

Some Algebraical and Logical Properties of Two-dimensional Arithmetical Sets Representable in Presburger's System¹

Seda N. Manukian

Institute for Informatics and Automation Problems of NAS of RA
e-mail: zaslav@ipia.sci.am

Abstract

A classification $\Sigma_H^{(0)} \subseteq \Sigma_H^{(1)} \subseteq \Sigma_H^{(2)} \subseteq \dots$ of arithmetical sets representable in M.Presburger's system ([1]-[4]) and a classification $\Delta_H^{(0)} \subseteq \Delta_H^{(1)} \subseteq \Delta_H^{(2)} \subseteq \dots$ of two-dimensional sets of the same kind are considered. It is proved that these classifications are strictly monotone and complete. The operations $\cup, \cap, \circ, \diamond, ^{-1}$ on two-dimensional arithmetical sets ([5]-[7]) and the algebras Θ^0 and Θ_1 based on these operations ([5]-[7]) are considered. The relations of these operations and algebras to the mentioned classifications are investigated.

References

- [1] M. Presburger, "Über die Vollständigkeit eines gewissen System der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt", *Comptes Rendu du I Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves*, Warszawa, pp. 92-101, 1930.
- [2] D. Hilbert und P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik*. Band I. Zweite Auflage, Berlin-Heidelberg-New York, Springer Verlag, 1968.
- [3] R. Stansifer. Presburger's Article on Integer Arithmetic: Remarks and Translation. Department of Computer Science, Cornell University, Ithaca, New York, 1984.
- [4] H. Enderton. *A Mathematical Introduction to Logic*. 2nd ed., San Diego, Harcourt, Academic Press, 2001.
- [5] S. N. Manukian, "Algebras of Recursively Enumerable Sets and Their Applications to Fuzzy Logic", *Journal of Mathematical Sciences*, vol. 130, №2, pp. 4598-4606, 2005.
- [6] S. N. Manukian, "A Classification of Arithmetical Sets Expressible in Presburger's System", *Proceedings of the International Conference «Computer Science and Information Technologies»*, CSIT-05, Yerevan, Armenia, pp. 161-162, 2005.
- [7] S. N. Manukian, "On the Representation of Recursively Enumerable Sets in Weak Arithmetic. *Mathematical Problems of Computer Science*, vol. 27, pp. 90-110, 2006.

¹ This work is supported by the grant 11-1b 189 of the Government of the Republic of Armenia.

[8] S. N. Manukian, "Classification of Many-dimensional Arithmetical Sets Represented in M. Presburger's System", *Reports of the National Academy of Science of Armenia*, vol. 111, №2, pp. 114-120, 2011 (in Russian).

[9] S. C. Kleene. *Introduction to Metamathematics*. D. Van Nostard Comp., Inc., New York-Toronto, 1952.

Մ. Պրեսբուրգերի համակարգում ներկայացվող երկչափ թվաբանական բազմությունների որոշ հանրահաշվական և տրամաբանական հատկություններ

Ս. Ն. Մանուկյան

Ամփոփում

Դիտարկվում են $\Sigma_H^{(0)} \subseteq \Sigma_H^{(1)} \subseteq \Sigma_H^{(2)} \subseteq \dots$ դասերը, որոնց հաջորդականությունը ընդգրկում է Մ. Պրեսբուրգերի համակարգում ներկայացվող թվաբանական բազմությունների դասը ([1]-[4]) և $\Delta_H^{(0)} \subseteq \Delta_H^{(1)} \subseteq \Delta_H^{(2)} \subseteq \dots$ դասերը, որոնց հաջորդականությունն ընդգրկում է նման տիպի երկչափ բազմությունների դասը: Ապացուցվում է, որ նշված դասակարգումները խիստ մոնոտոն են և լրիվ: Դիտարկվում են երկչափ թվաբանական բազմությունների վրա որոշված $\cup, \cap, \circ, \diamond, ^{-1}$ գործողությունները ([5]-[7]) և այդ գործողությունների վրա հիմնված Θ^0 և Θ_1 հանրահաշիվները ([5]-[7]): Հետազոտվում են այդ գործողությունների և հանրահաշիվների փոխհարաբերությունները նշված դասակարգումների հետ:

О некоторых алгебраических и логических особенностях двумерных арифметических множеств, представимых в системе Пресбургера

С. Н. Манукян

Аннотация

Рассматривается классификация $\Sigma_H^{(0)} \subseteq \Sigma_H^{(1)} \subseteq \Sigma_H^{(2)} \subseteq \dots$ арифметических множеств, представимых в системе Пресбургера ([1]-[4]), а также классификация $\Delta_H^{(0)} \subseteq \Delta_H^{(1)} \subseteq \Delta_H^{(2)} \subseteq \dots$ двумерных арифметических множеств аналогичного типа. Доказывается полнота и строгая монотонность этих классификаций. Рассматриваются операции $\cup, \cap, \circ, \diamond, ^{-1}$ на двумерных арифметических множествах ([5]-[7]), а также алгебры Θ^0 и Θ_1 , основанные на этих операциях ([5]-[7]). Исследуются взаимоотношения рассматриваемых операций и алгебр с вышеупомянутыми классификациями.