0778	4.1481
60	4.2184	4.2887	4.3590	4.4293	4.4996	4.5699	4.6402	4.7105	4.7809	4.8512
70	4.9215	4.9918	5.0621	5.1324	5.2027	5.2730	5.3433	5.4136	5.4839	5.5542
80	5.6245	5.6948	5.7651	5.8355	5.9058	5.9761	6.0464	6.1167	6.1870	6.2573
90	6.3276	6.3979	6.4682	6.5385	6.6088	6.6791	6.7494	6.8197	6.9801	6.9604

KILOGRAMOS POR METRO CUADRADO A LIBRAS POR PIE CUADRADO

Kg. per sq. m.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		0.205	0.410	0.614	0.819	1.024	1.229	1.434	1.639	1.843
10	2.048	2.253	2.458	2.663	2.867	3.072	3.277	3.482	3.687	3.892
20	4.096	4.301	4.506	4.711	4.916	5.120	5.325	5.530	5.735	5.940
30	6.145	6.349	6.554	6.759	6.964	7.169	7.373	7.578	7.783	7.988
40	8.193	8.397	8.602	8.807	9.012	9.217	9.422	9.626	9.831	10.036
50	10.241	10.446	10.650	10.855	11.060	11.265	11.470	11.675	11.879	12.084
60	12.289	12.494	12.699	12.903	13.108	13.313	13.518	13.723	13.928	14.132
70	14.337	14.542	14.747	14.952	15.156	15.361	15.566	15.771	15.976	16.181
80	16.385	16.590	16.795	17.000	17.205	17.409	17.614	17.819	18.024	18.229
90	18.434	18.638	18.843	19.048	19.253	19.458	19.662	19.867	20.072	20.277

LIBRAS POR PIE CUADRADO A KILOGRAMOS POR METRO CUADRADO

Lb. per sq. ft.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		4.88	9.76	14.65	19.53	24.41	29.29	34.18	39.06	43.94
10	48.82	53.71	58.59	63.47	68.35	73.24	78.12	83.00	87.88	92.77
20	97.65	102.53	107.41	112.30	117.18	122.06	126.94	131.83	136.71	141.59
30	146.47	151.35	156.24	161.12	166.00	170.88	175.77	180.65	185.53	190.41
40	195.30	200.18	205.06	290.94	214.83	219.71	224.59	229.47	234.36	239.24
50	244.12	249.00	253.89	258.77	263.65	268.53	273.41	278.30	283.18	288.06
60	292.94	297.83	302.71	307.59	312.47	317.36	322.24	327.12	332.00	336.89
70	341.77	346.65	351.53	356.42	361.30	366.18	371.06	375.95	380.83	385.71
80	390.59	395.48	400.36	405.24	410.12	415.00	419.89	424.77	429.65	434.53
90	439.42	444.30	449.18	454.06	458.95	463.83	468.71	473.59	478.48	483.36

7)—Cuál es la cabeza equivalente a una presión de 12.330 kgs.

8)—Cuál es la cabeza equivalente a una presión de 80 kilos por pie cuadrado? (Dar el resultado en metros).

9)—Cuál es la presión total sobre la pared del vaso de la

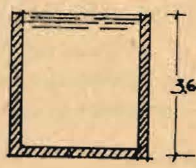


Fig 27

Fig. 27.

10)—Enunciar y explicar el principio de Pascal.

11)—Enunciar y explicar el principio de Arquímedes.

BIBLIOGRAFIA

Dodge and Thompson. Fluid Mechanics. N. Y. 1937 (pág. 13 a 15 problemas en p. 44).

Hausmann Slack. Physics N. Y. 1946 (pág. 182 y siguientes problemas en pág. 200).

Dariez. Hydraulique. París 1933 (pág. 2 y siguientes).

Forchheimer. Hidráulica. Barcelona 1935 (pág. 3 y siguientes).

CAPITULO TERCERO

DINAMICA DE LOS FLUIDOS

19—) Régimen permanente o Movimiento uniforme.

