### KORELACJA CECH WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH I WYTĘŻENIE MATERIAŁU

### JANUSZ MURZEWSKI, ZBIGNIEW MENDERA (KRAKÓW)

### 1. Statystyczne określenie wytężenia

Rozpatrujemy materiał, który pod działaniem naprężenia może ulec zniszczeniu bądź to w formie uplastycznienia, bądź to pęknięcia. Materiał pozostaje niezniszczony, jeśli jednocześnie zachodzą następujące nierówności:

$$(1.1) \sigma_H < Q, \sigma_G < R,$$

gdzie  $\sigma_H$  jest to naprężenie zastępcze ze względu na uplastycznienie, a  $\sigma_G$  naprężenie zastępcze ze względu na pęknięcie. Naprężenie zastępcze rozumie się tak, jak w klasycznej teorii wytężenia; Q jest granicą plastyczności, a R granicą wytrzymałości rozdzielczej. Granice te są skorelowanymi zmiennymi losowymi.

Prawdopodobieństwo, że materiał pozostaje niezniszczony przy ustalonym stanie naprężenia, równa się prawdopodobieństwu spełnienia układu nierówności (1.1):

(1.2) 
$$W = P(\sigma_H < Q, \sigma_G < R),$$

a prawdopodobieństwo zniszczenia:

(1.3) 
$$w = 1 - W = F(Q^*, R^*)$$
 dla  $Q^* = \sigma_H, R^* = \sigma_G$ .

Prawdopodobieństwo w nazywamy wytężeniem materiału, a F(Q, R) jest dystrybuantą dwuwymiarowego rozkładu zmiennych losowych Q i R.

Probabilistyczną definicję wytężenia wprowadził pierwszy z autorów dla ośrodków mikro-niejednorodnych [7]. Oznaczając prawdopodobieństwo mikro-uplastycznienia symbolem  $\varkappa$ , a prawdopodobieństwo mikro-spękania symbolem  $\lambda$  i zakładając stochastyczną niezależność granic mikro-plastyczności i mikro-wytrzymałości, podał on wzór:

(1.4) 
$$\mu = 1 - (1 - \varkappa)(1 - \lambda) = \varkappa - \varkappa \lambda + \lambda,$$

gdzie  $\mu$  jest wytężeniem w sensie mikroskopowym, czyli miarą koncentracji mikro-elementów uszkodzonych w jednostce objętości.

Tenże autor w rozdziale zamieszczonym w monografii o konstrukcjach aluminiowych [4] interpretuje wzór (1.4) w sensie makroskopowym w zastosowaniu do złomu kruchego lub poślizgowego.

W obecnej pracy autorzy rozumieją wytężenie (1.3) również w sensie makroskopowym i jako przykładową bazę empiryczną przyjmują zbiór doświadczeń wykonanych na próbkach makroskopowych przez drugiego z autorów [2]. A więc wytężenie w dla ustalonego naprężenia i materiału równa się granicy, do której dąży częstość zniszczenia w normalnych próbach wytrzymałościowych. Różnica merytoryczna między wzorem (1.3) i (1.4) polega na tym, że dystrybuanta F(Q, R) dla skorelowanych Q i R nie da się napisać za pomocą prawdopodobieństw brzegowych  $\varkappa$  i  $\lambda$ , tak jak to ma miejsce we wzorze (1.4). Ponadto w pracy niniejszej zwrócona jest uwaga na rozbieżność pojęć wytężenia i wadliwości. Wprawdzie wadliwość partii materiału można określić tym samym wzorem (1.3) co wytężenie, ale wtedy przez  $Q^*$ ,  $R^*$  należy rozumieć nie naprężenie zastępcze, a minimalne gwarantowane wartości granicy plastyczności i wytrzymałości:

(1.5) 
$$Q^* = Q_{\min}, \quad R^* = R_{\min}.$$

Jeśli brakiem nazwiemy materiał o cechach nie spełniających układu nierówności, analogicznych do (1.1),

 $(1.6) Q > Q_{\min}, \quad R > R_{\min},$ 

to wadliwość w, określona wzorami (1.3) i (1.5), jest prawdopodobieństwem wypuszczenia braku pod warunkiem, że nie ma kontroli jakości.

W dalszym ciągu pracy przedstawione będą konsekwencje wynikające z różnego interpretowania wartości granicznych  $Q^*$  i  $R^*$  w przypadku wytężenia i wadliwości.

