# PROJEKTOWANIE ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH PRZY POMOCY CIĄGŁYCH PÓL STATYCZNIE DOPUSZCZALNYCH

WŁODZIMIERZ ZOWCZAK (WARSZAWA)

# 1. Wstęp

Metoda nośności granicznej projektowania elementów maszyn i konstrukcji opiera się na istniejącym w teorii plastyczności twierdzeniu o dolnej ocenie obciążenia niszczącego. Zgodnie z tym twierdzeniem, dolne oszacowanie obciążenia niszczącego element, uzyskać można przyjmując dowolne statycznie dopuszczalne pole naprężeń. Odwrotnie przy danym obciążeniu, pole statycznie dopuszczalne pozwala określić nieznany kształt elementu.

Dotychczas przy projektowaniu metodą nośności granicznej stosowano pola statycznie dopuszczalne skokowo niejednorodne, to znaczy złożone z pewnej ilości pól jednorodnych oddzielonych od siebie liniami nieciągłości naprężeń.

W wielu przypadkach osiągnąć można znacznie lepsze oszacowanie, zarówno kształtów projektowanych elementów, jak i ich nośności przy danym kształcie, posługując się polami o ciągłej niejednorodności stanu naprężenia (w całym lub części obszaru).

W poprzedniej pracy [6], zaproponowano zastosowanie kilku prostych typów pól statycznie dopuszczalnych o ciągłej niejednorodności do konstruowania elementów maszyn. W niniejszym artykule proponuje się użycie w tym celu pól naprężeń zbudowanych metodą charakterystyk. Jedyny, znany autorowi przykład kształtowania przy pomocy tej metody pochodzi z mechaniki gruntów i dotyczy wyznaczania profili skarp ziemnych ([3]).

Poniżej przedstawiono krótko sposoby budowania różnych typów pól statycznie dopuszczalnych, a następnie skonstruowano przy ich pomocy dwa przykłady elementów konstrukcyjnych. Otrzymane rozwiązania porównano z dotychczasowymi, otrzymanymi przy użyciu pól skokowo niejednorodnych.

W rozważaniach przyjęto sztywno — idealnie plastyczny model materiału i założono, że podlega on warunkowi plastyczności Treski. Przyjęto też, że projektowane elementy znajdują się w płaskim stanie naprężenia. Pola naprężeń budowane przy tym założeniu, pozostają statycznie dopuszczalnymi również dla płaskiego stanu odkształcenia oraz dla elementów o skończonej grubości, są więc najbardziej uniwersalne. Tak więc, materiał osiąga stan plastyczny, gdy spełniona jest jedna przynajmniej spośród równości

(1) 
$$\sigma_1 = 2k,$$

$$\sigma_2 = -2k,$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2k,$$

gdzie  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  są naprężeniami głównymi ( $\sigma_1 \ge \sigma_2$ ), a k — granicą plastyczności przy czystym ścinaniu.

### 2. Metoda charakterystyk budowy statycznie dopuszczalnych pól naprężeń

Metoda ta, stosowana szeroko do rozwiązywania różnych płaskich zagadnień teorii plastyczności, opisana jest wyczerpująco w monografiach poświęconych temu działowi mechaniki (np. [2], [4]). Dlatego poniżej zostanie przypomnianych jedynie kilka zasadniczych pojęć i wzorów.

Zakłada się, że w rozważanym obszarze materiał jest w stanie plastycznym, przy czym naprężenia główne spełniają warunek (3). Związek ten zapisać można inaczej w postaci

(4) 
$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4k^2.$$

Dołączając doń równania równowagi

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0,$$

otrzymujemy układ trzech równań, z których wyznaczyć należy niewiadome naprężenia  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  i  $\tau_{xy}$ . Stan naprężenia określić więc można bez konieczności wyznaczania kinematyki.

W dalszym ciągu wprowadza się nowe zmienne  $\varphi$  i  $\chi$  tak dobrane, by warunek (4) spełniony był tożsamościowo. Naprężenia wyrażają się wzorami

(5) 
$$\sigma_{x} = 2k\chi + k\cos 2\varphi,$$
$$\sigma_{y} = 2k\chi - k\cos 2\varphi,$$
$$\tau_{xy} = k\sin 2\varphi.$$

Interpretacja nowych zmiennych pokazana jest na rys. 1.  $\varphi$  jest wielkością kąta między kierunkiem naprężenia  $\sigma_1$  (większego), a osią x, zaś  $\chi$  — bezwymiarowym naprężeniem średnim.