En un líquido en movimiento, se establece el régimen permanente cuando las moléculas que pasan sucesivamente por un mismo punto, lo hacen siempre con la misma velocidad, la misma presión y la misma densidad; es evidente según esto que en esta clase de movimientos las magnitudes: Velocidad (v), Presión (p) y Densidad (γ), no dependen del tiempo sino únicamente de la posición, es decir, son funciones de (x), (y), (z).

19. a)—**Corolarios.** La velocidad no cambia con el tiempo pero puede cambiar con la posición.

19. b)—Al pasar por un mismo punto p, las partículas tienen siempre la misma velocidad. (Fig. 28).

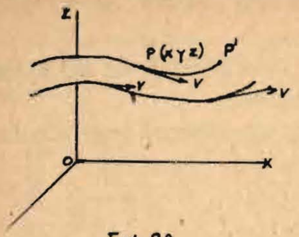


Fig 28

19. c)—La partícula B. va de p a p' siguiendo una trayectoria definida. (Fig. 28).

19. c)—El líquido corre como por entre un haz de diminutos tubos que se llaman líneas de flujo.

19. e)—La velocidad de una partícula en un punto cualquiera de la línea de flujo es un vector tangente a la línea y dirigido según el sentido del movimiento.

20—) Ecuación de continuidad.

Si entre dos puntos A. y B. de la línea de flujo no existen causas externas que destruyan o creen nuevas cantidades de líquido la masa del líquido que pasa por cualquier sección debe ser constante si el régimen es permanente.

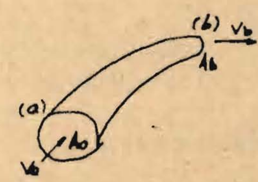


Fig 29

$$\gamma v_a A_a = \gamma v_b A_b \tag{47}$$

20. a)—Si el líquido es incompresible podemos escribir:

$$A_a . v_a = A_b . v_b . \tag{48}$$

puesto que γ permanece constante.

A_a = área de la sección (a)

v_a = Velocidad en (a).

20. b)—Se llama **gasto** en una corriente al producto del área de la sección por la velocidad del régimen.

en a es $A_a v_a$.

en b es $A_b v_b$.

lo representamos por $Q = A.\,v.$ (49)

21—) Energía de los fluídos en movimiento.

Una masa $\dfrac{W}{g}$ animada de una velocidad v posee una energía cinética dada por la expresión:

$$\text{Energía cinética} = \frac{Wv^2}{2g} \tag{50}$$

La energía cinética tiene por dimensiones:

$$\frac{ML^2}{T^2} \qquad (51)$$

Se mide en kilográmetros, gramoscentímetros o pies-libras.

21. a)—Para un cuerpo de peso W y que está colocado a una distancia z, sobre el plano de referencia la energía potencial es

$$E\ \text{pot.} = Wz \qquad (52)$$

como en el caso de la energía cinética se mide en gr. cm.

21. b)—Si se considera un tubo lleno de líquido y si se le conecta otro tubo, el líquido alcanzará la altura $\frac{p}{w}$ siendo p la presión del líquido en el tubo y w el peso por unidad de volumen.

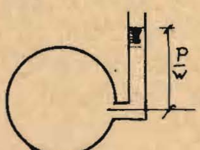


Fig 30

Si se sacara una partícula del líquido, éste recobraría su altura primitiva siempre que la presión p, permaneciera constante. Si se quita un volumen de peso W el trabajo rendido por la presión es:

$$\frac{W.p}{w} \qquad (53)$$

y se llama energía debida a la presión.

22—) Teorema de Bernoulli.

La energía total de un líquido en movimiento bajo un régimen permanente es constante, es decir:

$$\frac{Wv^2}{2g} + Wz + \frac{W.p}{w} = \text{constante} \qquad (54)$$

dividiendo por W queda:

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{p}{w} = \frac{\text{constante}}{W} = H \qquad (55)$$

Las dimensiones de H serán:

$$\frac{L^2/T^2}{L/T^2} + L + \frac{M/LT^{-2}}{M/LT^{-2}} = L + L = H \qquad (56)$$

H se llama la cabeza total

22. a)—Si multiplicamos cada uno de los términos de la expresión anterior por W tenemos:

$$\frac{Wv^2}{2g} + zw + p = Hw \qquad (57)$$

$$\text{y si } w = \gamma\, g \qquad (58)$$

tendremos que la ecuación queda:

$$\frac{\gamma\, v^2}{2} + p + \gamma\, gpz = \gamma\, gH = E \qquad (59)$$

E es la energía total por unidad de volumen y es constante.

