ANALISIS *CRITICAL ROOT VALUE* PADA DATA NONSTATIONER

Abdul Aziz

Dosen Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
e-mail : abdulaziz_uinmlg@yahoo.com

ABSTRACT

A stationery process can be done t-test, on the contrary at non stationery process t-test cannot be done again because critical value of this process isn't t-distribution. At this research, we will do simulation of time series AR(1) data in four non stationery models and doing unit root test to know critical value at t-test of non stationery process. From the research is yielded that distribution of critical point for t-test of non stationery process comes near to normal with restating simulation of random walk process which ever greater. Result of acquirement of this critical point has come near to result of Dickey-Fuller Test. From this research has been obtained critical point for third case which has not available at tables result of Dickey-Fuller Test.

Key Words: non stationery, unit root test, critical value, distribution, simulation

ABSTRAK

Pada sebuah data *stationer* dapat dilakukan t-test, sebaliknya pada data *nonstationer t-test* tidak dapat dilakukan lagi karena *critical root value* (titik akar kritis) untuk proses ini tidak berdistribusi *t*. Pada penelitian ini, kami akan melakukan simulasi data *time series* AR(1) dalam empat model non*stationer* dan dilakukan *unit root test* untuk mengetahui *critical value* pada *t-test* proses non*stationer*. Dari penelitian dihasilkan bahwa distribusi titik kritis untuk t-test proses non*stationer* mendekati normal dengan perulangan simulasi proses random walk yang semakin besar. Hasil perolehan titik kritis ini sudah mendekati dari hasil *Dickey-Fuller Test.* Dari penelitian ini telah diperoleh titik akar kritis untuk kasus ketiga yang belum ada di tabel hasil *Dickey-Fuller Test.*

Kata Kunci: *nonstationer, unit root test, critical root value,* distribusi, simulasi

---

PENDAHULUAN

Multivariate time series banyak dipakai dalam permodelan ekonomi. Dengan beberapa *time series* yang saling berpengaruh sehingga membentuk suatu model *time series* baru yang dinamakan sebagai vector autoregression (VAR). Pada proses *stationer* dapat dilakukan t-test, sebaliknya pada proses *nonstationer t-test* tidak dapat dilakukan lagi karena *critical value* untuk proses ini tidak berdistribusi *t*.

Pada penelitian ini, kami akan melakukan simulasi data *time series* AR(1) non*stationer* dan dilakukan *unit root test* untuk mengetahui *critcal value* pada *t-test* proses non*stationer*.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka pada penelitian ini kami merumuskan permasalahan yaitu bagaimana *critical value* dan distribusinya untuk *t-test* pada proses non*stationer* secara simulasi dengan kasus:

a. True process: $y_t = y_{t-1} + e_t$ dengan estimated regression: $y_t = \beta y_{t-1} + e_t$
b. True process: $y_t = y_{t-1} + e_t$ dengan estimated regression: $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + e_t$
c. True process: $y_t = \beta_0 + y_{t-1} + e_t$ dengan estimated regression: $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + e_t$
d. True process: $y_t = \beta_0 + y_{t-1} + e_t$ dengan estimated regression:
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 t + e_t$$

masing-masing model dengan siginifikansi kepercayaan 5% dan 10%.

Metode yang akan digunakan pada penelitian ini adalah metoda simulasi. *Unit root test* dilakukan dengan perulangan data simulasi menggunakan software MATLAB versi 6.5., hingga diperoleh suatu nilai yang konvergen.

KAJIAN PUSTAKA

Misalkan suatu proses time series AR(1),

$$y_t = \beta y_{t-1} + e_t \qquad (1)$$

dengan e_t *white noise.* Jika $|\beta| < 1$ maka MA(∞) representasinya adalah

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} \beta^{i} e_{t-i} \qquad (2)$$

dengan

$$E\left[y_t\right]=0 \tag{3}$$

dan

$$Var\left(y_t\right)=\frac{\sigma^2}{1-\beta^2} \tag{4}$$

yang bebas dari variabel *t*, sehingga dikatakan sebagai *stationary process*. Sebaliknya, jika β = 1 maka MA(∞) representasinya adalah

$$y_t=\sum_{i=1}^{\infty} e_{t-i}=\sum_{i=0}^{\infty} e_i \tag{5}$$

dengan

$$E\left[y_t\right]=0 \tag{6}$$

dan

$$Var\left(y_t\right)=\sigma^2 t \tag{7}$$

yang merupakan fungsi dari variabel *t*, sehingga dikatakan sebagai *nonstationary process*.

