MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA 4, 15 (1977)

# LEPKOSPRĘŻYSTE CHARAKTERYSTYKI GUMY I TULEJOWYCH GUMOWO-METALOWYCH ŁĄCZNIKÓW TYPU «SILENTBLOCK»

KAROL WYLEŻYCH (GLIWICE)

### 1. Wstęp

Zastosowanie gumy, jako tworzywa konstrukcyjnego, w przemyśle maszynowym i motoryzacyjnym w ciągu ostatnich lat znacznie wzrosło i stało się przedmiotem licznych prac teoretycznych i doświadczalnych [1 - 7]. Ze względu na rozpraszanie znacznych energii przez gumę poddaną zmiennym w czasie odkształceniom wytwarza się z niej wszelkiego rodzaju amortyzatory, wibroizolatory, opony, zderzaki, sprzęgła elastyczne, tłumiki drgań, łączniki sprężyste itp. Elementy gumowe wchodzące w skład prawie wszystkich zespołów pojazdu mechanicznego w poważnym stopniu redukują przenikanie do nadwozia hałasu i drgań, wpływają korzystnie na działanie samych mechanizmów i decydują o przydatności pojazdu, jego zdolnościach eksploatacyjnych, ekonomiczności czy komforcie jazdy.

Guma jest polimerem cechującym się specyficznymi własnościami, jej zależność naprężenie-odkształcenie zależy od rodzaju stanu odkształcenia i jego prędkości. Jak dowodzi statystyczna teoria ośrodków kauczukopodobnych, podlegają one prawu Hooke'a przy ścinaniu, natomiast nie podlegają temu prawu przy rozciąganiu lub ściskaniu [8]. Dlatego też charakterystyki mechaniczne próbki gumowej mogą różnić się od charakterystyk określonych postaci konstrukcyjnych, jakimi są wszelkiego rodzaju tulejowe łączniki gumowo-metalowe. Łączniki te składają się głównie z dwóch współosiowych tulei metalowych, pomiędzy którymi znajduje się guma w sposób trwały powiązana z obu tulejami [6, 9]. Ze względu na technologię wykonania łączniki te dzielimy na: a) silentblocki, b) flexiblocki.

Silentblock (rys. 1a) składa się z dwóch współosiowych tulei metalowych, pomiędzy które wprasowano pod dużym naciskiem tuleję gumową. W trakcie wykonywania silentblocku uzyskuje się w nim wstępny stan naprężenia, na skutek którego powstaje trwałe połączenie pomiędzy tulejami metalowymi a gumą.

Flexiblock (rys. 1b) składa się zasadniczo z dwóch tulei metalowych, także współosiowych, pomiędzy którymi została zwulkanizowana guma.

W przeważającej liczbie przypadków wykonane dotąd prace badawcze dotyczą określenia różnych własności reologicznych gum przy jednoosiowym stanie naprężenia, głównie przy ściskaniu, np. własności relaksacyjnych gum tzn. postaci modulu sprężystości podłużnej, czasu relaksacji czy dyskretnych widm czasów relaksacji [10 - 12].

W pracy [13] FORYSIOWIE, dla walca wykonanego z pewnego gatunku gumy miękkiej poddanego skręcaniu, zbadali jego pełzanie, drgania własne oraz zależność amplitudy drgań wymuszonych od częstotliwości momentu wymuszającego. Pewne własności reologiczne walców gumowych wyznaczone z prób statycznego pełzania zostały opublikowane przez autora w pracach [14, 15], a niektóre charakterystyki dynamiczne w pracy [16].



Rys. 1. Tulejowe gumowo-metalowe łączniki sprężyste: a) silentblock, b) flexiblock

Prac badawczych poświęconych gumowo-metalowym łącznikom sprężystym jest niewiele. Wynika to przede wszystkim z braku specjalistycznego oprzyrządowania czy też gotowych stanowisk badawczych oraz spowodowane jest tajemnicą strzeżoną przez poszczególne firmy produkujące te elementy. Najbardziej zaawansowane w tej dziedzinie są prace badaczy radzieckich [17 - 23].

### 2. Cel badań

W badaniach dążono do określenia różnic występujących między charakterystykami reologicznymi przy odkształceniu postaciowym dwóch gatunków gumy oraz tulejowymi łącznikami sprężystymi, w których guma poddana została wstępnemu sprężeniu powstającemu w trakcie montażu silentblocku.

Wyniki badań statycznych oparto na długotrwałych próbach pełzania w temperaturze otoczenia przeprowadzonych przy różnych poziomach naprężeń, a wyniki badań dynamicznych — na dynamicznej relaksacji przy stałej amplitudzie odkształcenia mieszczącej się w zakresie liniowym, stosując różne częstości.

### 3. Matematyczny opis poszukiwanych wielkości

Opisane w niniejszej pracy funkcje lepkosprężyste odnoszą się do izotermicznego procesu odkształcania ośrodka izotropowego, podlegającego zasadzie superpozycji Boltzmanna, stanowiącej podstawę teorii ciał liniowo lepkosprężystych.

