MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA 3, 10 (1972)

O PEWNYM PRZYPADKU ANALIZY KONCENTRACJI NAPREŻEŃ METODA ELASTOOPTYCZNA

STEFAN CIEŚLA, WOJCIECH SITKO (GLIWICE)

W wielu przypadkach elementów konstrukcji skomplikowanych pod względem kształtu lub schematu statycznego, przeprowadzenie analizy stanu naprężenia na drodze doświadczalnych badań modelowych jest o wiele skuteczniejsze, aniżeli na drodze analitycznej.

W artykule przedstawiony jest przykład zastosowania metody elastooptycznej do analizy koncentracji naprężeń w stalowej belce (stal 18G2A) osłabionej szeregiem regularnie



Rys. 1. Schemat belki stanowiącej przedmiot badań modelowych

rozstawionych otworów i poddanej działaniu obciążenia układem dwóch sił skupionych (rzędu tysiąca ton każda) – przy pominięciu wpływu ciężaru własnego. Przedstawione uwagi dotyczą rezultatów tylko części badań modelowych dla danego obiektu.

Belka (rys. 1) stanowi podstawową część konstrukcji urządzenia technologicznego przeznaczonego do prostowania blach, a zaprojektowanego w wersji prototypu dla jednego z zakładów produkcyjnych.

S. CIEŚLA, W. SITKO

Obiekt konstrukcyjny w schematycznym ujęciu przedstawić można jako belkę wolnopodpartą (A), na której ustawione są dwie głowice — nieruchoma (B) i przestawna (C). Głowica nieruchoma może realizować siłę P, rozciągającą blachę umieszczoną między głowicami (B) i (C). Linia działania sił P jest równoległa do osi podłużnej belki. W ten sposób, przy pominięciu wpływu ciężaru własnego, ustrój można traktować jako wewnętrznie statycznie zrównoważony. Głowica przestawna zamocowana jest przy pomocy sworznia (E) i opiera się dodatkowo na płycie centrującej (D). Siłę P działającą na głowicę przedstawić można przy pomocy dwóch jej składowych, z których jedna, P_1 , przyłożona jest prostopadle do górnego pasa belki, druga — ukośna P_2 , dociska przez sworzeń do powierzchni otworu (rys. 2). Otwór wzmocniony jest wprasowaną dwudzielną tuleją (rys. 3)



Rys. 2. Model przyjęty do badań

wykonaną z odpowiednio dobranego tworzywa. Koncentracja naprężeń, jaka wystąpi przy docisku sworznia, jest w tym przypadku decydującym czynnikiem przy wymiarowaniu konstrukcji.

Wymiarowanie konstrukcji przeprowadzone zostało przez projektantów w oparciu o podstawowe relacje wytrzymałości materiałów, jak dla klasycznego ustroju belkowego. Relacje te umożliwiły, i to w sposób przybliżony, określenie tylko wielkości σ_y i τ_{xy} (rys. 1b). Określenie wszystkich składowych stanu naprężenia, jak i ustalenie stref koncentracji, w oparciu o wyniki przeliczeń wytrzymałościowych było jednak niemożliwe. Otrzymane wielkości naprężeń w miejscach przewidywanych zaburzeń zostały w rezultacie zwiększone przez wprowadzenie współczynników korygujących, ustalonych w różny sposób na drodze poszukiwań w literaturze fachowej podobnych rozwiązań konstrukcyjnych. Ponadto wymiarowanie konstrukcji przeprowadzono z dużym zapasem bezpieczeństwa, zaniżając znacznie wartości naprężeń dopuszczalnych (w omawianym przypadku w stosunku do $k_{r,c} = 2000 \text{ kG/cm}^2$). Z uwagi na niezmiernie odpowiedzialny charakter konstrukcji, zweryfikowano otrzymane rezultaty przeliczeń i wymiarowania na drodze badań modelowych metodą elastooptyczną.