# 2. Rozkład losowych cech wytrzymalościowych

Funkcje rozkładu cech wytrzymałościowych są przedmiotem wielu prac teoretycznych i doświadczalnych [1, 9 i 11]. Najczęściej jednak rozkłady tych cech analizuje się z osobna nie przypuszczając istnienia stochastycznej zależności.

Mając przede wszystkim na uwadze stal konstrukcyjną przyjmujemy normalny łączny rozkład prawdopodobieństw granicy plastyczności Q i wytrzymałości R o gęstości prawdopodobieństw jak następuje:

$$(2.1) \quad f(Q, R) =$$

$$=\frac{1}{2\pi\mu_{Q}\mu_{R}}\sqrt{1-r_{QR}^{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-r_{QR}^{2})}\left[\frac{(Q-\overline{Q})^{2}}{\mu_{Q}^{2}}-2r_{QR}\frac{\overline{Q}-Q}{\mu_{Q}}\frac{R-\overline{R}}{\mu_{R}}+\frac{(R-\overline{R})^{2}}{\mu_{R}^{2}}\right]\right\},$$

gdzie  $\overline{Q}$ ,  $\overline{R}$  oznaczają wartości średnie,  $\mu_Q$ ,  $\mu_R$  odchylenia standardowe,  $r_{QR} = \cos(Q, R)/\mu_Q \mu_R$  współczynnik korelacji.

Odpowiednie rozkłady brzegowe przedstawia rys. 1.

Przy takich założeniach abstrahujemy od tego, że cechy wytrzymałościowe są funkcją stochastyczną punktu ośrodka. Ogranicza to nasze rozważania do elementów konstrukcyjnych o wymiarach mniej więcej tego rzędu, co badane doświadczalnie próbki, i naprężonych równomiernie, choć niekoniecznie jednoosiowo. W ten sposób eliminujemy tzw. efekty skali.

W celu jaśniejszego przedstawienia sprawy i możliwości zilustrowania wywodów realnymi wykresami wyspecyfikowano przykładowe parametry rozkładu prawdopodobieństw.

Analizę statystyczną przeprowadzono na podstawie doświadczeń rozciągania 874 próbek losowo wyciętych z arkuszy blach o grubości 6 mm stali niskostopowej, manganowo-krzemowej 18G2A [2].

Stal ta zyskuje coraz większe znaczenie w zastosowaniach do niektórych rodzajów konstrukcji stalowych, mianowicie tam, gdzie może być wykorzystana jej podwyższona wytrzymałość.

Próby rozciągania przeprowadzono przy kontrolowanych naprężeniach. Wyniki doświadczeń zestawiono w tablicy 1 podając jednocześnie zależność stochastyczną między granicą plastyczności Q i granicą wytrzymałości R.



Rvs.	1
~~,~,	-

Tablica 1. Rozkład empiryczny wartości Q i R stali 18G2A  $n_{ij}$ 

kG/mm <sup>2</sup>					i						
$Q_i$ kG/mm <sup>2</sup>	48–50	50–52	52-54	54-56	56-58	58–60	60–62	62–64	64–66	66–68	ni
30-32	2		•								2
32-34	2	2									4
34-36	2	12	4	1							19
36-38	ļ	30	51	17	1	1					100
38-40		10	74	57	14	1	1				157
40-42		1	16	90	81	26	10				224
42-44			3	23	62	70	20	2			180
44-46				5	15	20	56	13	1		110
46-48					5	8	9	29	4	1	56
48-50								1	9	11	21
50-52										1	1
n_j	6	55	148	193	178	126	96	45	14	13	874

Parametry rozkładu prawdopodobieństw oszacowano na podstawie rozkładu empirycznego jak następuje:

wartości średnie

(2.2)  
$$\overline{Q} \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i Q_i = 41,50 \text{ kG/mm}^2,$$
$$\overline{R} \approx \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{l} n_j R_j = 56,77 \text{ kG/mm}^2;$$

odchylenia średnie

$$\mu_{Q} \approx \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_{i} Q_{i}^{2} - \overline{Q}^{2}} = 3,226 \text{ kG/mm}^{2},$$

$$\mu_R \approx \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^l n_j R_j^2 - \overline{R}^2} = 3,584 \text{ kG/mm}^2,$$

. :

współczynnik korelacji

(2.4) 
$$r_{QR} = \frac{\operatorname{cov}(Q, R)}{\mu_Q \mu_R} \approx \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} n_{ij} Q_{ij} R_{ij} - \overline{Q} \overline{R}}{\mu_Q \mu_R} = 0,809$$

Dystrybuanta rozkładu normalnego wyraża się wzorem symbolicznym

(2.5) 
$$F(Q^*, R^*) = \int_{-\infty}^{Q^*} \int_{-\infty}^{R^*} f(Q, R) dQ dR,$$

i jej wartości oblicza się dla ustalonych  $Q^*$ ,  $R^*$  za pomocą tablic dwuwymiarowego rozkładu normalnego [10].