Dla ciał tych zależności między składowymi dewiatora stanu naprężeń  $s_{ii}$  a składowymi dewiatora stanu odkształceń  $\varepsilon_{ii}$  oraz naprężeniem hydrostatycznym  $\sigma_0$  a odkształceniem objętościowym  $\theta$  można zapisać w postaci [24, 25]

- 00

(1) 
$$\varepsilon_{ij}(t) = \frac{1}{2G_0} \Big[ s_{ij}(t) + \int_{-\infty}^{t} \Pi(t-\tau) s_{ij}(\tau) d\tau \Big],$$
(2) 
$$\theta(t) = \frac{1}{K_0} \Big[ \sigma_0(t) + \int_{0}^{t} \Pi_0(t-\tau) \sigma_0(\tau) d\tau \Big],$$

przedstawiającej sobą prawo naprężenie-odkształcenie typu pełzania.

Prawo odwrotne typu relaksacyjnego ma postać

(3) 
$$s_{ij}(t) = 2G_0 \Big[ \varepsilon_{ij}(t) - \int_{-\infty}^{t} R(t-\tau) \varepsilon_{ij}(\tau) d\tau \Big],$$

(4) 
$$\sigma_0(t) = K_0 \Big[ \theta(t) - \int_{-\infty}^t R_0(t-\tau) \theta(\tau) d\tau \Big],$$

gdzie  $\Pi(t)$ ,  $\Pi_0(t)$  oznaczają jądra pełzania odkształcenia postaciowego i objętościowego,  $R(t), R_0(t)$  — jądra relaksacji odkształcenia postaciowego i objętościowego,  $G_0, K_0$  natychmiastowe moduły odkształcenia postaciowego i objętościowego.

Można łatwo wykazać, że pomiędzy funkcjami określającymi własności reologiczne ośrodka, przy odkształceniach postaciowych zachodzą zależności:

(5) 
$$\Pi(t) = 2G_0 \frac{d\Phi(t)}{dt},$$

(6) 
$$R(t) = -\frac{1}{2G_0} \frac{d\Psi(t)}{dt},$$

(7) 
$$G_0 = \frac{1}{2\Phi(0)}$$
 lub  $G_0 = \frac{\Psi(0)}{2}$ ,

gdzie  $\Phi(t)$  i  $\Psi(t)$  są funkcjami pełzania i relaksacji odkształcenia postaciowego.

3.1. Funkcja pełzania przy skręcaniu walca cienkościennego oraz tulejowego gumowo-metalowego łącznika. Skręcanie walca cienkościennego oraz tulejowego gumowo-metalowego łacznika spręzystego pozwala na realizację dewiatorowego stanu naprężenia, przy czym w pierwszym przypadku osiągany jest praktycznie jednorodny, a w drugim przypadku niejednorodny rozkład napreżeń ścinających (płaskie ścinanie).

Przykładając do powierzchni czołowych walca parę sił o stałym momencie  $M_s =$ = M(t) = const, którego wektor jest zgodny z osią walca, uzyskamy stan naprężenia, scharakteryzowany średnim naprężeniem

(8) 
$$\sigma_{12} = \frac{2M_s}{\pi g (R_1 + R_2)^2},$$

gdzie g jest grubością ścianki walca, a R<sub>1</sub> i R<sub>2</sub> odpowiednio promieniem wewnętrznym i zewnętrznym walca.

Funkcję pełzania odkształcenia postaciowego można określić z zależności

(9) 
$$\Phi(t) = \frac{\varepsilon_{12}(t)}{\sigma_{12}(0)},$$

gdzie  $\varepsilon_{12}(t) = \gamma(t)/2$  jest jedyną składową dewiatora odkształceń a  $\gamma(t)$  odkształceniem postaciowym wyznaczonym ze związku geometrycznego

(10) 
$$\gamma(t) = \varphi(l, t) \frac{R_2}{l},$$

w którym  $\varphi(l, t)$  jest przemieszczeniem kątowym tworzącej próbki o długości l.

Korzystając z (8), (9) i (10) otrzymujemy

(11) 
$$\Phi(t) = \frac{\pi g R_2 (R_1 + R_2)^2}{4 l M_s} \varphi(l, t).$$

Jeśli do zewnętrznej tulei metalowej silentblocku przyłożyć parę sił o momencie  $M_s = M(t) = \text{const}$ , którego wektor leży na osi tulei, przy jednoczesnym zablokowaniu (unieruchomieniu) tulei wewnętrznej, to w gumie występować będzie stan naprężenia ścinającego określony naprężeniem  $\sigma_{r\varphi}$ . Dla wygody rozważań przyjęto, że oś z układu współrzędnych walcowych r,  $\varphi$ , z pokrywa się z osią silentblocku.

Z warunku równowagi mamy

(12) 
$$M_s = \int_0^{2\pi} \int_0^I \sigma_{r\varphi}(r) r^2 d\varphi \, dz,$$

skąd

(13) 
$$\sigma_{r\varphi}(r) = \frac{M_s}{2\Pi r^2 l},$$

gdzie r, l oznaczają promień i długość tulei gumowej.