Jika {yt} *stationary process* maka hipotesis

$$H_0:\beta=0, H_1:\beta\neq 0 \tag{8}$$

adalah *t-test valid*. Sebaliknya, hipotesis

$$H_0:\beta=1, H_1:\beta<1 \tag{9}$$

adalah *t-test* yang tidak valid, karena {yt} adalah proses nonstasioner di bawah H_0. Untuk melakukan uji *t* dengan hipotesis kedua di atas perlu dibuat *critical value* tersendiri agar menjadi valid.

Critical value t-test untuk proses nonstasioner dapat diperoleh dengan dua cara:

1. menggunakan estimasi koefisien autoregressive

$$t=T\left(\widehat{\beta}-1\right) \tag{10}$$

2. menggunakan estimasi OLS terhadap *residual variance*

$$t_{test}=\frac{\widehat{\beta}-1}{\sqrt{Var\left(\widehat{\beta}\right)}} \tag{11}$$

dengan

$$\widehat{\beta}=\left(X'X\right)^{-1}X'y \tag{12}$$

dan

$$Cov\left(\widehat{\beta}\right)=\widehat{\sigma^2}\left(X'X\right)^{-1}=\frac{\hat{e}'\hat{e}}{T-1}\left(X'X\right)^{-1} \tag{13}$$

yang distribusinya dapat diketahui secara simulasi dengan siginifikansi kepercayaan tertentu dengan aturan tolak hipotesis null jika nilai statistik (*t-test*) kurang dari nilai kritis (*critical value*).

METODE PENELITIAN

Dalam melakukan penelitian ini, kami menyusun beberapa langkah prosedur yang dilakukan dari awal hinga akhir penelitian dengan bantuan bahasa pemrograman komputer, yaitu:

1. Membangkitkan dua *true process* dengan model *random walk* tanpa drift (konstanta),

$$y_t=y_{t-1}+e_t \tag{14}$$

dan dengan drift (konstanta),

$$y_t=1+y_{t-1}+e_t \tag{15}$$

masing-masing berukuran 50 x 1.

2. Melakukan perhitungan t-test untuk kasus pertama:

Kasus 1, *time series* yang dibangkitkan dengan model *true process* tanpa drift, $y_t=y_{t-1}+e_t$, yang akan diestimasi dengan model regresi tanpa konstanta ataupun time trend, $y_t=\beta y_{t-1}+e_t$

Dengan hipotesis:

$$H_0:\beta=1, H_1:\beta<1 \tag{14}$$

dan

$$t_{test}=\frac{\beta-1}{\sqrt{Var\left(\beta\right)}} \tag{15}$$

dimana:

$$\beta=\left(X'X\right)^{-1}X'y \tag{16}$$

$$X=y_{t-1} \tag{17}$$

$$y=y_t \tag{18}$$

$$Var\left(\beta\right)=\sigma^2\left(X'X\right)^{-1} \tag{19}$$

$$\sigma^2=\frac{e'e}{T-1} \tag{20}$$

$$e=y-X\beta \tag{21}$$

3. Melakukan perhitungan t-test untuk kasus kedua:

Kasus 2, *time series* yang dibangkitkan dengan model *true process* tanpa drift, $y_t=y_{t-1}+e_t$, yang akan diestimasi dengan model regresi dengan konstanta tanpa time trend,

$$y_t=\beta_0+\beta_1 y_{t-1}+e_t$$

Dengan hipotesis:

$$H_0:\beta_1=1, H_1:\beta_1<1 \tag{22}$$

dan

$$t_{test}=\frac{\beta_1-1}{\sqrt{Var\left(\beta_1\right)}} \tag{23}$$

dimana :