564

Podstawiając wzory (5) do równań równowagi otrzymujemy nowy układ równań różniczkowych cząstkowych z niewiadomymi  $\chi$  i  $\varphi$ . Układ ten jest typu hiperbolicznego, posiada więc dwie rodziny charakterystyk rzeczywistych (oznaczonych symbolami  $\alpha$  i  $\beta$ ). Określone są one równaniami

(6) 
$$\frac{dy}{dx} = tg\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (rodzina }\alpha\text{),}$$
$$\frac{dy}{dx} = tg\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (rodzina }\beta\text{).}$$

Wzdłuż charakterystyk spełnione są związki pomiędzy niewiadomymi

(7) 
$$\begin{aligned} \chi + \varphi &= \text{ const. } (\alpha), \\ \chi - \varphi &= \text{ const. } (\beta). \end{aligned}$$

Rozwiązanie odpowiedniego zadania brzegowego sprowadzić więc można do całkowania układu równań różniczkowych zwyczajnych (6) przy wykorzystaniu związków (7). Całkowania tego dokonuje się numerycznie metodą różnic skończonych. Szczegóły na temat sposobu postępowania przy rozwiązywaniu poszczególnych zagadnień brzegowych znaleźć można w cytowanych monografiach.

### 3. Szczególne odmiany pól statycznie dopuszczalnych

Metoda charakterystyk służy do budowy pól statycznie dopuszczalnych, spełniających warunek (3), tzn. że w każdym punkcie różnica naprężeń głównych równa jest 2k. Jednak założenie to nie zawsze musi być spełnione. W projektowanym elemencie mogą np. istnieć obszary o jednakowych znakach naprężeń głównych. W takim obszarze materiał osiąga stan plastyczny, gdy spełniony jest warunek (1) lub (2), tzn. gdy przynajmniej jedno z naprężeń głównych ma wartość bezwzględną 2k. Mogą też istnieć obszary (o naprężeniach jedno- jak i różno- imiennych), w obrębie których materiał pozostaje w stanie sztywnym.

We wszystkich tych przypadkach nie można wykorzystać omawianej wyżej metody. Proponuje się zamiast tego inny tok postępowania: W obszarach, w których, jak się spodziewamy, metoda charakterystyk nie będzie mogła być zastosowana, część spośród funkcji określających nam stany naprężenia i granice danego pola zakładamy z góry. Pozostałe, nieznane funkcje wyznacza się z warunków równowagi pomiędzy budowanym polem, a polem skonstruowanym metodą charakterystyk.

Oczywiście w ten sposób budować można nieograniczoną ilość różnych pól, spośród których omówione zostaną jedynie dwa. Będą one wykorzystane w pokazanych w następnych punktach przykładach.

a) Pole o stałych kierunkach głównych

Stanowi ono uogólnienie podobnego pola pokazanego w pracy [6]. W całym obszarze tego pola kierunki główne są jednakowe. Załóżmy, że są one zgodne z osiami układu współrzędnych prostokątnych (rys. 2a). Wynika stąd, że naprężenia  $\sigma_x = s$  i  $\sigma_y = p$  są naprężeniami głównymi, a ponadto, że są one stałe:  $\sigma_x$  wzdłuż prostych równoległych do osi x a  $\sigma_y$  wzdłuż prostych równoległych do osi y. Inaczej mówiąc s = s(y), p = p(x).



Załóżmy teraz, że omawiane pole przylega do obszaru, w którym stan naprężenia (tzn. wartości naprężeń  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  oraz kąt  $\varphi$ ) jest znany. Równania równowagi na linii granicznej pomiędzy obszarami (stanowiącej w ogólnym przypadku linię nieciągłości) są następujące (rys. 2b):

(8) 
$$-pdx - \sigma_1 da \sin \varphi + \sigma_2 db \cos \varphi = 0,$$
$$sdy - \sigma_1 da \cos \varphi - \sigma_2 db \sin \varphi = 0.$$

Wielkości da i db wyrażają się wzorami

$$da = dy \cos \varphi - dx \sin \varphi,$$
  
$$db = dy \sin \varphi + dx \cos \varphi.$$

Podstawiając powyższe wyrażenia do równań (8), otrzymujemy, po przekształceniach

(9) 
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi - p}{(\sigma_1 - \sigma_2) \sin \varphi \cos \varphi},$$