Zgodnie z zasadą superpozycji Boltzmanna, związek (1) między odkształceniem a naprężeniem można wyrazić w postaci

(14) 
$$\varepsilon_{r\varphi}(t) = \int_{0}^{t} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}(r, \tau)}{\partial \tau} \Phi(t-\tau) d\tau,$$

gdzie

(15) 
$$\varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_{\varphi} \right) + \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} \right].$$

Składowe przemieszczenia w przypadku skręcania silentblocku są następujące:

(16) 
$$u_r = 0$$
 oraz  $u_{\varphi} = r\varphi$ ,

czyli

(17) 
$$\varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} r \frac{\partial \varphi}{\partial r}.$$

W dalszych przekształceniach skorzystamy z funkcji uogólnionych Heaviside'a H(t)i Diraca  $\delta(t)$  określonych w sposób następujący

(18) 
$$H(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad t > 0, \\ 0 & \text{dla} \quad t \leq 0 \end{cases}$$

oraz

(19) 
$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad t \neq 0, \\ \infty & \text{dla} \quad t = 0 \quad a \leqslant t \leqslant b \end{cases}$$

mających własności

(20) 
$$\frac{dH(t)}{dt} = \delta(t), \qquad \int_{0}^{t} f(t)\,\delta(t)\,dt = f(0),$$
$$\int_{0}^{t} f(t,\,\tau)\,\delta(\tau)\,d\tau = f(t,\,0)\,H(t).$$

Jeśli oznaczyć działające w chwili  $t = 0^+$  naprężenie w tulei gumowej przez  $\sigma_{r\varphi}(r, 0)$ , wtedy podstawiając

(21) 
$$\sigma_{r_{\varphi}}(r,t) = \sigma_{r_{\varphi}}(r,0)H(t)$$

do równania (14) oraz korzystając z (13) otrzymamy równanie

(22) 
$$\Phi(t) = \frac{\pi l}{M_s} r^3 \frac{\partial \varphi}{\partial r}.$$

Po scałkowaniu powyższego równania, przy uwzględnieniu, że  $\varphi(R_1, t) = 0$ , funkcja pełzania skręcanego tulejowego gumowo-metalowego łącznika ma postać

(23) 
$$\Phi(t) = \frac{2\pi l R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) M_s} \varphi(R_2, t),$$

gdzie  $\varphi(R_2, t)$  oznaczają kąt skręcania tulei metalowej zewnętrznej w czasie próby,  $R_1, R_2$  — promień wewnętrzny i zewnętrzny tulei gumowej.

3.2. Drgania ustalone przy okresowym skręcaniu walca cienkościennego oraz tulejowego gumowo-metalowego lącznika. Niech dewiator odkształceń zmienia się w sposób harmoniczny w czasie

(24) 
$$\varepsilon_{mn} = \varepsilon_{mn}^{\circ} e^{i\omega t}, \quad m, n = 1, 2, 3,$$

gdzie  $\varepsilon_{ij}^{\circ}$  oznacza amplitudę ewiatora odkształceń,  $\omega$  — częstość wymuszenia,  $i = \sqrt{-1}$  — jednostkę urojoną.

Zasada superpozycji ujmująca zależność między dewiatorem naprężeń a dewiatorem odkształceń ma postać

(25) 
$$s_{mn}(t) = \int_{0}^{t} \frac{\partial \varepsilon_{mn}(\tau)}{\partial \tau} \Psi(t-\tau) d\tau,$$

a uwzględniając (24) otrzymujemy

(26) 
$$s_{mn}(t) = i\omega\varepsilon_{mn}^{\circ}\int_{0}^{t}\Psi(t-\tau)e^{i\omega\tau}d\tau$$

Korzystając z własności splotu równanie (26) można zapisać w postaci

(27) 
$$s_{mn}(t) = i\omega\varepsilon_{mn}^{\circ}e^{i\omega t}\int_{0}^{t}\Psi(\tau)e^{-i\omega \tau}d\tau.$$

Ponieważ rozpatrujemy drgania ustalone ciała lepkosprężystego, proces odkształcenia stabilizuje się [24], zaś wszystkie wielkości przy danej częstości wymuszenia są stałe. Można więc przejść z górną granicą całkowania do nieskończoności, a całkę

(28) 
$$\int_{0}^{\infty} \Psi(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \Psi^{*}(i\omega)$$

uważać jako transformację Laplace'a funkcji  $\Psi$ . Równanie (27) przyjmie wówczas postać

(29) 
$$s_{mn}(\omega) = i\omega \Psi^*(i\omega) e^{i\omega t}$$

lub po podstawieniu

(30) 
$$i\omega \Psi^*(i\omega) = R^*(i\omega)$$

mamy

(31) 
$$R^*(i\omega) = \frac{S_{mn}(\omega)}{\varepsilon_{mn}^* e^{i\omega t}}.$$

Korzystając ze wzoru Eulera

(32) 
$$e^{-i\omega t} = \cos\omega t - i\sin\omega t,$$

możemy (28) przedstawić w postaci

(33) 
$$\Psi^*(i\omega) = \int_0^\infty \Psi(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau - i \int_0^\infty \Psi(\tau) \sin \omega \tau \, d\tau \, d\tau.$$

Podstawiając związek (33) do (30) otrzymujemy

(34) 
$$R^*(i\omega) = \omega \int_0^\infty \Psi(\tau) \sin \omega \tau \, d\tau + i\omega \int_0^\infty \Psi(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau$$

lub

(35) 
$$R^*(i\omega) = R'(\omega) + iR''(\omega),$$

gdzie:

(36)

$$R'(\omega) = \omega \int_{0}^{\infty} \Psi(\tau) \sin \omega(\tau) d\tau,$$

$$R''(\omega) = \omega \int_{0}^{\infty} \Psi(\tau) \cos \omega(\tau) d\tau$$

można traktować jako sinusowe i cosinusowe transformaty Fouriera funkcji relaksacji.