### 3. Warunki plastyczności i wytrzymalości

Zagadnienie najtrafniejszego wyboru hipotezy wytężeniowej, a więc warunku plastyczności i warunku wytrzymałości, jest w zasadzie zagadnieniem odrębnym [5 i 6].

Dla prostoty przyjmiemy klasyczne hipotezy. Jako pierwszą, najlepszą naszym zdaniem kombinację, przyjmiemy warunek plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego ( $\sigma_H$ ) i warunek wytrzymałości Galileusza ( $\sigma_G$ ). Naprężenia zastępcze wyrażają się następującymi wzorami:

$$\sigma_{H} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2}},$$

(3.1)

$$\sigma_G = \sigma_1, \quad \sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3.$$

Równanie

(3.2) 
$$w(\sigma_H, \sigma_G) = F(\sigma_H, \sigma_G) = \text{const}$$

określa powierzchnię równych wytężeń, która pokrywa się z powierzchnią graniczną naprężeń dla poziomu wytężenia w według definicji probabilistycznej [7].

Powierzchnię graniczną naprężeń wyrazimy analitycznie przy użyciu układu walcowych niezmienników naprężenia  $\sigma_A, \sigma_D, \omega_\sigma$ .

Walcowym układem niezmienników względnie współrzędnych w przestrzeni naprężeń nazywa się następującą transformację naprężeń głównych:

(3.3)  

$$\sigma_{A} = \sqrt{\frac{1}{3}} (\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}),$$

$$\sigma_{D} = \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2}},$$

$$\omega_{\sigma} = \arcsin \frac{\sigma_{2} - \sigma_{3}}{\sqrt{2}\sigma_{D}} = \operatorname{arctg} \frac{\sigma_{2} - \sigma_{3}}{\sqrt{3}\sigma_{1} - \sigma_{A}}.$$

(2.3)

Zapis analityczny warunku plastyczności i warunku wytrzymałości we współrzędnych walcowych jest następujący:

(3.4) 
$$\sigma_{H} = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_{D}, \quad \sigma_{G} = \sqrt{\frac{1}{3}} \sigma_{A} + \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{D} \cos \omega_{\sigma},$$

a interpretację geometryczną podaje rys. 2.





Ślady przecięcia powierzchni granicznej z pękiem płaszczyzn przechodzących przez oś  $\sigma_A$  dla różnych kątów  $\omega_\sigma$  dają proste  $\sigma_B$  dla warunku plastyczności i proste  $\sigma_G$  dla warunku wytrzymałości.

Wprowadzamy parametr t:

$$(3.5) t = \frac{\sigma_L}{\sigma_L}$$

i przyporządkowujemy każdej prostej drodze obciążenia wychodzącej z punktu początkowego  $\sigma_A = 0$ ,  $\sigma_D = 0$  określoną wartość tego parametru. A zatem przy ustalonym kącie  $\omega_{\sigma}$ mamy również linię prostą na płaszczyźnie naprężeń zastępczych  $\sigma_H$ ,  $\sigma_G$ . Jej równanie uzyskujemy ze wzoru (3.4):

(3.6) 
$$\sigma_G = \left(\frac{\sqrt{2}}{3t} + \frac{2}{3}\cos\omega_\sigma\right)\sigma_H$$

co obrazuje rys. 3.

Analogicznie, przy założeniu innych warunków wytrzymałościowych można zbudować inne warianty powierzchni granicznych w przestrzeni naprężeń głównych i pęku prostych na płaszczyźnie naprężeń zastępczych.



Rys. 3





Na przykład dla kombinacji warunku plastyczności Treski-Guesta i warunku wytrzymałości St Venanta:

(3.7) 
$$\sigma_T = \sigma_1 - \sigma_3, \quad \sigma_V = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)$$

otrzymuje się proste proporcjonalnego obciążenia na płaszczyźnie naprężeń zastępczych wg wzoru:

(3.8) 
$$\sigma_{\nu} = \left[\frac{1-2\nu}{\sqrt{2}t} + (1+\nu)\cos\omega_{\sigma}\right] \frac{\sigma_{T}}{\frac{3}{2}\cos\omega_{\sigma} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega_{\sigma}}$$

Warunek analogiczny do (3.2):

(3.9)  $w(\sigma_T, \sigma_V) = \text{const}$ 

określa odpowiednią powierzchnię graniczną w przestrzeni naprężeń, co obrazuje rys. 4.