$$\beta=\left(X'X\right)^{-1}X'y=\left[\beta_0 \quad \beta_1\right]' \tag{24}$$

$$X=\left[1 \quad y_{t-1}\right] \tag{25}$$

$$y=y_t \tag{26}$$

$$Covar\left(\beta\right)=\sigma^2\left(X'X\right)^{-1} \tag{27}$$

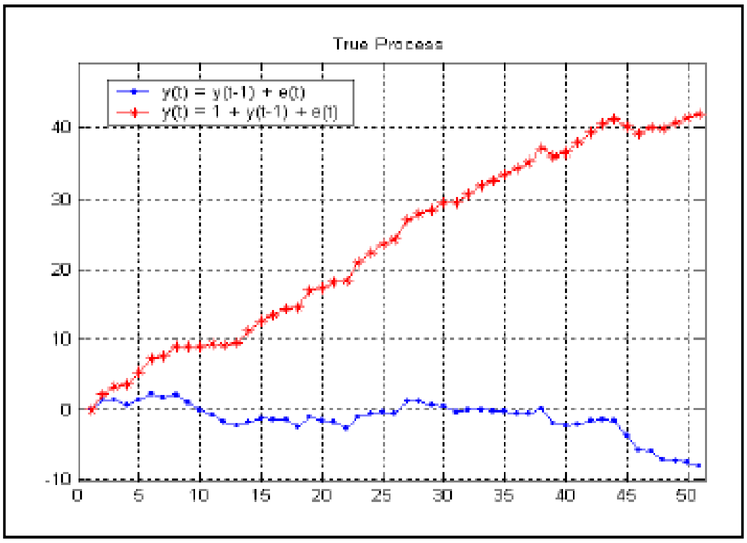
$$\sigma^2 = \frac{e'e}{T-2} \tag{28}$$

$$e = y - X\beta \tag{29}$$

4. Melakukan perhitungan t-test untuk kasus ketiga:
   Kasus 3, *time series* yang dibangkitkan dengan model *true process* dengan drift, $y_t = 1 + y_{t-1} + e_t$, yang akan diestimasi dengan model regresi dengan konstanta tanpa time trend, $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + e_t$
   Dengan hipotesis:
   $$H_0 : \beta_1 = 1, H_1 : \beta_1 < 1 \tag{30}$$
   dan
   $$t_{test} = \frac{\beta_1 - 1}{\sqrt{Var(\beta_1)}} \tag{31}$$
   dimana :
   $$\beta = (X'X)^{-1} X'y = [\beta_0 \quad \beta_1]' \tag{32}$$
   $$X = [1 \quad y_{t-1}] \tag{33}$$
   $$y = y_t \tag{34}$$
   $$Covar(\beta) = \sigma^2 (X'X)^{-1} \tag{35}$$
   $$\sigma^2 = \frac{e'e}{T-2} \tag{36}$$
   $$e = y - X\beta \tag{37}$$
5. Melakukan perhitungan t-test untuk kasus keempat:
   Kasus 4, *time series* yang dibangkitkan dengan model *true process* dengan drift, $y_t = 1 + y_{t-1} + e_t$, yang akan diestimasi dengan model regresi dengan konstanta dan time trend, $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 t + e_t$
   Dengan hipotesis:
   $$H_0 : \beta_1 = 1, H_1 : \beta_1 < 1 \tag{38}$$
   dan
   $$t_{test} = \frac{\beta_1 - 1}{\sqrt{Var(\beta_1)}} \tag{39}$$
   dimana :
   $$\beta = (X'X)^{-1} X'y = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2]' \tag{40}$$
   $$X = [1 \quad y_{t-1} \quad t] \tag{41}$$
   $$y = y_t \tag{42}$$
   $$Covar(\beta) = \sigma^2 (X'X)^{-1} \tag{43}$$
   $$\sigma^2 = \frac{e'e}{T-3} \tag{44}$$
   $$e = y - X\beta \tag{45}$$
6. Mengulangi langkah (1) sampai dengan (5) hingga 50.000 kali.
7. Menentukan titik kritis pada signifikansi 0.05 (dengan mengambil data persentil ke 5) dan 0.10 (dengan mengambil data persentil ke 10) dari data t-test (berukuran 5.000) untuk masing-masing kasus.
8. Melakukan time plot terhadap dua *true process* yang dibangkitkan terakhir kali.
9. Melakukan histogram untuk distribusi t-test pada keempat kasus.
10. Menganalisis hasil ouput program.
11. Mengambil kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini merupakan hasil output simulasi komputer untuk mengetahui distribusi dan nilai kritis t-test pada proses non stationer dengan menggunakan estimasi OLS terhadap residual variance dengan menggunakan data simulasi berukuran 50 yang dilakukan perulang-an hingga 50.000 perulangan dengan dua model true process, persamaan (14) dan (15).



Gambar 1: Time Plot Data Terakhir

Perolehan data *t-test* untuk masing-masing kasus berukuran 50.000 adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Statistitik Deskriptif *Critical Value*

	Mean	Median	Minimum	Maximum
Kasus 1	-0.4146	-0.4934	-4.4895	3.8730
Kasus 2	-1.5403	-1.5587	-6.2006	2.1809
Kasus 3	-0.2422	-0.2413	-5.1322	4.7800
Kasus 4	-2.2031	-2.1837	-5.9714	1.4687

Dari 50.000 data tersebut diambil data percentil ke-5 dan ke-10, sehingga diperoleh *critical value* masing-masing sebagai berikut:

Tabel 2. Tabel *Critical Value*

	α = 0.05	α = 0.10
Kasus 1	-1.96	-1.62
Kasus 2	-2.95	-2.62
Kasus 3	-1.92	-1.55
Kasus 4	-3.52	-3.20

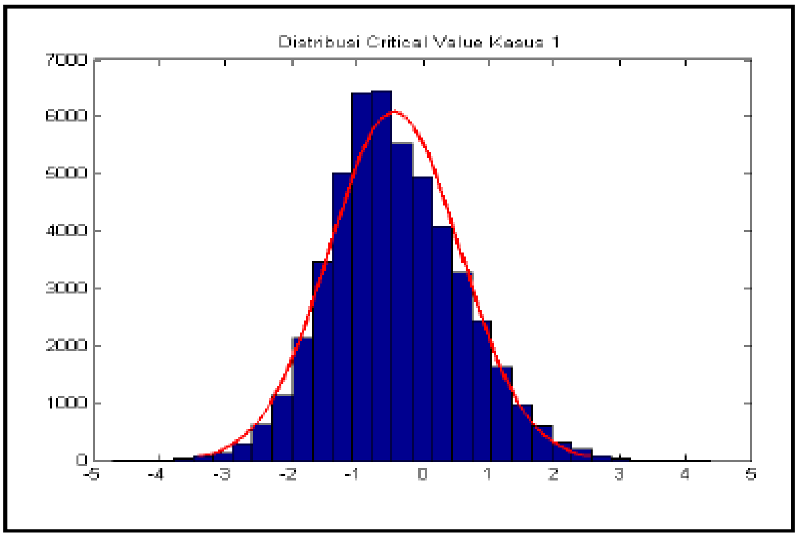
Hasil ini dapat berbeda untuk setiap kali dilakukan penelitian simulasi. Namun dengan besarnya ukuran data simulasi (50.000) maka dapat dijamin untuk diterima sesuai dengan hukum bilangan besar.

Sedangkan dari tabel *Dickey-Fuller Test* pada tabel B.6 Hamilton J.D.(1994) diperoleh

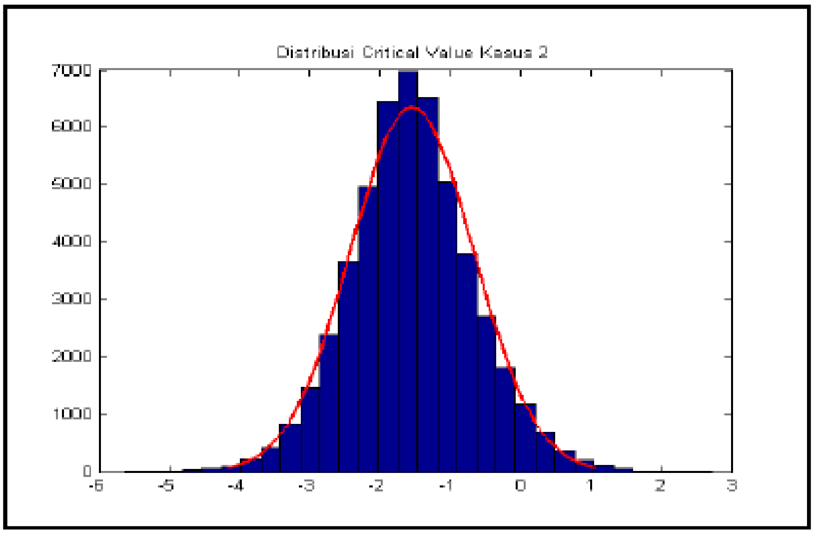
Tabel 3. Tabel *Dickey-Fuller Test*

	α = 0.05	α = 0.10
Kasus 1	-1.95	-1.62
Kasus 2	-2.86	-2.57
Kasus 3	-	-
Kasus 4	-3.41	-3.12