432

Wprowadzając nowe podstawienia

(37) 
$$\begin{aligned} R'(\omega) &= R^*(i\omega)\cos\delta(\omega), \\ R''(\omega) &= R^*(i\omega)\sin\delta(\omega), \end{aligned}$$

po uwzględnieniu (35), zależność (30) przyjmie postać

(38) 
$$R^*(i\omega)\cos\delta(\omega) + iR^*(i\omega)\sin\delta(\omega) = \frac{s_{mn}(\omega)}{\varepsilon_{mn}^*e^{i\omega t}}$$

lub

(39) 
$$s_{mn}(\omega) = \varepsilon_{mn}^{\circ} R^{*}(i\omega) e^{i(\omega t + \delta(\omega))},$$

czyli dewiator naprężeń jest przesunięty w fazie względem dewiatora odkształceń o kąt przesunięcia fazowego  $\delta(\omega)$ , oraz zależny będzie od częstości wymuszenia  $\omega$ .

Między modułem odkształcenia postaciowego  $G^*(i\omega)$  a modułem częstotliwościowym  $R^*(i\omega)$  zachodzi zależność

(40) 
$$R^*(i\omega) = 2G^*(i\omega),$$

czyli

(41) 
$$G^*(i\omega) = \frac{s_{mn}(\omega)}{2\varepsilon_{mn}} e^{-i(\omega t + \delta(\omega))},$$

lub

(42) 
$$G^*(i\omega) = \frac{s_{mn}^{\circ}(\omega)}{2\varepsilon_{mn}^{\circ}} e^{-i\delta(\omega)}.$$

Jak wynika z (42), moduł odkształcenia postaciowego w przypadku ciała liniowolepkosprężystego jest wielkością zespoloną

(43) 
$$G^*(i\omega) = G'(\omega) - iG''(\omega)),$$

w którym  $G'(\omega)$  jest dynamicznym modułem zachowawczym, a  $G''(\omega)$  dynamicznym modułem stratności.

Kąt przesunięcia fazowego  $\delta(\omega)$ , zwany także kątem stratności, zależy od własności lepkosprężystych gumy i może w badaniach eksperymentalnych posłużyć za miarę własności tłumieniowych.

Poddając powierzchnię czołową walca cienkościennego harmonicznym drganiom typu

(44) 
$$\varphi(l, t) = \operatorname{Re}[\varphi^{\circ} e^{i\omega t}] = \varphi^{\circ} \cos \omega t,$$

wywołujemy zmianę składowej  $\varepsilon_{12}$  dewiatora odkształceń

(45) 
$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{12}^{\circ} \cos \omega t,$$

gdzie  $\varphi^{\circ}$  i  $\varepsilon_{12}^{\circ}$  są amplitudami kąta skręcania i składowej  $\varepsilon_{12}$ . Zespolony moduł odkształcenia postaciowego (42) przyjmuje wtedy postać

(46) 
$$G^*(i\omega) = \frac{\sigma_{12}^{\circ}(\omega)}{2\varepsilon_{12}^0} e^{-i\delta(\omega)}.$$

3 Mechanika Teoretyczna 4

Przy braku sił masowych oraz minimalnym udziale sił bezwładnosci, korzystając z (8), (10) i (46) otrzymujemy wzór na wartość bezwzględną zespolonego modułu odkształcenia postaciowego

(47) 
$$|G^*(i\omega)| = \frac{2l}{\pi g R_2 (R_1 + R_2)^2} \frac{M^0(\omega)}{\varphi^0},$$

w którym  $M^0(\omega)$  jest amplitudą momentu skręcającego.

Jeśli tuleję metalową zewnętrzną łącznika poddać periodycznemu skręcaniu

(48) 
$$\varphi(R_2, t) = R_e[\varphi^{\circ}(R_2)e^{i\omega t}] = \varphi^{\circ}(R_2)\cos\omega t,$$

to tuleja gumowa poddana zostanie zmiennym odkształceniom

(49) 
$$\varepsilon_{r\varphi}(r) = \varepsilon_{r\varphi}^{\circ}(r) \cos \omega t,$$

gdzie  $\varphi^{\circ}(R_2)$  i  $\varepsilon_{r\sigma}^{0}(r)$  są amplitudami skręcania tulei zewnętrznej i składowej  $\varepsilon_{r\sigma}$ .

Zespolony moduł odkształcenia (42) w przypadku dynamicznego skręcania tulejowego gumowo-metalowego łącznika ma postać

(50) 
$$G^*(i\omega) = \frac{\sigma_{r\varphi}^\circ(r)}{2\varepsilon_{r\varphi}^\circ(r)} e^{-i\delta(\omega)}.$$

Biorąc pod uwagę podobne założenia jak uprzednio, korzystając z (12), (17) i (50) oraz przeprowadzając całkowanie przy warunku  $\varphi^{\circ}(R_1) = 0$ , wzór na wartość bezwzględną zespolonego modułu odkształcenia postaciowego łącznika jest następujący

(51) 
$$|G^*(i\omega)| = \frac{R_2^2 - R_1^2}{4\pi l R_1^2 R_2^2} \frac{M^0(\omega)}{\varphi^0(R_2)}.$$

#### 4. Omówienie badań. Wyniki doświadczeń

Zarówno badania statycznego pełzania jak i dynamicznej relaksacji przeprowadzone były na prototypowych stanowiskach badawczych, zaprojektowanych przez autora, a wykonanych w Instytucie Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej.