# 4. Ustalenie poziomu wytężenia

Wykresy w = const na rys. 2, 3, 4 wykonane są dla ustalonego konkretnego poziomu wytężenia w = 2,22 % (tabl. 2).

Różnice krzywoliniowych wykresów granicznych w stosunku do linii łamanych wynikających z deterministycznych «zjednoczonych» hipotez byłyby inne dla niższych lub wyższych poziomów wytężenia.

Wartość 2,22 % obliczono przyjmując, że dla jednoosiowego stanu naprężenia argument dystrybuanty wynosi 35 kG/mm<sup>2</sup>, a zatem:

(4.1) 
$$w = P(Q < k^*, R < k^*) = 1 - \int_{k^*}^{\infty} \int_{k^*}^{\infty} f(Q, R) dQ dR = 0,0222$$

dla  $k^* = 35 \text{ kG/mm}^2 \text{ i } f(Q, R) \text{ wg wzorów (2.1), (2.2), (2.3), (2.4).}$ 

Przyjęta wartość  $k^*$  jest nieco mniejsza niż normatywna minimalna granica plastyczności  $Q_{\min} = 36 \text{ kG/mm}^2$  dla stali 18G2A i grubości 4–16 mm, ale większa niż tzw. naprężenie graniczne  $K = 30 \text{ kG/mm}^2$  (dla metody obliczeń uwzględniającej współczynniki przeciążenia) i większa niż naprężenie dopuszczalne  $k = 25 \text{ kG/mm}^2$  (określone z zastosowaniem pełnego współczynnika bezpieczeństwa). Wartość  $k^*$  ma znaczenie przykładowe. Racjonalne, obiektywne jej wyznaczenie wymagałoby sprecyzowania przeznaczenia konstrukcji i kosztu awarii oraz zastosowania metod optymalizacyjnych teorii bezpieczeństwa [8].

Istotną i ważną rzeczą, którą szczególnie chcemy podkreślić, jest, że wytężenie w = 2,22 % zostało obliczone wg (4.1) po podstawieniu we wzorze (1.3) równych wartości:

(4.2) 
$$\sigma_H = \sigma_G = k^*,$$

co odpowiada punktowi położonemu na prostej nachylonej pod kątem 45° względem osi układu naprężeń zastępczych (rys. 3). Równość naprężeń zastępczych (4.2) jest tu konieczna, bo przy jednoosiowym stanie naprężenia wynika ona z definicji naprężenia zastępczego.

Natomiast jeślibyśmy określali wadliwość, to możemy ustalić dowolne proporcje  $Q_{\min}$  i  $R_{\min}$  i na ogół ustala się:

$$(4.3) Q_{\min} \neq R_{\min},$$

bowiem racjonalne podejście do sprawy ustalenia nominalnych wartości  $Q_{\min}$  i  $R_{\min}$  w świetle pracy [3] polega raczej na tym, by zrównać częstość występowania braków