EJEMPLOS

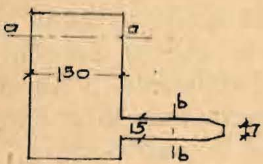


Fig 31

1)—El agua del tanque de la figura sale por la boquilla con un gasto de 250 lts. Calcular la velocidad media en las secciones (aa) (bb) (Dodge and Thompson).

2)—Por una tubería de 6″ pasa agua a razón de 1.200 g.p.m. y una presión de 4 lbs. por pulgada cuadrada. Verificar la ecuación de Bernoulli para un punto 10 pies más abajo. (Fig. 32).

3)—Un tubo horizontal reduce su sección gradualmente de 30 cms. en el punto A a 20 cms. en el punto B. El gasto en el tubo es de 1,5 m^3 segundo y la presión en B es de 0,70 kg/cm^2. Cuál es la presión en A?

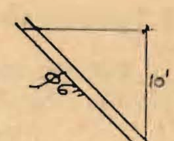


Fig 32

4)—Cambiar los datos del anterior poniéndolos en sistema inglés y dar el resultado en dicho sistema.

5)—Si una corriente de agua se mueve con una velocidad de 1,2 m/s. y si la profundidad es de 2,40 m.averiguar el valor de: a) la energía cinética, b) energía potencial, c) energía debida a la presión en la superficie, en la mitad de la profundidad y en el fondo de la corriente.

6)—Deducir la ecuación de Bernoulli por medio del teorema de las fuerzas vivas ($\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2_0 = \Sigma T_0$)

BIBLIOGRAFIA

Dodge and Thompson. Fluid Mechanics N. Y. (pág. 73 y siguientes).
Dariez Hydraulique P.(pág. 38 y siguientes).
Hausmann Slack Physics. (pág. 203 y siguientes).

CAPITULO CUARTO

ORIFICIOS

23—) Pared Delgada. Cuando el líquido contenido en un vaso sale por un orificio muy pequeño tocando únicamente el borde interior de la pared se dice que la salida se hace a través de una pared delgdda.

23. a)—Esto tiene lugar cuando el orificio es de forma cónica o cuando el espesor es menor que la mitad de la dimensión menor del orificio.

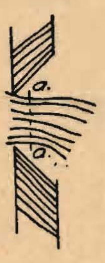


Fig 33

23. b)—La sección ab (Fig. 33) se llama sección contraída y se puede considerar que en ella todas las partículas tienen sensiblemente la misma velocidad.

24—) Teorema de Torricelli. La velocidad de las partículas en la sección contraída es igual a la de un punto material que cae en caida. libre, desde la superficie del líquido hasta el nivel del centro del orificio. Es necesario que se cumplan las siguientes condiciones:

1º) El nivel del líquido se mantiene constante.

2º) La superficie libre debe ser tan grande con relación a la superficie del orificio que la velocidad de las moléculas en ella sea tan pequeña que se pueda despreciar.

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (60)$$

25—) Gasto por un orificio. La cantidad de agua que sale por un orificio se obtiene multiplicando el área de la sección contraída por la velocidad.