Długotrwałe próby statycznego pełzania próbek gumowych oraz silentblocków przeprowadzono na pełzarce pozwalającej dokonywać odczytów przemieszczeń kątowych badanego elementu z dokładnością 40".

Badania dynamiczne zostały przeprowadzone na maszynie opartej na kinematycznym sposobie wymuszenia przemieszczeń kątowych. Maszyna ta umożliwia prowadzenie badań dynamicznych przy zachowaniu stałego przemieszczenia średniego oraz zmiennej amplitudzie. Pomiaru kąta przesunięcia fazowego dokonywano przy zastosowaniu sterowanego impulsu pochodzącego z zasilanego napięciem stałym kontaktronu zwieranego wirującymi dwoma magnesami, nakładanego odpowiednio na sygnał przemieszczenia kątowego i momentu skręcającego. Dokładny opis stanowiska badawczego wraz ze sposobem pomiaru kąta przesunięcia fazowego przedstawiony został w pracy [15]. Użyte do badań próbki cienkościenne posiadały następujące wymiary długość l = 90 mm, promień wewnętrzny  $R_1 = 12$  mm, promień zewnętrzny  $R_2 = 15$  mm i wykonane były ze zwulkanizowanych mieszanek gumowych o symbolach ME 150 - 50 i ME 150 - 60, posiadające wytrzymałość na rozciąganie odpowiednio 22,3 MN/m<sup>2</sup>, i 17,5 MN/m<sup>2</sup> oraz średnie twardości 52,52 °Sh i 73,68 °Sh.

Stosowane w badaniach silentblocki typu G.2 (rys. 2) posiadały tulejki gumowe (rys. 3) wykonane z tych samych gatunków gum, co próbki walcowe.



Rys. 2. Silentblock G2



Rys. 3. Tulejka gumowa użyta do montażu silentblocku G2

Badania statyczne oraz dynamiczne przeprowadzone były w temperaturze otoczenia w okresie trzech miesięcy po wulkanizacji gumy dla próbek walcowych oraz jednego roku od chwili montażu dla silentblocków. Do sporządzania wykresów oraz opracowania analitycznego wyników badań użyto wartości pomiarowych, średnich z czterech próbek.

4.1. Pelzanie statyczne. Obydwa rodzaje gum i silentblocków poddawano próbie statycznego pelzania przy różnych poziomach momentów skręcających, dokonując pomiarów kąta skręcania w czasie pelzania. Czas trwania pelzania wynosił 72 godziny. Krzywe pelzania dla poszczególnych poziomów naprężeń próbek gumowych przedstawiono na rys. 4 i 5, a dla silentblocków na rys. 6 i 7. Na podstawie tych krzywych sporządzono krzywe



Rys. 4. Krzywe pełzania cienkościennego walca gumowego ME 150 - 50 przy różnych poziomach napreżeń



Rys. 5. Krzywe pełzania cienkościennego walca gumowego ME 150 - 60 przy różnych poziomach naprężeń





[436]



Rys. 7. Krzywe pełzania silentblocku z tuleją gumową ME 150 - 60 przy różnych poziomach naprężeń





izochroniczne dla ustalonych czasów pełzania 1, 10, 120 i 960 min. służące do wyznaczenia zakresu liniowości. Przykładowe przebiegi tych izochron pokazano dla próbki gumowej na rys. 8 i dla silentblocku posiadającego tuleję gumową z tego samego gatunku gumy na rys. 9.



Rys. 9. Krzywe izochroniczne silentblocku z tuleją gumową ME 150 - 60

Dla próbek walcowych zakres liniowości wynosił: dla gumy ME 150 - 50 7°30'; dla ME 150 - 60 6°10'; co odpowiada odkształceniu postaciowemu  $\gamma \cdot 10^3$  odpowiednio 21,806 i 17,948. Silentblocki miały zakres liniowy: dla tulei gumowej ME 150 - 50 9°50'; dla ME 150 - 60 2°40', co odpowiada odkształceniu  $\gamma \cdot 10^2$  odpowiednio 43,982 i 11,714.

4.2. Dynamiczna relaksacja. Próby dynamiczne zarówno próbek gumowych, jak i silentblocków przeprowadzono w zakresie częstości 2 - 14 Hz przy stałej amplitudzie przemieszczenia kątowego, mieszczącej się w zakresie liniowości próbek i silentblocków. W czasie badań dokonywano na rejestratorze firmy Brüel-Kjaer zapisu amplitud momentu skręcającego dla stosowanych w badaniach częstości wymuszeń.

Na rys. 10 przedstawiono wyniki pomiaru modułu bezwzględnego odkształcenia postaciowego dla próbek gumowych, a na rys. 11 dla silentblocków.

Pomiary kąta stratności przeprowadzone za pomocą mechanicznego miernika przesunięcia fazowego wykazały, że może on być uważany za wielkość stałą w zakresie częstości stosowanych w badaniach. I tak dla gumy ME 150 - 50  $\delta = 3^{\circ}45'$ , tg $\delta = 0,065$ ; dla ME 150 - 60  $\delta = 5^{\circ}53'$ , tg $\delta = 0,1030$ , a dla silentblocku odpowiednie do rodzaju tulei gumowej  $\delta = 6^{\circ}48'$ , tg $\delta = 0,1191$  oraz  $\delta = 8^{\circ}03'$ , tg $\delta = 0,1413$ .