Dominujący wpływ obciążenia użytkowego skłonił autorów do pominięcia w badaniach wpływu ciężaru własnego konstrukcji. To uproszczenie, przy wewnętrznie zrównoważonym układzie sił obciążających i symetrii kształtu konstrukcji, pozwoliło na przyjęcie do badań modelowych schematu zastępczego w postaci wspornika-tarczy (rys. 2), zamocowanego w przekroju odpowiadającym osi symetrii układu rzeczywistego.

W rozważaniach siłę P, działającą w stosunku do osi belki na mimośrodzie, zastąpiono zgodnie z rzeczywistym oddziaływaniem głowicy, statycznie równoważnym układem sił P_1 i P_2 (rys. 2), co ułatwiło realizację obciążenia modelu. Obciążenie realizowane było w sposób mechaniczny przez układ ciężarków, przykładanych w równych odstępach czasu. Intensywność obciążenia zwiększano sukcesywnie dla siły P_2 od 0 do 30 kG; dla siły P_1 dane te wynoszą odpowiednio od 0 do 42,3 kG, co 7,05 kG. Przy wykonywaniu modelu pominięto cały szereg szczegółów oprzyrządowania technologicznego związanego z układem podstawowym, mającym minimalny wpływ na pracę statyczno-wytrzymałościową obiektu.

Do badań modelowych użyto płyt wykonanych z żywic epoksydowych typu EPIDIAN produkcji krajowej. Tworzywo, otrzymane przez polimeryzację na gorąco, stanowiło



kompozycję dwóch składników: EPIDIANU 2-70% i EPIDIANU 5-30%. Stała modelowa (wartość izochromy) dla badanego tworzywa $K = 13,25 \text{ kG/cm}^2 \times \text{rząd}$. Skala modelowa ograniczona została średnicą pola widzenia polaryskopu (Ø 300 mm). Ze względów tak technologicznych, jak i konstrukcyjnych, interesujące okazało się określenie rozkładu naprężeń wzdłuż przekroju *I-I* (rys. 2). Jak wykazały późniejsze badania, przekrój ten został w rzeczywistości poprowadzony przez obszar największej koncentracji naprężeń.

Określenie składowych płaskiego stanu naprężenia na podstawie znanych rozkładów rzędów izochrom i parametrów izoklin przeprowadzono metodą numeryczną, wykorzystując różnicową postać warunków równowagi (tzw. metoda różnic naprężeń stycznych). Wzdłuż omawianego przekroju ustalono 76 punktów pomiarowych z tym, że odległości między nimi są odcinkami różne (w skali modelu od 0,5 do 2 mm). Najmniejszą odległość między punktami pomiarowymi przyjęto przy górnej krawędzi belki, w obszarze na wy-sokości otworów (rozmieszczenie punktów pomiarowych podano na rys. 4).

Badania przeprowadzono na polaryskopie z powierzchniowym źródłem światła monochromatycznego i białego, o kołowej i liniowej polaryzacji. Polaryzację kołową otrzymano przez zastosowanie celofanowych płytek ćwierćfalowych. Rozkład izochrom analizowano w świetle monochromatycznym przy różnych wartościach obciążenia. Rzędy izochrom rozpoznawano w świetle białym. Parametry izoklin analizowano w świetle białym przy różnym obciążeniu, zachowując podział co 5°. Określenie rzędów izochrom całkowitych nie przysporzyło najmniejszych trudności, w przeciwieństwie do izoklin. W kilku przypadkach przy ustalaniu przebiegu izoklin musiano się uciec do pomocy identycznego co do kształtu modelu wykonanego ze szkła organicznego.