(10) 
$$s = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi - \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{\sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi - p}$$

Przy danej funkcji p(x) (np. p(x) = p = const), wyznaczyć można z równania (9) przebieg linii granicznej y = y(x), a następnie, ze wzoru (10), wielkości naprężeń s.

b) Pole osiowosymetryczne

Rozważmy pole, w którego każdym punkcie kierunki główne wyznaczone są przez styczne do linii biegunowego układu współrzędnych. W obszarze pola naprężenia obwodowe zależą tylko od wielkości promienia  $\sigma_{\Theta} = \sigma_{\Theta}(\varrho)$  natomiast naprężenia promieniowe spełniać muszą równanie równowagi

(11) 
$$\frac{d\sigma_{\varrho}}{d\varrho} + \frac{1}{\varrho}(\sigma_{\varrho} - \sigma_{\Theta}) = 0.$$

Równania równowagi na granicy pomiędzy omawianym polem, a innym, w obszarze którego stan naprężenia jest znany są analogiczne do równań (8): należy jedynie zastąpić s i p przez  $\sigma_{\Theta}$  i  $\sigma_{e}$ , zaś dx i dy przez  $\rho d\Theta$  i  $d\rho$  (rys. 3).

Wyznaczanie naprężeń panujących w obrębie pola upraszcza się w przypadku, gdy krzywa  $\rho = f(\Theta)$  rozgraniczająca obydwa pola poprowadzona jest tak, by była w każdym

punkcie prostopadła do kierunku naprężenia  $\sigma_2$ . W punktach przylegających do krzywej panuje wówczas dwuosiowy równomierny stan naprężenia. Obwodowe naprężenia  $\sigma_0$ są więc równe naprężeniu panującemu w punkcie brzegu o tej samej wartości promienia  $\rho$ , natomiast naprężenia promieniowe oblicza się ze wzoru (11).



Rys. 3.

Dla pewnych rozkładów naprężenia wzdłuż linii granicznej  $\rho = f(\Theta)$  ekstremalne wartości naprężeń  $\sigma_{\rho}$  wystąpić mogą w punktach wewnętrznych pola. W ogólnym więc przypadku, sprawdzenia, czy nie przekraczają one wartości dopuszczalnych dokonać należy w całym obszarze.

# 4. Projekt elementu jarzmowego

Rozważmy element jarzmowy, służący do przeniesienia siły pomiędzy dwoma okrągłymi sworzniami (rys. 4). Załóżmy, że obydwa boczne pasy jarzma rozciągane są naprężeniami



2k. Należy tak ukształtować główkę elementu, aby jej nośność nie była mniejsza niż pasów bocznych.

Rozwiązanie tego zadania przy założeniu, że na powierzchni styku sworznia z jarzmem nie występuje tarcie, widnieje po prawej stronie rys. 5 (ze względu na symetrię pokazano W. ZOWCZAK



Rys. 5.

tylko połowę pola). Ciągłymi liniami zaznaczono charakterystyki, zaś przerywanymi linie nieciągłości. Obliczenia wykonano dla szczególnego stosunku wymiarów charakterystycznych: szerokości pasa bocznego do połowy szerokości elementu c/a = 0,4.

Pole konstruuje się w sposób następujący: Rozpoczynamy od odcinka AB, wzdłuż którego, zgodnie z założeniem, rozłożone są naprężenia rozciągające 2k. Takie same naprężenia panują w całym trójkącie ABC. Z założenia o braku tarcia na brzegu otworu wynika, że w każdym punkcie łuku kąt  $\varphi$  jest znany (jest to kąt kierunkowy stycznej do brzegu w danym punkcie). W czworokącie BCEF rozwiązujemy więc mieszane zagadnienie brzegowe. Na podstawie danych wartości funkcji  $\chi$  i  $\varphi$  wzdłuż charakterystyki BC, oraz znanego rozkładu  $\varphi$  wzdłuż łuku BF, znajdujemy stan naprężenia w całym tym obszarze. Punkt F na okręgu tak wybrano, by prosta OF tworzyła kąt  $\pi/4$  z osią x. Zapewnia to, że w punkcie D styczna do brzegu swobodnego będzie pozioma ( $\varphi_D = \pi$ ). Następnie wykorzystując znajomość wartości funkcji  $\chi$  i  $\varphi$  wzdłuż charakterystyki CE, rozwiązujemy tak zwane odwrotne zadanie Cauchy'ego. Wyznaczamy w ten sposób kształt brzegu swobodnego CD, oraz stan naprężenia w całym obszarze CDE. Zakładamy dalej, że odcinek LD— styczny do brzegu swobodnego w punkcie D wyznacza kształt brzegu aż do osi symetrii.