Rys. 10. Moduł bezwzględny odkształcenia postaciowego  $|G^*(i\omega)|$  cienkościennych walców gumowych w funkcji częstości wymuszenia  $\omega$ 



, Rys. 11. Moduł bezwzględny odkształcenia postaciowego  $|G^*(i\omega)|$  silentblocków w funkcji częstości wymuszenia  $\omega$ 

# 5. Analiza i dyskusja wyników badań

5.1. Badania statyczne. Uzyskane wyniki przemieszczeń kątowych w czasie, dla stosowanych w badaniach momentów skręcających, nanoszono na wykresy w układzie podwójnie logarytmicznym, w którym na poziomej osi odmierzono czas, a na osi pionowej kąt skręcania, rys. 12 - 15.



Rys. 12. Przebieg pełzania cienkościennego walca gumowego ME 150 - 50 dla różnych wartości momentu skręcającego



Rys. 13. Przebieg pełzania cienkościennego walca gumowego ME 150 - 60 dla różnych wartości momentu skręcającego



Rys. 14. Przebieg pełzania silentblocku z tuleją gumową ME 150 - 50 dla różnych wartości momentu skręcającego



Rys. 15. Przebieg pełzania silentblocku z tuleją gumową ME 150 - 60 dla różnych wartości momentu skręcającego

Jak wynika z rysunków, przebieg zmian przemieszczenia kątowego można opisać równaniem

(52)  $\varphi(t) = A + Bt^{\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$ 

Uwzględniając (23) funkcja pełzania zarówno dla próbek gumowych oraz silentblocków przyjmie postać

$$\Phi(t) = E + Ft^{\alpha},$$

gdzie A, B, E, F, a są stałymi.

1 = -

Na wielkość natychmiastowego odkształcenia, a tym samym na natychmiastowy moduł odkształcenia zdefiniowany jako

$$G_0 = \lim_{t \to 0} G(t),$$

podstawowy wpływ wywiera technika wykonania badań.

Wielkości  $G_0$  mogą być wyznaczone przy dostatecznie dużych prędkościach obciążenia, względnie wykorzystując zasadę superpozycji temperaturowo-czasowej redukując krzywe podatności do wysokich temperatur.

W niniejszych badaniach, nie dysponując powyższymi technikami badawczymi, przyjęto, że odkształcenie natychmiastowe odpowiada przedziałowi czasowemu  $t_0 = 3$  sekundy (pierwszy pomiar).

Postać funkcji pełzania wyznaczono analitycznie na podstawie wyników mieszczących się w zakresie liniowym. Stosując metodę najmniejszych kwadratów, obliczono współczynniki *E*, *F*, i  $\alpha$ , otrzymując funkcje pełzania odkształcenia postaciowego w postaci: dla gumy ME 150 - 50

(55) 
$$\Phi(t) \cdot 10^2 = 25,022 + 14,112t^{0,0815}, \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{MN}}\right]$$

dla gumy ME 150 - 60

(56) 
$$\Phi(t) \cdot 10^2 = 12,917 + 4,459t^{0,0814}, \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{MN}}\right]$$

dla silentblocku o tulei gumowej ME 150 - 50

(57) 
$$\Phi(t) \cdot 10^2 = 69,840 + 9,450t^{0,133}, \left\lfloor \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{MN}} \right\rfloor$$

dla silentblocku o tulei gumowej ME 150 - 60

(58) 
$$\Phi(t) \cdot 10^2 = 28,594 + 4,264t^{0.160} \cdot \left[\frac{m^2}{MN}\right]$$

Na rys. 16 pokazano przebieg funkcji pełzania dla gumy ME 150 - 60, a na rys. 17 dla silentblocku z tuleją gumową wykonaną z tego samego gatunku gumy.







Rys. 17. Funkcja pelzania  $\Phi(t)$  silentblocku z tuleją gumową ME 150 - 60

5.2. Badania dynamiczne. Wyniki obliczonych modułów bezwzględnych odkształcenia postaciowego na podstawie dokonanych pomiarów momentu skręcającego przy różnych częstościach wymuszenia dla próbek gumowych pokazano na rys. 10, a dla silentblocku na rys. 11. Układ punktów pomiarowych dla próbek gumowych wskazuje, że w zakresie stosowanych częstości można je opisać równaniem

(59) 
$$||G^*(i\omega)| = a + b\omega.$$

Po obliczeniu współczynników a i b dla gumy ME 150 - 50 równanie powyższe ma postać

(60) 
$$|G^*(i\omega)| = 2,3799 + 0,0202\omega, \left[\frac{MN}{m^2}\right]$$

a dla gumy ME 150 - 60

(61) 
$$G^*(i\omega) = 5,0510 + 0,0184\omega, \left[\frac{MN}{m^2}\right].$$

Ponieważ kąty stratności dla obydwu rodzajów gum są stałe, przeto składowe zespolonego modułu odkształcenia postaciowego w zakresie stosowanych w badaniach częstości będą przedstawiały także postać liniową w funkcji częstości. Przebiegi tych wielkości zostały przedstawione na rys. 18.