Rys. 5. Izochromy rzędów całkowitych w modelu belki z otworami

Otrzymane w czasie badań obrazy odwzorowywane były techniką fotografowania na błonach produkcji NRD — ORWO o czułości 10 DIN. Zdjęcia robiono w jednakowych odstępach czasu od chwili przyłożenia obciążenia. Celem zwiększenia dokładności odczytu, rozkłady rzędów izochrom i parametrów izoklin analizowano przy powiększeniu czterokrotnym w stosunku do wymiarów modelu. Żądane powiększenie zrealizowano przez rzutowanie odpowiedniej klatki filmu na pokryty kalką techniczną szklany ekran. Otrzymany obraz można było wtedy dokładnie przerysować nie zasłaniając pola widzenia.

Pomiary przeprowadzono w pomieszczeniu o temperaturze $\sim 21^{\circ}$ C, przy wilgotności względnej powietrza $\sim 70\%$.







Na załączonych zdjęciach (rys. 5, 6 i 7) przedstawiono obrazy izochrom rzędów całkowitych dla modelu i rzędów całkowitych oraz połówkowych dla jego fragmentu, obejmującego tylko strefę największej koncentracji. Na rys. 8 przedstawiono zbiorczy wykres izoklin dla fragmentu modelu wzdłuż przekroju, w którym analizowano stan naprężenia. Rozkłady rzędów izochrom i parametrów izoklin wzdłuż określonego przekroju przedstawione są na rys. 9.

W wyniku przeprowadzonych rozważań i przeliczeń otrzymano wykresy obrazujące zmianę rozkładu naprężeń σ_x , σ_y i τ_{xy} oraz naprężenia zredukowanego σ_{red} wzdłuż przekroju *I-I* dla modelu. Rezultaty w przeliczeniu na obiekt rzeczywisty podane są na rys. 10 i 11.



Rys. 9. Rozkład izochrom i parametrów izoklin wzdłuż przekroju I-I



9 Mechanika Teoretyczna

÷.,



Rys. 11. Rozkład naprężeń σ_x , σ_y i τ_{xy} w fragmencie przekroju (obszar koncentracji)

Przeprowadzona w kolejności analiza stanu naprężenia pozwoliła na wyciągnięcie szeregu wniosków dla obiektu rzeczywistego.

1. Rozciągające naprężenia normalne σ_x , określone na podstawie badań elastooptycznych, rozłożone są na długości od górnej krawędzi belki do punktu pomiarowego Nr 60, o odciętej x = 198 cm (wymiary z przeliczenia skali modelu na obiekt rzeczywisty zaokrąglono z dokładnością do centymetra). Naprężenia te posiadają ten sam rząd wielkości, co i naprężenia σ_y (max $\sigma_x = 0.7 \max \sigma_y$) i ich wpływ nie może być pominięty przy wymiarowaniu konstrukcji.

2. W przekroju *I-I* występują trzy warstwy obojętne, przechodzące przez punkty o odciętych $x_1 = 37$ cm, $x_2 = 55$ cm i $x_3 = 211$ cm. Konsekwencją jest otrzymanie dwóch obszarów poddanych działaniu naprężeń ściskających i dwóch — naprężeń rozciągających. W punktach wskazanych przez x = 27 cm i x = 42 cm mamy do czynienia: w przypadku pierwszym — z bezwzględnym ekstremum naprężeń ($\sigma_y = -606$ kG/cm²) dla przekroju *I-I*, w drugim — z naprężeniami znacznie mniejszymi co do wartości liczbowej, ale o przeciwnym znaku ($\sigma_y = +190$ kG/cm²). Obydwa ekstrema znajdują się w partii pasa górnego, osłabionej otworami.

3. Rozkład naprężeń stycznych wskazuje na zmianę ich kierunku w obszarze ograniczonym odciętymi: x = 32 cm i x = 52 cm. Strefa ta znajduje się na wysokości otworów pasa górnego. Bezwzględne ekstremum naprężeń stycznych max $\tau = 316$ kG/cm² – zachodzi dla x = 22 cm.

 \rightarrow 4. Obliczając według hipotezy HUBERA największe wytężenie materiału, otrzymano ekstremum funkcji σ_{red} w punkcie Nr 16, o odciętej x = 26 cm. Ekstremum $\sigma_{red} = 960 \text{ kG/cm}^2$ wskazuje, iż naprężenia dopuszczalne $k_{r,c} = 2000 \text{ kG/cm}^2$, w przekroju *I-I*, nie będą przekroczone.