W trójkącie utworzonym przez prostoliniową część brzegu swobodnego, charakterystykę DJ i symetryczną do niej charakterystykę po drugiej stronie osi panuje jednorodne rozciąganie naprężeniami 2k. Znając wartości funkcji  $\chi$  i  $\varphi$  wzdłuż charakterystyk DJi DE rozwiązujemy teraz charakterystyczne zadanie brzegowe, wyznaczając w ten sposób stan naprężenia w obszarze DEHJ. Charakterystyki EF i EH (podobnie jak DJ oraz BC) są prostoliniowe. W obszarze EFGH panuje więc jednorodny stan naprężenia:  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\chi = 0.5 - \pi/4$ .

Z warunku symetrii wynika, że dla punktów leżących na osi, naprężenie  $\sigma_1$  jest skierowane poziomo, więc  $\varphi = \pi$ . Rozwiązanie zadania mieszanego opartego na charakterystyce GJi odcinku IJ osi symetrii określa nam stan naprężenia w obszarze GIJ. Następnie, poczynając od punktu F, prowadzimy krzywą o równaniu  $dy/dx = tg\varphi$  (trajektorię naprężenia głównego  $\sigma_1$ ). Przyjmujemy, że krzywa ta – FGI, będzie linią nieciągłości. Poniżej krzywej FGI rozciąga się pole osiowosymetryczne, opisane w poprzednim punkcie.

Na rys. 5 pokazany jest też rozkład nacisków na obwodzie otworu wynikający ze skonstruowanego pola, statycznie dopuszczalnego. Naciski te rosną od zera w punkcie B do wartości  $0,82 \cdot 2k$  w punkcie K. Następnie zaczynają się obniżać i w punkcie N osiągają wielkość  $0,58 \cdot 2k$ .

Na rysunku zaznaczono też (linią przerywaną), kontur analogicznego elementu zaprojektowanego przy pomocy pól skokowo niejednorodnych ([5]). Omawiane rozwiązanie jest, jak widać, oszczędniejsze.

Istotny wpływ na budowę pola i w konsekwencji na zewnętrzny kształt elementu mają założenia dotyczące warunków panujących na powierzchniach obciążanych. Obydwa przedstawione wyżej przykłady powstały przy założeniu, że powierzchnia otworu jest gładka (w przypadku drugiego elementu było drobne odstępstwo od tego warunku). Rozważmy teraz podobne zadanie, przyjmując jednak, że na linii styku sworznia z jarzmem dopuszcza się tarcie. Rozwiązanie zadania przy założeniu, że współczynnik tarcia  $\mu = 0,2$ , pokazane jest z lewej strony rys. 5. Pole buduje się podobnie jak poprzednio. Jedyną różnicę stanowi fakt, że charakterystyki wychodzące z punktów leżących na łuku BF nie są nachylone pod kątem  $\pi/4$  do stycznych do łuku.

Oznaczmy symbolem  $\Theta$  kąt między styczną do łuku a kierunkiem naprężenia głównego  $\sigma_1$ . Pochodna funkcji  $y = \sqrt{1-x^2}$  określającej kształt otworu równa jest w każdym punkcie łuku tangensowi kąta  $\varphi - \Theta$  (rys. 6a):



$$\frac{d}{dx}\sqrt{1-x^2} = \operatorname{tg}(\varphi - \Theta)$$

(12)

Oznaczając symbolami  $\sigma$  i  $\tau$  naprężenia normalne i styczne panujące na brzegu otworu otrzymujemy dalej (rys. 6b):

(13) 
$$\sigma = 2k - k\cos 2\Theta,$$
$$\tau = -k\sin 2\Theta,$$
$$\tau = \mu\sigma$$

# W. Zowczak

(przyjęto taki zwrot sił tarcia by ich pionowa składowa brała udział w zrównoważeniu siły zewnętrznej obciążającej sworzeń). Eliminując z równań (12) i (13) wielkości  $\sigma$ ,  $\tau i \Theta$ otrzymujemy związek pomiędzy funkcjami  $\chi$  i  $\varphi$ , jaki musi być spełniony we wszystkich punktach łuku B'F'. Związek ten wyraża żądanie aby pomiędzy jarzmem a sworzniem panowały siły tarcia o maksymalnej (przy danym współczynniku tarcia) wysokości. Otrzymaną zależność wykorzystujemy do rozwiązania zadania mieszanego i znalezienia naprężeń w całym obszarze B'C'E'F'. Punkt F' jest znów tak dobrany, aby zachodziło  $\varphi_{D'} = \pi$ .