La sección sería entonces:

$$m.A. \tag{61}$$

en la que m es una constante experimental, siempre menor que la unidad y variando entre 0,70 y 0,57. Reemplazando (60) y (61) en (47) obtendremos:

$$Q = Av = mA\sqrt{2gh} \tag{62}$$

25. a)—**Orificios de gran altura.** Cuando el orificio es de dimensiones relativamente grandes y en particular de una gran altura no se puede aceptar que todas las moléculas que pasan en el mismo instante a través de la sección contraída tengan la misma velocidad. Y como esta es una de las hipótesis admitidas para el cálculo de gasto en orificios practicados en pared delgada no se puede garantizar a priori que la fórmula respectiva pueda ser utilizada para calcular el gasto en este caso. Sin embargo la experiencia ha demostrado que la fórmula es aceptable siempre y cuando se tome para h la distancia del centro de gravedad del orificio a la superficie libre del líquido.

25. b)—Valor del coeficiente m para orificios rectangulares en pared delgada.

25b) Valor del coeficiente m para orificios rectangulares en pared delgada

Altura sobre la cresta	ALTURA SOBRE EL ORIFICIO					
	0,20	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01
0,005	"	"	"	"	"	0,705
0,010	"	"	0,607	0,630	0,660	0,701
0,015	"	0,593	0,612	0,632	0,660	0,679
0,020	0,578	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,030	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0,040	0,582	0,607	0,623	0,640	0,658	0,683
0,050	0,585	0,608	0,625	0,640	0,658	0,679
0,060	0,587	0,005	0,627	0,640	0,657	0,676
0,070	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,080	0,589	0,610	0,629	0,638	0,656	0,670
0,090	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668
0,100	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666

25. c)—Valores del coeficiente m para orificios circulares en pared delgada.

Altura m.	Altura pies	Diámetro en pulgadas 1"	1.5"	2,0"	2,5"
0,305	1	0,657	0,626	0,619	0,615
0,610	2	652	624	617	614
1,219	4	644	621	617	614
1,829	6	642	620	617	614
2,430	8	640	620	617	614
3,048	10	639	620	616	614

26—)**Orificio ahogado.** Si establecemos las ecuaciones (55) para el punto m'. (Fig. 34) obtenemos:

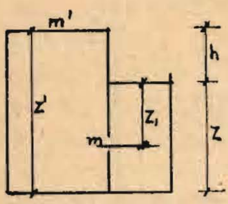


Fig 34

$$H = z' + p/w \qquad (63)$$

y para el punto m:

$$H = z + \frac{P_0 + wz_1}{w} + \frac{v_2}{2g} \qquad (64)$$

e igualando las ecuaciones (63) y (64) obtendremos:

$$Z' + \frac{p}{\omega} + z + \frac{P_0 + wz_1}{\omega} + \frac{v_2}{2g} \qquad (65)$$

de donde podemos sacar que:

$$\frac{v^2}{2g} = z' - z - z_1 \qquad (66)$$

pero según (60) tenemos por otra parte que:

$$\frac{v^2}{2g} = h. \qquad (67)$$

luego para este caso la velocidad sigue siendo:

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (68)$$

y el gasto:

$$Q = mA\sqrt{2gh} \qquad (69)$$

27—)**Contracción incompleta.** Cuando los bordes del orificio están a distancias del fondo o de las paredes laterales, menores que la mitad de la menor dimensión del orificio, la contracción es incompleta. En las figuras a), b), c) de la Fig. 35 se ven algunos casos de contracción incompleta.

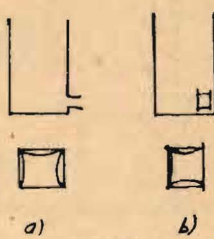


Fig 35

27. a)—El gasto por orificios rectangulares, en pared delgada, con contracción incompleta será:

$$Q = m'A\sqrt{2gh} \qquad (70)$$

siendo m':

$$m' = m\,(1 + 0{,}15\mu) \qquad (71)$$

Para orificios circulares puede usarse:

$$m' = m\,(1 + 0{,}13\mu) \qquad (72)$$

El valor de μ está dado por la relación entre el perímetro no contraído al perímetro total del orificio. (73)