5. Na podstawie obrazu izochrom można wnioskować, że bezwzględne ekstremum funkcji σ_{red} może zachodzić na wysokości punktu pomiarowego Nr 18, o odciętej x == 29 cm, o około 9 cm w prawo od przekroju *I*-*I* (w tzw. punkcie Bielajewa). W punkcie tym określono rząd izochromy $\delta = 8,6$, podczas gdy w odpowiednim punkcie leżącym na tej samej wysokości, a przyporządkowanym do przekroju I-I, rząd izochromy $\delta = 6.1$ (procentowo wzrost o 40%). Powyższy punkt znajduje się w niewielkim oddaleniu od punktu przyłożenia siły P_2 , która w rzeczywistym obiekcie realizowana jest przez docisk sworznia o średnicy równej średnicy otworu. Sworzeń dociska do tworzywa belki przez tuleję o grubości ścianki 20 mm. Tuleja zwiększa strefę docisku, a tym samym zmniejsza bezpośrednio koncentrację naprężeń. Z uwagi na to, że w badaniach modelowych nie zastosowano tulei powodującej podobne powiększenie strefy docisku, można przyjąć, że koncentracja naprężeń w modelu była większa niż w obiekcie rzeczywistym. Wynika stąd, że maksymalne naprężenia w obiekcie rzeczywistym są z pewnością mniejsze od naprężeń obliczonych powyżej, na podstawie badań modelowych metodą elastooptyczną. Pozwoliło to na sformułowanie końcowego wniosku o bezpiecznej pracy omawianego obiektu, a nawet wskazało na możliwość wprowadzenia szeregu zmian, w kierunku ekonomicznego zwymiarowania niektórych elementów konstrukcyjnych.

Literatura cytowana w tekście

- 1. M. M. FROCHT, Photoelasticity, S. Wiley Sons Inc., New York-London 1962.
- 2. Г. Н. Слвин, Распределение напряжений около отверствии, Изд. Наукова Думка, Киев 1968.
- 3. Е. И. Комский, Исследование напряжений вокруг камер в зависимости от их шиоины, Сб. трудов ДТИ, 44, (1964).
- 4. И. И. Буглков, Исследование оптическим методом концентрации напряжений в растягиваемой плоскости с круговым вырезом, Ж. прик. мех. ч тех. физ., 6, (1964).

S. CIEŚLA, W. SITKO

Резюме

О НЕКОТОРОМ СЛУЧАЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ

В работе представлен случай исследования концентрации напряжений в стальной детали в виде балки с регулярно распределенными отверстиями, находящейся в плоском напряженном состоянии под действием сосредоточенных сил. Исследование проведено на модели, по методу фотоупругости. Дан анализ распределения составляющих плоского напряженного состояния вдоль прямой, проведённой через область концентрации напряжений. Концентрация напряжений происходит от нажима болта головки, создающей на стенке одного отверстия рабочее усилие 1,2 · 10⁶ кГ.

Полученные результаты служат проверке правильности расчёта поперечных размеров исследуемой детали.

Summary

ON A CERTAIN CASE OF ANALYSIS OF STRESS CONCENTRATION BY THE PHOTO-ELASTIC METHOD

In the paper is described a case of model testing of a structural element designed to be made of steel. This element constitutes the fundamental part of a technological device of the scheme of a beam weakened by a regular row of holes. By means of the photo-elastic method the components of the plane state of stress are analyzed in the cross-section passing through the concentration zone. The stress concentration is produced by the pressure of the bolt head (transmitting the force of the order of $1.2 \cdot 10^6 \, kG$) exerted on the edge of the hole. The results obtained allow for the estimation of the quality of the structural design

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 17 lutego 1971 r.; po raz drugi dnia 4 października 1971 r.