Konstrukcja pozostałej części pola przebiega identycznie jak poprzednio. Na łuku N'M działają wyłącznie naprężenia normalne. Jak wynika z rys. 5 założenie, że na powierzchni obciążonej może wystąpić tarcie pozwala jeszcze oszczędniej zaprojektować jarzmo.

#### 5. Projekt elementu kotwiącego

Rozpatrzmy element kotwiący pokazany na rys. 7. Może on stanowić na przykład część mocującą łopatki turbiny zapobiegającą wyrwaniu łopatki z gniazda w wirniku (patrz [5]). Zakładamy, że trzon elementu obciążony jest naprężeniami rozciągającymi



 $\sigma_1 \leq 2k$ . Należy tak ukształtować leb, aby przeniósł naciski równe 2k powstające na powierzchniach oporowych KL i K'L'.

Zadanie rozwiązano dla szczególnego stosunku wymiarów charakterystycznych b/a = 0,6. Wartość tę wybrano, celem porównania otrzymanego rozwiązania z istniejącymi już rozwiązaniami, uzyskanymi przy pomocy pól skokowo niejednorodnych. Konstrukcja analogicznego elementu dla innego stosunku wymiarów charakterystycznych nie przedstawia większych trudności.

Budowa pola statycznie dopuszczalnego przebiega podobnie jak poprzednio. Pole jest symetryczne względem osi pionowej. W trójkącie KLM panuje ściskanie naprężeniami – 2k. W punkcie L następuje skokowa zmiana stanu naprężenia, jest to więc punkt. osobliwy.

Z punktu tego wychodzi wachlarz charakterystyk LMP. Odcinek LP przyjęto prostopadły do krawędzi KL, co zapewnia poziome położenie stycznej do brzegu w punkcie N. Rozpoczynając od charakterystyki MP rozwiązujemy odwrotne zadanie Cauchy'ego w obszarze MNP. Określony zostaje w ten sposób kształt brzegu swobodnego MN. Przyjmujemy, podobnie jak poprzednio, że styczna do brzegu swobodnego w punkcie N określa dalszy kształt brzegu ciała do punktu N' po drugiej stronie osi. W obszarze NN'S panuje jednorodne ściskanie naprężeniami -2k. Na podstawie znajomości stanu naprężenia wzdłuż charakterystyk NS i LN rozwiązujemy kolejno zadania charakterystyczne w całym obszarze LNR'T (pamiętając, że charakterystyki SR i SR' są symetryczne). W punkcie Q tego obszaru charakterystyki należące do jednej rodziny ( $\alpha$ ) zaczynają się przecinać.. Krzywa QT stanowi więc linię nieciągłości.

Jej przebieg określić można posługując się znanymi zależnościami (patrz np. [1]).. Równanie linii nieciągłości zapisać można w postaci

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}(\varphi_L + \varphi_P) - \frac{\pi}{4}\right],$$

gdzie  $\varphi_L$  i  $\varphi_P$  są wartościami  $\varphi$ , w tym samym punkcie po obydwu jej stronach. Wzdłuż linii spełniony jest ponadto związek

$$2\varphi_a = \varphi_d - \varphi_D - \sin(\varphi_d - \varphi_D) + \varphi_b - \varphi_B - \sin(\varphi_b - \varphi_B).$$

Oznaczenia poszczególnych punktów podane są na rys. 8. W omawianym przypadku, ze względu na prostoliniowość odcinków *LP* i *NS* odpowiednich charakterystyk, wyznaczanie: przebiegu krzywej nieciągłości jest znacznie ułatwione.



Poniżej linii nieciągłości *LT* rozciąga się pole naprężeń o stałych kierunkach głównych, którego budowę opisano w punkcie 3a. Przebieg tej krzywej wyznacza się całkując numerycznie równanie (9). Naprężenia *p* działające w kierunku pionowym są stałe w obszarze pola i równe 2k (a-b)/b = 1,33 k.