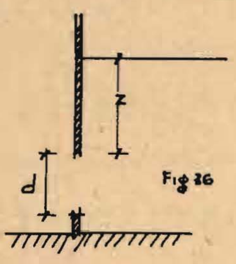


Fig 36

28—) **Gasto en las compuertas.** El gasto en las compuertas se calcula por las fórmulas anteriores. Si la compuerta es de forma rectangular, (Fig. 36), tendremos:

$$A = 1.d \qquad (74)$$

$$h = z + \tfrac{1}{2}d \qquad (75)$$

$$Q = m.l.d.\sqrt{2g(z + \tfrac{1}{2}d)} \qquad (76)$$

28. a)—**Compuertas de fondo.** En el caso de que el borde inferior del orificio de la compuerta, coincida con el fondo del canal o recipiente, la compuerta se llama de fondo, y el gasto a través de ella se rige por la fórmula (70) (fig. 37).

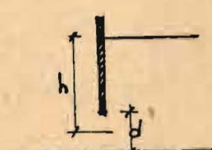


Fig 37

28. b)—Gasto en las compuertas de fondo. Para un metro de largo.

Altura del agua	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0,10	44	86	126	167	”	”	”	”	”	”
0,15	54	105	155	203	254	307	”	”	”	”
0,20	62	122	179	235	294	353	415	484	”	”
0,25	70	136	201	264	329	395	460	527	592	661
0,30	76	149	220	291	363	434	507	577	649	719
0,35	82	162	238	314	393	471	548	626	703	773
0,40	88	173	255	337	420	504	588	671	754	836
0,45	93	18?	271	367	446	536	624	712	802	898
0,50	98	193	285	377	471	562	659	753	847	940
0,60	107	212	312	414	516	624	717	819	920	1023
0,70	116	228	338	447	559	670	759	894	1005	1115
0,80	124	246	361	485	598	718	813	957	1076	1194
0,90	131	259	384	509	636	762	864	1017	1144	1271
1,00	138	272	405	536	670	804	911	1079	1204	1339
1,10	145	285	424	562	702	843	955	1124	1265	1405
1,20	151	298	443	582	733	880	998	1174	1321	1468
1,30	157	310	461	610	762	915	1037	1220	1372	1525
1,40	162	321	479	627	798	948	1074	1266	1424	1583
1,50	168	332	493	654	818	981	1112	1308	1472	1635
1,60	173	342	509	675	843	1010	1147	1351	1520	1690
1,70	177	352	524	695	871	1043	1142	1391	1564	1741
1,80	182	362	532	715	895	1073	1216	1431	1609	1789
1,90	187	371	552	734	917	1100	1247	1468	1650	1834
2,00	191	380	566	753	941	1129	1279	1506	1694	1862
2,25	198	392	587	783	979	1175	1371	1567	1762	1958
2,50	214	424	631	841	1052	1262	1431	1633	1894	2104
3,00	235	466	693	922	1152	1383	1568	1843	2075	2305
3,50	242	500	747	996	1245	1494	1693	1992	2241	2490
4,00	258	533	799	1065	1331	1597	1810	2129	2394	2669

29—) **Tiempo que tarda un recipiente en vaciarse.** Suponemos un recipiente rectangular de base. S. Fig. 38. Es necesario que la superficie s del orificio, sea lo suficientemente pequeña, para que la velocidad de las moléculas en la superficie sea despreciable. Aplicamos ahora el Teorema de Torricelli.

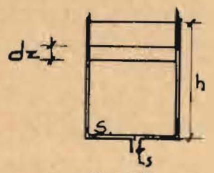


Fig 38

$$Q = m.s.\sqrt{2gh} \tag{77}$$

y la cantidad de agua que sale en un espacio de tiempo elemental dt será:

$$Q.dt = m.s.\sqrt{2gz}\ dt \tag{78}$$

pero por otra parte esta cantidad de agua es igual al volumen S. dz que ha sido vaciado durante el tiempo dt, luego:

$$Q.dt = m.s.\sqrt{2gz}.\ dt = S.dz \tag{79}$$

y

$$m.s.dt\sqrt{2g} = \frac{S\ dz}{\sqrt{z}} \tag{80}$$

y

$$\frac{m.s}{S} dt\sqrt{2g} = \frac{dz}{\sqrt{z}} \tag{81}$$

Integrando la ecuación diferencial (81) entre los límites 0 y h obtenemos para el tiempo la expresión:

$$T = \frac{S}{m.s.\sqrt{2g}} \int_0^h Z^{-½}\ dz \tag{82}$$

$$T = \frac{2\sqrt{h}\ .S}{m.\ s.\sqrt{2g}} \tag{83}$$

30—) **Prácticas de laboratorio.** Determinación y comprobación de coeficientes de contracción.