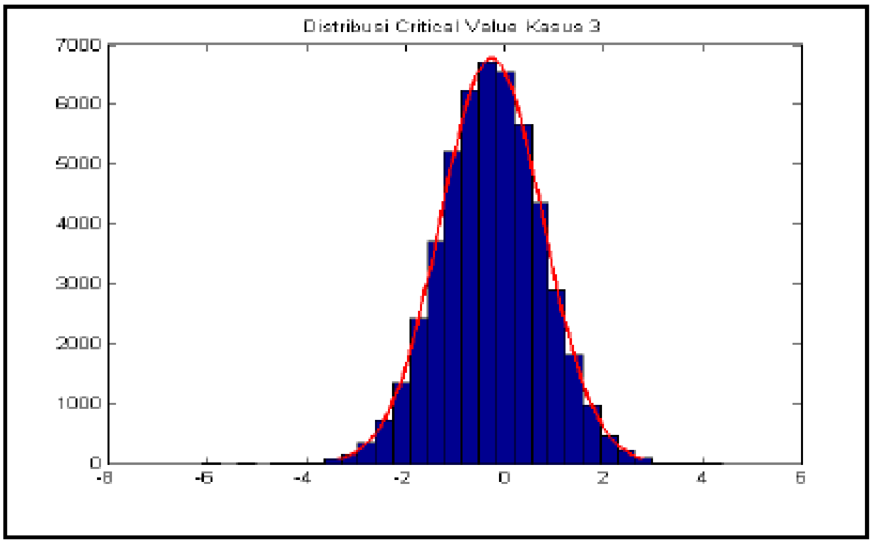
Distribusi titik kritis untuk masing-masing kasus tampak seperti empat gambar berikut:



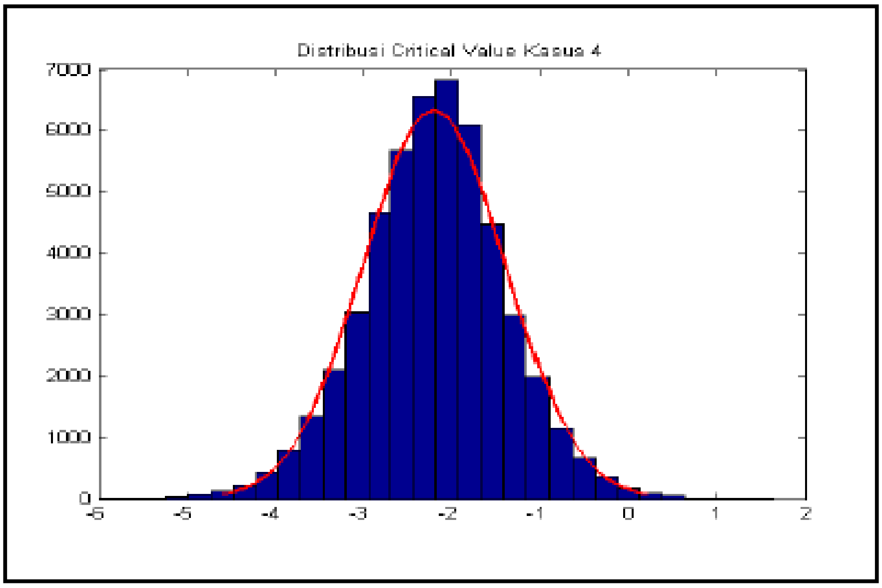
Gambar 2: Distribusi Critical Value Kasus 1



Gambar 3: Distribusi Critical Value Kasus 2



Gambar 4: Distribusi Critical Value Kasus 3



Gambar 5: Distribusi Critical Value Kasus 4

PENUTUP

Distribusi titik kritis untuk t-test proses non*stationer* mendekati normal dengan perulangan simulasi proses random walk yang semakin besar. Hasil perolehan titik kritis ini sudah mendekati dari hasil *Dickey-Fuller Test.* Dari penelitian ini telah diperoleh titik kritis untuk kasus ketiga yang belum ada di tabel hasil *Dickey-Fuller Test.*

Untuk pengembangan penelitian selanjut-nya dapat dilakukan untuk metode selain simulasi atau distribusi critical value pada proses dengan model yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Bibby, John, Prediction And Improved Estimation In Linear Models, John Wiley & Sons, 1979.

[2]. Gujarati, D., Basic Econometrics, McGraw-Hill, Inc., 1978

[3]. Greene, William.H, Econometrics Analysis, Macmillan, Inc., 1995

[4]. Hamilton, D.J., Time Series Analysis, Princeton University Press, New Jersey, 1994.

[5]. Hogg & Craig, Introduction to Mathematical Statistics, Macmillan, Inc., 1978.

[6]. Judge, G.G., et.al., The Theory and Practice of Econometrics, John Wiley & Sons, Inc., 1985.

[7]. Judge, G.G., et.al., Introduction to Theory and Practice of Econometrics, John Wiley & Sons, Inc., 1988.

[8]. Netter, J., et.al., Applied Linear Statistical Models, Richard D.Irwin, Inc., 1990.

[9]. Wonnacot, J.R. & Thomas Wonnacott, Econometrics, John Wiley and Sons, Inc., 1979.

[10]. Walpole & Myers, Probability and Statistics for Engineers and Scientists, Macmillan Inc., 1989.