Lp.	Stan naprężenia							σ <sub>D</sub>	$\sigma_G = \left(\frac{\sqrt{2}}{3t} + \frac{2}{3}\cos\omega_\sigma\right)\sigma_H$			
	Określenie	Naprężenie główne			Współrzędne walcowe			$i = \frac{\sigma_A}{\sigma_A}$	Wzór ogólny	Wartość	Wartość	w(σ <sub>H</sub> , σ <sub>G</sub> )
			σ <sub>2</sub>	σ <sub>3</sub>	σΑ	$\sigma_D$	ωσ	<u>i</u>		$\sigma_{II}$ (kG/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_G (kG/mm^2)$	
1.	Jednoosiowe rozciąganie	σ	0	0	$\sqrt{\frac{1}{3}}\sigma$	$1/\frac{2}{3}\sigma$	0°	$\sqrt{2}$	$\sigma_G = \sigma_H = k^*$	35,00	35,00	0,0222
2.	Dwuosiowe rozciąganie	σ	σ	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma$	$\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma$	60°	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sigma_G = \sigma_H$	35,00	35,00	0,0222
3.	Czyste ścinanie	σ	0	-σ	0	$\sqrt{2}\sigma$	30°	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	$\sigma_G = \sqrt{\frac{1}{3}} \sigma_H$	35,00	20,20	0,0222
4.	Jednoosiowe ściskanie	0	0	-σ	$-\sqrt{\frac{1}{3}}\sigma$	$\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma$	60°	$-\sqrt{2}$	$\sigma_G = 0$	35,00	0	0,0222
5.	Dwuosiowe ściskanie	0	-σ	$-\sigma$	$\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma$	$\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma$	0°	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sigma_G = 0$	35,00	0	0,0222
6.	Trójosiowe rozciąganie	σ	σ	σ	<u>√</u> 3σ	0	dowolne	0	$\sigma_G = \sqrt{\frac{1}{3}} \sigma_A$	0	49,57	0,0222
7.	Trójosiowe rozciąganie	σ	σ	$\frac{1}{2}\sigma$	$\frac{5}{2\sqrt{3}}\sigma$	$\sqrt{\frac{1}{6}\sigma}$	60°	$\frac{\sqrt{2}}{5}$	$\sigma_{\rm G}=2\sigma_{\rm H}$	24,75	49,50	0,0222
8.	Trójosiowe rozciąganie	σ	σ	$\frac{1}{4}\sigma$	$\frac{9}{4\sqrt{3}}\sigma$	$\frac{6}{4}$	60°	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\sigma_G = 1, 5\sigma_H$	33,00	49,50	0,0222
9.	Trójosiowe rozciąganie	σ	$\frac{1}{2}\sigma$	$\frac{1}{2}\sigma$	$\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma$	$\sqrt{\frac{1}{6}}\sigma$	0°	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sigma_G = 2\sigma_H$	24,75	49,50	0,0222
10.	Trójosiowe rozciąganie	σ	$\frac{9}{16}\sigma$	$\frac{9}{16}\sigma$	1,23σ	0,36σ	0°	0,291	$\sigma_G = 2,287\sigma_H$	21,60	49,50	0,0222
11.	Trójosiowe rozciąganie	σ	$\frac{1}{4}\sigma$	$\frac{1}{4}\sigma$	$\frac{3}{2\sqrt{3}}\sigma$	$\frac{\sqrt{6}}{4}\sigma$	0°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sigma_G = \frac{4}{3} \sigma_H$	35,00	46,70	0,0222
12.	Trójosiowe rozciąganie	σ	$\frac{1}{3}\sigma$	$\frac{1}{3}\sigma$	$\frac{5}{3\sqrt{3}}\sigma$	$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma$	0°	$\frac{2}{5}\sqrt{2}$	$\sigma_G = 1,5\sigma_H$	33,00	49,50	0,0222
13.	Trójosiowe rozciąganie	σ	0,28σ	0,28σ	0,90σ	0,59σ	0	0,655	$\sigma_G = 1,387\sigma_H$	34,70	48,10	0,0222

Tablica 2. Numeryczne wyliczenie granicznych tensorów naprężenia dla  $w(\sigma_H, \sigma_G) = \text{const}$ 

[<sup>42</sup>]

o zaniżonym Q lub R, a uzyskuje się to wtedy, gdy  $Q_{min}$  i  $R_{min}$  są kwantylami tego samego rzędu rozkładów brzegowych, czyli

(4.4) 
$$Q_{\min} = Q - \lambda \mu_Q, \quad R_{\min} = \overline{R} - \lambda \mu_R,$$

gdzie  $\lambda = \text{const}$  jest standaryzowanym odchyleniem granicznym, będącym funkcją wadliwości parametrycznej.

Na zakończenie poruszymy jeszcze kwestię związku wytężenia z bezpieczeństwem. Otóż uważamy, że nawet w najprostszym jednorodnym polu naprężeń, działającym w elemencie konstrukcyjnym, nie są to pojęcia ściśle z siebie wynikające. Bowiem ten sam element projektowany dla wielu powtarzalnych budowli, mających pracować w tych samych warunkach, narażony bywa w rzeczywistości na niekoniecznie takie same obciążenia. Trzeba więc zrezygnować z postulatu stałości naprężenia i analizować bezpieczeństwo traktując także obciążenia jako zmienną losową.