Practica N° 1. Vaciado de tanques por medio de orificio de gran tamaño. Estudio de las trayectorias de las moléculas superficiales por medio de aserrín o confetti coloreado. Con cronómetros de precisión determinar el tiempo de vaciado.

Practica Nº 2. Vaciado de tanque por medio de orificio de poco tamaño. Estudio de las trayectorias y velocidades de las moléculas superficiales. Control de tiempo y chequeo de la fórmula (83).

Practica Nº 2. Por medio del tanque volumétrico determinar los coeficientes de contracción de los casos A.1.2.3. (Tres experimentos por lo menos de cada uno).

Practica Nº 4. El mismo trabajo para los casos B.1.2.3.

Practica Nº 5. El mismo para los casos C.1.2.3.

Practica Nº 6. El mismo para los casos D.1.2.3.

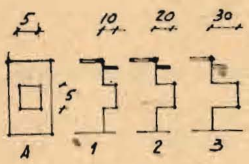


Fig 39

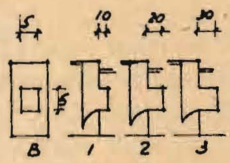


Fig 40

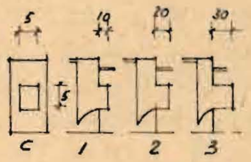


Fig 41

Practica Nº 9. Determinación del coeficiente de contracción en la compuerta de la figura 43 y llenar la tabla.

BIBLIOGRAFIA

Rouse. Elementary Mechanics of Fluids. (pág. 87).
Dodge and Thompson. Fluid Mechanics. (pág. 275).
Davis. Handbook of Applied Hydraulics. (pág. 24).
Vennard. Elementary Fluid Mechanics. (pág. 250).
Dariez. Hydraulique.

31—)**Problemas.**

1). Calcular el diámetro de una pluma de agua que sale por un orificio de 2" de diámetro y una cabeza de 3 m. si la contracción es completa y m 0,62. Cuál es el gasto?

2). La velocidad en la vena contraída de un chorro de agua de 6 m. por segundo, y el diámetro del orificio es de 4". Si el gasto es de 500 litros por segundo, calcular a m.

3). En la figura 42, d 12" y d 6". El gasto es de 0,56 metros cúbicos por segundo, cuáles son las velocidades en el tubo y en la vena contraída? Si m 0,62 cuál es la cabeza efectiva en el orificio?

4). En la compuerta de la figura 43, trazar la curva de gastos para cada cinco centímetros de aumento de la altura, suponiendo el nivel de agua constante.

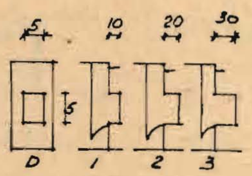


Fig 42

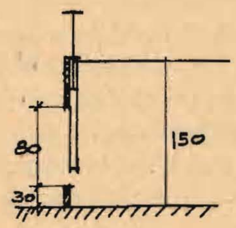


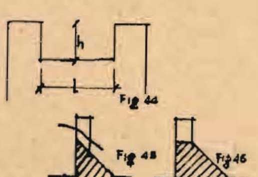
Fig 43

5). Un tanque rectangular de S 200 metros cuadrados y h 3 metros, cuánto tarda en vaciarse por un orificio de fondo de s 1,25 metros cuadrados?

CAPITULO V

VERTEDEROS

32—) **Generalidades.** Se llama vertedero un orificio de grandes dimensiones, y abierto en su parte superior. (Fig.44) Cuando la cresta del vertedero es muy delgada, este se dice de pared delgada, (Fig. 45) En el caso contrario se dice de pared o cresta espesa. (Fig. 46). Se obtiene un vertedero en pared delgada tallando esta en forma de bisel, o sobreponiendo una cuchilla.