Naprężenia s - w kierunku poziomym maleją od  $0,94 \cdot 2k$  na linii LL' do  $0,84 \cdot 2k$ w punkcie T; tak więc cały obszar LL'T znajduje się w stanie sztywnym.

#### W. ZOWCZAK

Również w obrębie trzona LL'U'U materiał, zgodnie z założeniem, nie osiąga stanu plastycznego. Takie sposoby ukształtowania trzona, by w całym jego obszarze występował stan graniczny, pokazane są w monografii [5] i nie będą tu omawiane.

Na rys. 7 zaznaczono też, linią przerywaną, zarys rozwiązania pochodzącego z pracy [5], a otrzymanego przy użyciu pola statycznie dopuszczalnego o skokowej niejednorodności. Kształt otrzymany za pomocą pól ciągłych jest, jak widać oszczędniejszy.

### 6. Uwagi końcowe

Ciągłe pola statycznie dopuszczalne wykazują szereg zalet w stosunku do pól skokowo niejednorodnych. Pozwalają one na otrzymanie gładkich zarysów zewnętrznych projektowanych elementów i uniknięcie w ten sposób, lub ograniczenie koncentracji naprężeń. Ciągłe pola umożliwiają też (jak pokazano na przykładach) oszczędniejsze kształtowanie. Zbudowana siatka charakterystyk może ponadto posłużyć do skonstruowania odpowiadającego jej pola prędkości i znalezienia w ten sposób górnego oszacowania nośności zaprojektowanego elementu konstrukcyjnego. Tematowi temu poświęcona będzie osobna praca.

Wadą omawianych pól jest większa na ogół pracochłonność ich wykonania, niż pól o skokowej niejednorodności. Stosowane procedury obliczeniowe dają się jednak łatwo żaprogramować na maszynę cyfrową (lub kalkulator elektroniczny). Istnieją też sposoby wykreślne konstruowania siatek charakterystyk.

Metoda charakterystyk stanowi standardowy sposób budowy pól statycznie dopuszczalnych i jej stosowanie nie nastręcza większych trudności. Dalszy rozwój przedstawionych sposobów projektowania zależy więc głównie od skonstruowania pól (takich, jak pokazano w punkcie 3), które nie dadzą się zbudować przy pomocy charakterystyk, oraz od stworzenia sposobów łączenia różnych typów pól.

#### Literatura cytowana w tekście

- 1. J. F. W. BISHOP, On the complete solution to problems of deformation of a plastic rigid material, J. Mech. Phys. Sol., Vol 2 (1953), str. 43 53
- 2. R. HILL, The mathematical theory of plasticity, Oxford at the Clarendon Press 1950
- 3. W. W. SOKOŁOWSKI, Statyka ośrodków sypkich (tłum. z ros.), PWN, Warszawa 1958
- 4. W. SZCZEPIŃSKI, Mechanika plastycznego plynięcia, PWN, Warszawa 1978
- 5. W. SZCZEPIŃSKI, Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej, PWN, Warszawa 1968
- 6. W. ZOWCZAK, Projektowanie i nośność graniczna elementów polączeń sworzniowych, Rozpr. Inż. (w druku)

#### Резюме

### ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ПОМОЩИ НЕПРЕРЫВНЫХ СТАТИЧЕСКИ ДОПУСКАЕМЫХ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ

Темой статьи является проектирование элементов конструкции методом несущей способности с применением статически допускаемых полей напряжений непрерывной неоднородности.

#### PROJEKTOWANIE ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH

При конструировании полей используется известный в теории пластичности метод характеристик.

В работе коротко обсуждены способы строения непрерывных полей, а также представлены примеры формирования элементов по сравнению с аналогичными решениями, полученными благодаря применению скачкообразно неоднородных полей.

# Summary

# DESIGN OF STRUCTURAL ELEMENTS BY MEANS OF STATICALLY ADMISSIBLE CONTINUOUS STRESS FIELDS

Plastic design of structural elements by means of nonhomogeneous continuous stress fields is presented. Well-known method of characteristics is used to construct stress fields. The process of constructing stress fields is shortly described. Examples of plastic design of bolt joint and tension member are presented to illustrate the proposed design procedure. Results are compared with those obtained by means of piecewise -homogeneous stress field technique.

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 27 stycznia 1981 roku.

5 Mech. Teoret, i Stos. 4/81