Porównując sumy kwadratów odchyłek oraz przeciętny błąd procentowy w próbach analitycznego opisania przebiegu zmian wartości bezwzględnej modułu postaciowego silentblocku w zależności od częstości wymuszenia  $\omega$ , stwierdzono, że najlepsze wyniki otrzymuje się dla równania

(62) 
$$|G^*(i\omega)| = m - \frac{1}{1 + k\omega^p}$$



Rys. 19. Dynamiczny moduł zachowawczy  $G'(\omega)$  oraz dynamiczny moduł stratności  $G''(\omega)$  silentblocków z różnymi tulejami gumowymi w funkcji częstości wymuszenia  $\omega$ 

Dla silentblocku z tuleją gumową ME 150 - 50 zależność powyższa ma postać

(63) 
$$|G^*(i\omega)| = 1,7834 - \frac{1}{1+0,271\omega^{0.513}}, \left\lfloor \frac{MN}{m^2} \right\rfloor,$$

a dla silentblocku z tuleją gumową ME 150 - 60

(64) 
$$|G^*(i\omega)| = 3,8157 - \frac{1}{1+0,011\omega^{1,410}} \cdot \left[\frac{MN}{m^2}\right]$$

Przebieg zmian dynamicznego modułu zachowawczego oraz dynamicznego modułu stratności został pokazany na rys. 19. Ma on taki sam charakter jak wartość bezwzględna modułu, ponieważ w przypadku silentblocku kąt stratności jest także wielkością stałą.

### 6. Wnioski

1. Na podstawie wykreślonych charakterystyk statycznych (izochron) (rys. 8, 9), stwierdzono, że zarówno badane zwulkanizowane mieszanki gumowe oraz tulejowe gumowometalowe łączniki sprężyste typu silentblock z tulejami gumowymi wykonanymi z tych samych gatunków gum posiadają zakres liniowy w sensie Boltzmanna i to tym większy, im niższą mają twardość. Wielkości odkształceń mieszczących się w zakresie liniowym są o około jeden rząd większe dla silentblocku.

2. Układy punktów pomiarowych (rys. 12 - 15) dla zwulkanizowanych mieszanek gumowych o różnych twardościach oraz dla silentblocków wskazują, że krzywe pełzania, dla zakresu liniowego i nieliniowego, mogą być opisane takim samym wzorem, tj. równaniem (52).

3. Natychmiastowe oraz chwilowe moduły odkształcenia postaciowego dla silentblocków są dużo mniejsze aniżeli dla próbek wykonanych z tych samych zwulkanizowanych mieszanek gumowych. Oznacza to, że wstępny stan naprężenia w gumie powoduje zmniejszenie jej sztywności.

4. Natychmiastowy moduł odkształcenia postaciowego obliczony analitycznie dla czasu t = 0 jest dla próbek gumowych o 30 - 45%, a dla silentblocków o około 10% większy od wyznaczonego na podstawie pomiaru kąta skręcenia dla czasu początkowego t = 3 s, a w stosunku do wyników pomiaru dla czasu t = 1 min wielkości te różnią się odpowiednio, o 35 - 55% i 15%. Dlatego też wydaje się być uzasadnionym, aby dla celów praktycznych moduł odkształcenia postaciowego był podawany na podstawie wyników uzyskiwanych w dłuższych czasach np. jak to zaleca angielska norma [26] dotycząca wyznaczania modułu odkształcenia na podstawie wyników z próby pełzania lub relaksacji dla czasu t - 1 min.

5. Dynamiczne badania okresowej relaksacji wykazały, że w zakresie stosowanych w badaniach częstościach moduł bezwzględny odkształcenia postaciowego dla próbek gumowych rośnie w sposób liniowy z częstością (rys. 10), a dla silentblocków rośnie asymptotycznie do pewnej ustalonej wartości i przy dalszym wzroście częstości jest od niej praktycznie niezależny (rys. 11).

6. Pomiary kąta stratności  $\delta$  wykazały, że w zakresie częstości stosowanych w badaniach zarówno dla próbek gumowych, jak i silentblocków kąt ten może być przyjęty za wielkość stałą niezależną od częstości. Porównując średnie wartości tego kąta zmierzonego dla

próbek gumowych i silentblocku, którego tuleja wykonana została z tego samego gatunku gumy, można stwierdzić, że różnią się one między sobą dosyć znacznie. W obydwu przypadkach większy kąt występuje w silentblocku. Dla gumy ME 150 - 50 wzrost tego kąta jest rzędu 80%, a dla gumy ME 150 - 60 wynosi około 35%.

7. Ponieważ kąt stratności  $\delta$  w każdym przypadku można przyjąć jako wielkość stałą, przeto składowe zespolonego modułu odkształcenia postaciowego: dynamiczny moduł zachowawczy  $G'(\omega)$  i dynamiczny moduł stratności  $G''(\omega)$  mają taki sam przebieg jak moduł bezwzględny (rys. 19, 20).