El gasto en los vertederos está dado por la misma fórmula de los orificios:

$$Q = m.Lh. \sqrt{2gh} \qquad (84)$$

32. a) La altura del vertedero es la de la vena líquida.

32. b) El valor del coeficiente m en el caso de los vertederos está influenciado por los factores siguientes:

1º Por la velocidad de llegada del agua.

2º Por la contracción longitudinal que depende de la forma de la cresta.

3º Por la contracción lateral que varía con la anchura del vertedero.

4º Por el acceso del aire debajo de la capa líquida. (Fig. 47).

32. c) Influencia de la velocidad de llegada. Cuando esta velocidad tiene un valor apreciable es necesario tener en cuenta un cierto valor h'' función de la velocidad de llegada, y que es necesario añadir a la altura h de la capa de agua.

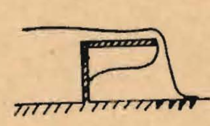


Fig 47

Para valores de h comprendidos entre 10 y 30 cms. puede usarse el siguiente valor de m:

$$m = 0{,}425 + 0{,}21 \frac{h}{p + h.} \qquad (85)$$

la cresta. (Fig. 49).

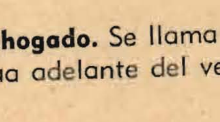


Fig 48

33—) **Vertedero ahogado.** Se llama vertedero ahogado aquel en que el nivel del agua adelante del vertedero es superior al de la cresta.

Para este caso se puede usar la fórmula de Dubuat:

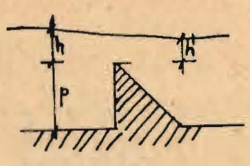


Fig 49

$$Q = 0{,}41\ L\ (h - \tfrac{1}{2}\ h')\ \sqrt{2g\ (h - h')} \qquad (86$$

34—) **Contracción lateral.** En el caso de la figura 50, es de-

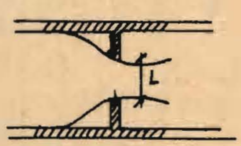


Fig 50

cir cuando la anchura del vertedero es inferior a la de la vía de acceso del agua al mismo, es necesario introducir una corrección. Para el caso de que el ancho L sea mayor que tres veces la altura de carga, se puede usar la siguiente fórmula corregida de Francis:

$$Q = m\ (L - 1/5\ h)\ h\sqrt{2gh} \qquad (87)$$

35—) **Valores del coeficiente m para los siguientes valores de la altura de la cresta.** (p. 140).

VALORES DE M.

h	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,80	1,00	1,50	2,00	Muy Grand.
0,05	0,458	0,453	0,451	0,450	0,449	0,449	0,445	0,448	0,443	0,448
0,10	0,459	0,447	0,442	0,439	0,437	0,435	0,434	0,433	0,433	0,432
0,15	0,468	0,456	0,438	0,435	0,431	0,430	0,428	0,428	0,428	0,427
0,20	0,480	0,459	0,447	0,440	0,436	0,431	0,428	0,425	0,428	0,421
0,25	0,490	0,453	0,445	0,439	0,432	0,428	0,424	0,422	0,422	0,419
0,30	0.500	0.475	0,460	0,450	0,443	0,434	0,430	0,424	0,421	0,417

NOTA.—Los valores que encabezan las columnas son los valores de p.

36—) **Vertederos en V.** Para estos casos se puede usar con suficiente aproximación la fórmula siguiente:

$$Q = 4/15 \text{ m bh} \sqrt{2gh} \qquad (88)$$

37—)**Vertedero de cresta espesa.** En este caso la vena líquida se desliza sobre la cresta, y se puede suponer que por lo menos en un pequeño trayecto los hilos líquidos son paralelos y horizontales. Adoptamos la siguiente fórmula cuya discusión podrá verse en los suplementos.

$$Q = 0{,}35 \text{ Lh} \sqrt{2gh} \qquad (89)$$