#### Literatura cytowana w tekście

- 1. А. М. ДЛИН, Математическая статистика в технике, Советская Наука, Москва 1958.
- 2. Z. MENDERA, Wytężenie spoiny czolowej w połączeniach stali konstrukcyjnej o podwyższonej wytrzymalości, Rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 1964.
- 3. Z. MENDERA, Korelacja cech wytrzymalościowych stali i jej wpływ na wadliwość, Arch. Inżyn. Lądowej, 1966.
- 4. R. MROMLIŃSKI, Konstrukcje aluminiowe, Wyd. II, Arkady, Warszawa 1964.
- 5. J. MURZEWSKI, Z. MENDERA, Yield surface of steel determined by semi-empirical method, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci., Techn., 7, 11 (1963).
- 6. J. MURZEWSKI, Z. MENDERA, Wytrzymałość stali i żeliwa w ogólnym stanie naprężenia, PAN i PZITB, Konstrukcje stalowe w budownictwie i mostownictwie, Księga pokonferencyjna, Arkary, Warszawa 1960, 243.
- 7. J. MURZEWSKI, A probabilistic theory of plastic and brittle behaviour of quasi-homogeneous materials, Arch. Mech. Stos., 2, 12 (1960), 203.
- 8. J. MURZEWSKI, Wprowadzenie do teorii bezpieczeństwa konstrukcji, PWN, Warszawa 1963.
- 9. J. Ryś, Zależność statystyczna  $R_r$  i  $a_5$  od skladu chemicznego w stalach konstrukcyjnych węglowych wyższej jakości, Arch. Hutn., 2, 4 (1961), 147.
- 10. Н. В. СМИРНОВ, Л. Н. ВОЛШЕВ, Таблицы для вычисления функции двумерного нормального распределения, АН СССР, Москва 1962.
- 11. W. WIERZBICKI, Obiektywne metody oceny bezpieczeństwa konstrukcji budowlanych, PWN, Warszawa 1961.

## Резюме

### КОРРЕЛЯЦИЯ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ И НАПРЯЖЕННОСТЬ МАТЕРИАЛА

Для конструкционной стали предполагается двумерное, нормальное распределение предела текучести Q и предела прочности R, f(Q, R) и определяются все пять параметров этого распределения, а именно: средние значения  $\overline{Q}$  и  $\overline{R}$ , среднее отклонение  $\mu_Q$  и  $\mu_R$ , а также коэффициент корреляции  $r_{QR}$  — с использованием статистического анализа. Статистический анализ проводился на основе результатов испытаний на растяжение 874 образцов, случайно вырезанных из листов низколегированной, марганцево-кремниевой стали толциной 6 мм.

Полученные результаты дают возможность определить предел разрушения при одноосном напряженном состоянии, понимаемый как объединение (в смысле теории вероятности) предела пластичности Q и предела прочности R для заданного уравня натуги.

Натуга понимается как вероятность и может быть выражена при помощи двумерных функций распределения предела текучести и предела прочности, на основе формулы (4.1).

Понятие предела разрушения обобщается на случай сложного напряженного состояния. Это приводит к граничным поверхностям, построенным для заданного уровня натуги 2,22% и для комбинации условий пластичности и прочности Губера-Мизеса-Генки и Галилея, а затем Треска и Сен-Венана.

Далее, уточняется взаимосвязь понятия натуги в вероятностном смысле и понятия прочности употребляемого при статистическом контроле качества.

#### Summary

## THE CORRELATION OF STRENGTH PROPERTIES AND MATERIAL UNSERVICEABILITY

Two dimensional normal distribution of yield limit Q, and cleavage limit R, f(Q, R), has been assumed for structural steel, A set of five parameters of the distribution has been found by means of statistical analysis, namely:

mean values  $\overline{Q}$  and  $\overline{R}$ , mean deflection  $\mu_Q$  and  $\mu_R$  as well as the correlation coefficient  $r_{QR}$ .

The statistical analysis was carried out on the basis of 874 test specimens cut out from low alloy manganese silicon steel sheet 6 mm thick.

The results allow to define a failure limit in uniaxial stress meant as an alternative of yield limit Q and cleavage limit R (in probabilistic meaning) for given unserviceability level.

The unserviceability is considered as probability and may be expressed with the help of the cumulative function of the two-dimensional yield limit and cleavage distribution by the formula (4.1). The definition of the failure limit is generalized for three-axial stress states and limit surfaces are derived for the given unserviceability level 2.22% and for the combination of either Huber-Mises-Hencky and Galileo or Tresca and St. Venant yield and fracture conditions.

Further a relation between unserviceability in probabilistic meaning and defectiveness as applied in statistical control of quality has been defined.

------