#### Literatura cytowana w tekście

- 1. Э. Э. Лавендел, Общие решения теории упругости для несэкимаемого материала. В книге: Вопросы динамики и прочности, 7, Рига, Зинатне 1961.
- 2. J. C. SNOWDON, Rubberlike materials, their internal dumping and role in vibration isolation, Jurnal of Sound Vibration 2, 2 (1965).
- 3. W. R. KRIGBAUM, R. J. ROE, Survey of the theory of rubberlike elasticity, Rubber Chemistry and Technology, 5, 38 (1965).
- 4. Д. А. Дибра, М. И. Сниегс, Решение задач теории упругости методом сеток для неслимаемого материала, В книге: Вопросы динамики и прочности, 21, Рига, Зинатне 1971.
- 5. Э. Э. Лавендел, М. И. Сниегс, Применение метода конечных элементов в плоской задаче для несмсимаемого материала. В книге: Вопросы динамики и прочности, 21, Рига, Зинатне 1974.
- 6. J. JAWORSKI, Guina w pojazdach mechanicznych, WKiŁ, Warszawa 1962.
- 7. Дж. Краус и др., Усиление эластомеров, Мир, Москва 1968.
- 8. Л. Трелоле, Физика упругости каучука, Издательство Иностранной Литературы, Москва 1953.
- 9. Z. JAŚKIEWICZ, Elementy pojazdów mechanicznych, Łączniki sprężyste, PWT, Warszawa 1959.
- 10. A. V. TOBOLSKY, K. J. MURAKAMI, Existence of a sharply defined maximum relaxation time for monodisperse polystyrene, Journal of Polymer Science, 40 (1959).
- 11. Ю. С. Уржумцев, А. В. Путанс, З. В. Калнрозе, Аппроксимация релаксационных спектров, Механика Полимеров, 4 (1967).
- 12. Г. М. Бартенев, Л. А. Шелковникова, Л. А. Акопян, К вопросу о спектрах времен релаксации в полимерах, Механика Полимеров, 1 (1973).
- A. FORYŚ, A. FORYŚ, Rezonans mechaniczny przy drganiach skrętnych pręta lepkosprężystego, Rozprawy Inżynierskie 19, 3 (1971).
- K. WYLEŻYCH, Wyznaczanie niektórych wlasności lepkosprężystych walca gumowego poddanego skręcaniu, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika 52, Gliwice 1973.
- 15. K. WYLEŻYCH, Badania pewnych wlasności reologicznych wybranego gatunku zwulkanizowanej mieszanki gumowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika 52, Gliwice 1973.
- K. WYLEŻYCH, Wyznaczanie charakterystyk dynamicznych gumy przy periodycznym skręcaniu walca pelnego. Zastosowanie sterowanego impulsu do pomiaru kąta stratności, Mech. Teoret. i Stos. 3, 13 (1975).
- 17. В. Н. Потураев, И. И. Круш, В. И. Дыра, Определение вязко-упругих характеристик резинометаллических деталей при деформации сдвига и метод их учета при расчетах колебальных систем. В книге: Вопросы динамики и прочности, 17, Рига, Зинатне 1972.
- 18. А. И. БЕЛЪЦЕР, Синтез резино-металлического амортизатора, характеристика которого минимально отклонлется от равночастотной. В книге: Вопросы динамики и прочности, 22, Рига, Зинатне 1972.
- 19. С. И. Дымников, Расчет резино-металлического шарнира сборного типа. В книге: Вопросы динамики и прочности, 22, Рига, Зинатне 1972.
- 20. С. И. Дымников, Расчет предварительного напряженных резиновых элементов. В книге: Вопросы динамики и прочности, 22, Рига, Зинатне 1972.

446

- 21. С. И. Дымников, Предварительно напряженные резиновые элементы и их расчет. В книге: Вопросы динамики и прочности, 23, Рига, Зинатне 1972.
- 22. В. Н. Потураев, В. И. Дырда, Д. В. Голованов, О механических свойствах резиновых элементов тялкелых вибромащин. В книге: Вопросы динамики и прочности, 29, Рига, Зинатне 1974.
- 23. В. Н. Потураев, В. И. Дырда, И. И. Круш, Прикладная механика резины, Наукова Думка, Киев 1975.
- 24. А. А. Ильюшин, Б. Е. Победря, Основы математической теории термовязко-упругости, Наука, Москва 1970.
- 25. М. А. Колтунов, К вопросу выбора ядер при решении задач с учетом ползучести и релаксации, Механика Полимеров 4 (1966).
- 26. Norma angielska BS 903 Part A15: 1958 Determination of creep and stress relaxation.

# Резюме

# ВЯЗКОУПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗИНЫ И РЕЗИНО-МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БЛОК-ШАРНИРОВ ТИПА САЙЛЕНТ-БЛОК

В работе представлены результаты исследований реологических свойств двух сортов резины и резино-металлических шарниров типа сайлент-блок, которых резинова втулка была этого же сорта. На основании статических и динамических исследований определены: предел пропорциональности, мгновенный модуль сдвига, функция ползучести, абсолютный модуль сдвига, динамический модуль вязкости. Показано существование различий реологических свойств самой резины и готового резино-металлического шарнира, в котором резина работает в предварительном напряженном состоянии, являющимся результатом технологии сборки.

### Summary

# VISCOELASTIC CHARACTERISTICS OF RUBBER AND FLEXIBLE BUSHES OF THE SILENTBLOCK TYPE

In the paper the results of experimental investigations of rheological properties of rubber and silentblock bush are presented. Basing on the static and dynamic tests, the following results are obtained: linearity range, instantaneous modulus in shear, creep function, and complex modulus in shear. The results obtained show a difference in rheological properties of rubber and the bush due to the initial state of stress imposed on rubber in the bush during technological processing.

# POLITECHNIKA ŚLĄSKA

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 13 grudnia 1976 r.