

Upper Bounds for the Maximum Span in Interval Total Colorings of Graphs

Petros A. Petrosyan[†] and Nerses A. Khachatryan[‡]

[†]Institute for Informatics and Automation Problems of NAS of RA,

[‡]Department of Informatics and Applied Mathematics, YSU

e-mail: pet_petros@ipia.sci.am, xachnerses@gmail.com

Abstract

An interval total t -coloring of a graph G is a total coloring of G with colors $1, 2, \dots, t$ such that at least one vertex or edge of G is colored by i , $i = 1, 2, \dots, t$, and the edges incident to each vertex v together with v are colored by $d_G(v) + 1$ consecutive colors, where $d_G(v)$ is the degree of a vertex v in G . In this paper we prove that if a connected graph G with n vertices admits an interval total t -coloring, then $t \leq 2n - 1$. Furthermore, we show that if G is a connected r -regular graph with n vertices which has an interval total t -coloring and $n \geq 2r + 2$, then this upper bound can be improved to $2n - 3$. We also give some other upper bounds for the maximum span in interval total colorings of graphs.

References

- [1] A.S. Asratian, C. J. Casselgren, “On interval edge colorings of (α, β) -biregular bipartite graphs”, *Discrete Mathematics* 307, pp. 1951-1956, 2006.
- [2] A.S. Asratian, R.R. Kamalian, “Interval colorings of edges of a multigraph”, *Appl. Math.* 5, pp. 25-34, 1987 (in Russian).
- [3] A.S. Asratian, R.R. Kamalian, “Investigation on interval edge-colorings of graphs”, *J. Combin. Theory Ser. B* 62, pp. 34-43, 1994.
- [4] M.A. Axenovich, “On interval colorings of planar graphs”, *Congr. Numer.* 159, pp. 77-94, 2002.
- [5] M. Behzad, “Graphs and their chromatic numbers”, Ph.D. thesis, Michigan State University, 1965.
- [6] K. Giaro, M. Kubale and M. Malafiejski, “Consecutive colorings of the edges of general graphs”, *Discrete Math.* 236, pp. 131-143, 2001.
- [7] R.R. Kamalian, “Interval edge-colorings of graphs”, Doctoral Thesis, Novosibirsk, 1990 (in Russian).
- [8] P.A. Petrosyan, “Interval total colorings of complete bipartite graphs”, *Proceedings of the CSIT Conference*, pp. 84-85, 2007.
- [9] P.A. Petrosyan, “Interval total colorings of certain graphs”, *Mathematical Problems of Computer Science, Vol. 31*, pp. 122-129, 2008.

- [10] P.A. Petrosyan, A.S. Shashikyan, “On interval total colorings of trees”, *Mathematical Problems of Computer Science, Vol. 32*, pp. 70-73, 2009.
- [11] P.A. Petrosyan, A.Yu. Torosyan, “Interval total colorings of complete graphs”, *Proceedings of the CSIT Conference*, pp. 99-102, 2009.
- [12] P.A. Petrosyan, “Interval edge-colorings of complete graphs and n -dimensional cubes”, *Discrete Mathematics* 310, pp. 1580-1587, 2010.
- [13] V.G. Vizing, “Chromatic index of multigraphs”, Doctoral Thesis, Novosibirsk, 1965 (in Russian).
- [14] D.B. West, Introduction to Graph Theory, Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [15] H.P. Yap, Total Colorings of Graphs, Lecture Notes in Mathematics 1623, Springer-Verlag, 1996.

**Գրաֆների միջակայքային լիակատար
ներկումներում մասնակցող գույների առավելագույն
հնարավոր թվի վերին գնահատականներ**

Պ. Ա. Պետրոսյան, Ն. Ա. Խաչատրյան

G գրաֆի լիակատար ներկումը $i = 1, 2, \dots, t$ գույներով կանվանենք միջակայքային լիակատար t -ներկում, եթե ամեն մի i գույնով, $i = 1, 2, \dots, t$ ներկված է առնվազն մեկ գագաթ կամ կող և յուրաքանչյուր v գագաթին կից կողերը և այդ գագաթը ներկված են $d_G(v) + 1$ հաջորդական գույներով, որտեղ $d_G(v)$ -ով նշանակված է v գագաթի աստիճանը G գրաֆում: Այս աշխատանքում ապացուցվում է, որ եթե n գագաթանի G կապակցված գրաֆը ունի միջակայքային լիակատար t -ներկում, ապա $t \leq 2n - 1$: Ավելին, ցույց է տրվում, որ եթե n գագաթանի G կապակցված r -համասեռ գրաֆը ունի միջակայքային լիակատար t -ներկում և $n \geq 2r + 2$, ապա $t \leq 2n - 3$: Նաև աշխատանքում տրվում են գրաֆների միջակայքային լիակատար ներկումներում մասնակցող գույների առավելագույն հնարավոր թվի այլ գնահատականներ: