M E CHAN IKA TEORETYCZNA I STOSOWANA 3, 19 (1981)

# WPŁYW PODATNOŚCI PIERŚCIENI WZMACNIAJĄCYCH NA PRACĘ KOMPENSATORÓW MIESZKOWYCH<sup>1</sup>

CYPRIAN KOMORZYCKI (LUBLIN), JACEK STUPNICKI (WARSZAWA)

### 1. Wstęp

Przewody rurowe w instalacjach ciepłowniczych oraz różnego typu układach sieci przemysłowych, pracujących w zmiennych warunkach termicznych, muszą mieć możliwość wydłużeń przy niewielkich wzrostach sił. Uzyskuje się to na drodze kompensacji naturalnej przez wprowadzenie dużej liczby załamań i krótkich odcinków prostych lub też przez stosowanie kompensatorów wydłużeń termicznych. Spośród stosowanych obecnie kompensatorów kształtowych, dławicowych i mieszkowych, najbardziej uniwersalne są coraz częściej stosowane kompensatory mieszkowe (rys. 1).



Rys. 1. Kompensator mieszkowy

Przegląd współczesnych możliwości w zakresie kompensacji wydłużeń termicznych przez zastosowanie mieszków sprężystych dają rozwiązania stosowane przez firmy Hydra-Metallschlauch-Fabrik [1] i Gilardini SpA Divisione Flexider [2].



Rys. 2. Kompensator mieszkowy z pierścieniami wzmacniającymi

Od kompensatorów wymagamy dużej podatności w kierunku występujących przemieszczeń oraz odpowiedniej wytrzymałości na działające ciśnienia. W przypadku kompensatorów mieszkowych zachowanie odpowiedniej wytrzymałości przy rosnących ciśnieniach i rosnących średnicach nie dają się pogodzić z wymogiem odpowiedniej podatności.

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup> Autorzy składają serdeczne podziękowanie Docentowi Janowi Witkowskiemu za cenne wskazówki, udzielone przy wykonywaniu niniejszej pracy.

Konsekwencją tego było pojawienie się kompensatorów mieszkowych z pierścieniami wzmacniajacymi (rys. 2).

Obecność pierścieni wzmacniających w kompensatorze stwarza możliwość wystąpienia pod wpływem ciśnienia wewnętrznego stanu naprężeń bliskiego stanowi błonowemu. Pozwala to zmniejszyć grubość ścianki mieszka przy stałym ciśnieniu lub zwiększyć ciśnienie wewnętrzne przy niezmiennej grubości powłoki. Mniejsza grubość ścianki zmniejsza sztywność mieszka, co jest zjawiskiem pożądanym.



Rys. 3. Przykłady różnych kształtów pierścieni wzmacniających

Analiza wytrzymałościowa kompensatora mieszkowego z pierścieniami wzmacniającymi stanowi zagadnienie kontaktu dwóch ciał odkształcalnych o złożonym kształcie i może być prowadzona metodami doświadczalnymi lub analitycznymi.

Decydujący wpływ na rozkład naprężeń w mieszku i jego podatność mają wymiary i kształt pierścienia wzmacniającego. Różne kształty pierścieni wzmacniających, spotykanych w dotychczasowych rozwiązaniach kompensatorów mieszkowych pokazuje rys. 3.

Pierścień wzmacniający powinien być odpowiednio wytrzymały i sztywny przy działaniu obciążeń w kierunku promieniowym i powinien zabezpieczać jak najlepszą realizację przemieszczeń osiowych. Ten ostatni warunek można osiągnąć, stosując pierścień możliwie cienki (rys. 3c) lub pierścień o dużej podatności w kierunku osiowym (rys. 4).



Rys. 4. Cienkościenny pierścień wzmacniający

Odcinek powłoki cylindrycznej, widoczny na rys. 3c, ma zabezpieczać pierścień przed utratą stateczności.

Obok wymiarów i kształtu pierścienia wzmacniającego na własności użytkowe kompensatora wpływają wymiary i kształt mieszka oraz użyty materiał i stosowana technologia wykonania.

### 2. Sprecyzowanie zadania i metoda badań

W dotychczasowych rozwiązaniach analitycznych kompensatorów mieszkowych z pierścieniami wzmacniającymi [3] zakładano, iż pierścień jest idealnie sztywny. Ten model obliczeniowy dobrze opisuje współpracę mieszka z masywnym pierścieniem wzmacniającym, nie umożliwia jednak analizowania kompensatorów z podatnymi pierścieniami wzmacniającymi. Nowe możliwości w zakresie badania współpracy mieszka i pierścieni w czasie odkształceń rurociągu stwarza metoda elementów skończonych (MES) [4, 5, 6].

Celem niniejszego opracowania jest wykazanie, iż poszukiwanie optymalnej konstrukcji kompensatora mieszkowego z pierścieniami wzmacniającymi powinno między innymi zmierzać w kierunku poszukiwania optymalnych kształtów pierścieni wzmacniających wśród pierścieni cienkościennych o dużej podatności osiowej.



Rys. 5. Wymiary jednej półfali mieszka: a – torus wewnętrzny, b – część płytowa, c – torus zewnętrzny



Rys. 6. Masywny pierścień wzmacniający

Do obliczeń numerycznych przyjęto wymiary jednej półfali mieszka jak na rys. 5.

Wymiary i kształty pierścieni wzmacniających do porównawczych badań numerycznych przedstawiają rys. 6 i 7.

Przeprowadzone zostały obliczenia kompensatora mieszkowego bez pierścieni wzmacniających oraz z masywnymi i cienkościennymi pierścieniami wzmacniającymi dla obciążeń ciśnieniem wewnętrznym p = 1 MPa i dla obciążeń kompensatora przemieszczenicm osiowym v = 1 mm na jedną półfalę. Schematy obliczeniowe dla tych przypadków przedstawia rys. 8.



Rys. 7. Wymiary cienkościennego pierścienia wzmacniającego



Rys. 8. Schematy obliczeniowe kompensatora: a) bez pierścieni wzmacniających, b) z masywnymi pierścieniami wzmacniającymi, c) z cienkościennymi pierścieniami wzmacniającymi o dużej podatności w kierunku osiowym

W przeprowadzonych badaniach zagadnienia kontaktu mieszka i pierścienia można wyróżnić następujące etapy:

- Podział mieszka i pierścienia wzmacniającego na elementy skończone. Opracowanie listy danych odnośnie topologii, obciążeń zewnętrznych i warunków brzegowych.
- 2) Zastąpienie ciągłego oddziaływania między mieszkiem i pierścieniem wzmacniającym oddziaływaniem dyskretnym w wybranych węzłach mieszka i pierścienia na podporach przesuwowych, nie uwzględniających sił tarcia. Przy podziale na elementy skończone p(1), należy zapewnić, ażeby węzły siatki podziału mieszka i pier-

ścienia na elementy skończone, w których chcemy przewidywać dyskretne oddziaływanie, trafiały na siebie.

 Napisanie układu równań Maxwella-Mohra dla mieszka przy założeniu, że na wszystkich n podporach występuje wzajemne oddziaływanie:

$$[\alpha_{ik}]\{X_k\} = \{\delta_i\}$$

- gdzie:  $X_k$  siła wzajemnego oddziaływania mieszka i pierścienia na podporze o numerze "k",
  - $\alpha_{ik} = (\alpha_{ik})_m (\alpha_{ik})_p; \quad (\alpha_{ik})_m \text{przemieszczenie węzła ,,} i'' mieszka pod wpływem siły jednostkowej (tu 10<sup>5</sup> N) przyłożonej w węźle ,,k'' mieszka,$
  - (α<sub>ik</sub>)<sub>p</sub> przemieszczenie węzła "i" pierścienia pod wpływem siły jednostkowej przyłożonej w węźle "k" pierścienia;
    - $\delta_i = \delta_{i0} + \delta_{im} \delta_{ip}; \delta_{i0}$  luz między węzłami mieszka i pierścienia o numerze "*i*" przed przyłożeniem obciążeń zewnętrznych do kompensatora,  $\delta_{im}$  — przemieszczenie węzła "*i*" mieszka pod wpływem obciążenia zewnętrznego (ciśnienie wewnętrzne lub przemieszczenie osiowe), przyłożonego do mieszka,  $\delta_{ip}$  — przemieszczenie węzła "*i*" pierścienia pod wpływem obciążenia zewnętrznego, przyłożonego do pierścienia (w rozpatrywanym przypadku nie występuje).

Wielkości  $(\alpha_{ik})_m$ ,  $(\alpha_{ik})_p$ ,  $\delta_{im}$  i  $\delta_{ip}$  orzymano na drodze obliczeń numerycznych MES z wykorzystaniem odpowiednich programów [7, 8] dla ciał osiowo-symetrycznych obciążonych osiowo-symetrycznie.

4) Utworzenie z układu równań Maxwella-Mohra p (3) przez odpowiednie skreślenie wierszy i kolumn o tych samych numerach (równoznaczne z odrzucaniem podpór), układu równań, którego rozwiązania wskazywać będą na istnienie docisku na wszystkich uwzględnionych podporach (zgodne jest to z fizykalną stroną zjawiska). Jeśli uwzględniona w równaniach ilość dyskretnych oddziaływań między mieszkiem i pierścieniem w domniemanym obszarze kontaktu (obszarze poszukiwań) będzie maksymalna, to rozwiązanie należy uznać za optymalne. Będzie to układ:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ik} \\ n_r \times n_r \\ n_r \end{bmatrix} \{ X_k \} = \{ \delta_i \}$$

gdzie:  $n_r \leq n$ 

- $X_1 \dots X_{n_r}$  rzeczywiste oddziaływanie dyskretne między mieszkiem i pierścieniem.
- 5) Włączenie wielkości  $X_1, X_2, ..., X_{n_r}$  do listy obciążeń zewnętrznych mieszka i pierścienia oraz przeprowadzenie obliczeń MES.

Dokładność przeprowazonych w ten sposób obliczeń zależy od gęstości podziału elementów konstrukcji, kontaktujących się ze sobą, na elementy skończone oraz od ilości wstępnie przewidzianych oddziaływań dyskretnych.

# 3. Wyniki badań

Podział mieszka i pierścieni wzmacniających na elementy skończone z zaznaczeniem 21 punktów, w których przewidziano wstępnie kontakt, pokazują rys. 9, 10, 11. Wartości sił kontaktowych X i wielkości sił wewnętrznych dla rozpatrywanych przypadków zawiera







Rys. 11. Podział cienkościennego pierścienia wzmacniającego na elementy skończone

5 Mech. Teoret. i Stos. 3/81

[415]

obciązenie	obciążenie ciśr $p = 1 N$	nieniem TPa	obciążenie przemieszcze $v = 1 \text{ mm/1 } półfak$	sniem e
rodzaj ierścienia	sily wewnętrzne	siły kontaktowe [kN]	siły wewnętrzne	siły kontaktowe [kN]
ez pierścienia	e) 137,94.811 137,94.811 P=1NPa P=1NPa P=1NPa P=1NPa P=1NPa P=1NPa P=1NPa P=1NPa P=1NPa	1	b) 257.45 Nucm 1	
erścień masywny	a) 001,134N p-11MPa	$\begin{aligned} x_{701} &= -x_1 = 11,88\\ x_{680} &= -x_{19} = 25,42\\ x_{659} &= -x_{37} = 25,1\\ x_{638} &= -x_{34} = 26,48\\ x_{617} &= -x_{72} = 96,8\\ x_{491} &= -x_{173} = 222,78 \end{aligned}$	b) 248,44N	$x_{491} = -x_{173} = -608,95$
- erścień cienko- ienny	a) 112.42 kN	$x_{701} = -x_1 = 16,49$ $x_{659} = -x_{43} = 0,88$ $x_{638} = -x_{64} = 16,82$ $x_{617} = -x_{85} = 17,96$ $x_{596} = -x_{106} = 3,96$ $x_{575} = -x_{106} = 3,96$ $x_{575} = -x_{127} = 4,44$ $x_{554} = -x_{127} = 4,44$ $x_{553} = -x_{127} = 3,39$ $x_{19} = -x_{197} = 6,05$ $x_{498} = -x_{204} = 27,57$ $x_{491} = -x_{211} = 39,84$	b) 124.09 k.h.	$\begin{array}{l} x_{491} = -x_{211} = \\ = 29,97 \\ x_{379} = -x_{323} = \\ = 109,91 \end{array}$

Tablica 1

[416]



Rys. 12. Naprężenia zredukowane w mieszku bez pierścieni wzmacniających i naprężenia od zginania  $|\sigma|$ w płaszczyźnie południkowej



Rys. 13. Naprężenia zredukowane w mieszku z masywnym pierścieniem wzmacniającym i naprężenia od zginania |σ| w płaszczyźnie południkowej



Rys. 14. Naprężenia zredukowane w mieszku z cienkościennym pierścieniem wzmacniającym i naprężenia od zginania |σ| w płaszczyźnie południkowej



Rys. 15. Naprężenia zredukowane na powierzchni zewnętrznej pierścienia masywnego po obciążeniu kompensatora ciśnieniem wewnętrznym oraz przemieszczeniem osiowym



Rys. 16. Naprężenia zredukowane na powierzchniach cienkościennego pierścienia wzmacniającego i naprężenia od zginania |σ| w płaszczyźnie południkowej

tablica 1. Wytężenie materiału powłoki mieszka według hipotezy Hubera dla rozpatrywanych przypadków obciążenia i podparcia przedstawiają wykresy na rys. 12, 13, 14.

Odpowiednie naprężenia w pierścieniach wzmacniających pokazują rys. 15 i 16.

Największe wytężenie materiału, jak wynika z zamieszczonych wykresów, występują na powierzchniach wewnętrznych mieszka. W kompensatorze bez pierścieni wzmacniających (rys. 12) największe naprężenia występują w części środkowej torusa zewnętrznego dla przypadku obciążenia ciśnieniem. Podobne relacje naprężeń obserwujemy w powłoce mieszka z pierścieniami masywnymi (rys. 13) i z pierścieniami cienkościennymi (rys. 14), chociaż dla poszczególnych przypadków występują wyraźne różnice ilościowe.

Naniesione na wykresach naprężenia od zginania w płaszczyźnie południkowej wskazują na decydujący ich udział w wytężeniu materiału zarówno mieszka jak i pierścienia cienkościennego, a szczególnie w przypadku obciążenia kompensatora przemieszczeniem osiowym.

#### C. KOMORZYCKI, J. STUPNICKI

Naprężenia na powierzchni wewnętrznej mieszka dla rozpatrywanych przypadków obciążeń i rodzajów pierścieni wzmacniających przy niezmiennych wymiarach mieszka, przedstawia zbiorczy wykres porównawczy na rys. 17.



Rys. 17. Naprężenia zredukowane na powierzchni wewnętrznej mieszka dla różnych przypadków jego podparcia i obciążenia

Poszczególne wykresy (rys. 17) wykonane przy założeniu niezmiennych wymiarów mieszka pozwalają oceniać i porównywać wpływ pierścieni wzmacniających o różnych kształtach na warunki pracy kompensatora, nie upoważniają jednak do bezpośredniego porównywania kompensatorów z pierścieniami wzmacniającymi z kompensatorami bez pierścieni. Istota bowiem stosowania pierścieni wzmacniających polega na tym, że w kompensatorze z pierścieniami możemy nawet kilkakrotnie zmniejszyć grubość ścianki mieszka w porównaniu z grubością ścianki mieszka kompensatora bez pierścieni wzmacniających. Dzięki temu maleją kilkakrotnie siły i naprężenia spowodowane przemieszczeniem.

# 4. Wnioski

Porównując wyniki dla kompensatora mieszkowego o podanych wymiarach z masywnymi i cienkościennymi pierścieniami wzmacniającymi (rys. 17) możemy stwierdzić:

- maksymalne naprężenia zredukowane dla obciążenia przemieszczeniem w obydwu przypadkach występują w części środkowej torusa zewnętrznego i są 1,5 raza większe dla kompensatora z pierścieniem masywnym,
- maksymalne naprężenia dla mieszka z pierścieniami masywnymi, dla przypadku obciążenia przemieszczeniem, występują w obszarze przechodzenia części płytowej mieszka w torus wewnętrzny i są około 2,5 razy większe od analogicznych naprężeń w mieszku z cienkościennymi pierścieniami wzmacniającymi,

w obszar żeń zred godny i 1 pierścien a następ. - przebieg cych por z cienko: - pierścień W sumie własności uż Przeprow sprężysty ---kontaktu dv Weryfika rzystaniu m badań elaste

- 1. Katalog fir
- 2. Katalog fir:
- 3. Ł. D. ŁUGA
- wysokowo a 4. J. WITKOW:
- Warszawa 5. S. H. Chan
- Science, 13,
- 6. G. B. Jostei
- Maszinowie
- 7. O. C. ZIENE 8. J. Szmeltei

ВЛУ.

В работе кольцами. Ис ных механизм Получени ловиях работ.

- w obszarze przechodzenia części płytowej mieszka w torus wewnętrzny przebieg naprężeń zredukowanych dla przypadku podparcia pierścieniem cienkościennym jest łagodny i naprężenia te dla torusa wewnętrznego pozostają prawie stałe, podczas gdy dla pierścienia masywnego osiągają maksimum na granicy części płytowej i torusowej, a następnie gwałtownie maleją,
- przebieg naprężeń dla obciążenia ciśnieniem jest dla obydwu pierścieni wzmacniających podobny, a ilościowo nieznacznie większe naprężenia występują w mieszku z cienkościennym pierścieniem wzmacniającym,
- pierścień cienkościenny jest prawie pięciokrotnie lżejszy od pierścienia masywnego.
   W sumie kompensator z cienkościennym pierścieniem wzmacniającym posiada lepsze

własności użytkowe od kompensatora z pierścieniem masywnym. Przeprowadzone badania wykazały, że MES jest przydatna w analizie układu mieszek

sprężysty — pierścień wzmacniający, stanowiącego jedno z licznych w technice zadań kontaktu dwóch ciał nie ujętego w teorii Hertza.

Weryfikacja doświadczalna przeprowadzonych obliczeń numerycznych przy wykorzystaniu metody elastooptycznej potwierdziła uzyskane wyniki. Szczegóły dotyczące badań elastooptycznych będą podane w osobnej publikacji w MTiS.

# Literatura cytowana w tekście

1. Katalog firmy Hydra-Metallschlauch-Fabrik, 1975.

- 2. Katalog firmy Gilardini SpA Divisione Flexider: "Compensatori di dilatazione". Torino, 1975.
- 3. Ł. D. ŁUGANCEW, Issledowanie naprażenno-deformirowannogo sostożania silfonnogo kompensatora wysokowo dawlenia. W książce "Rasczety na procznost", Maszinostrojenije, Moskwa 1976, wyd. 17.
- 4. J. WITKOWSKI, Zagadnienie kontaktu ciał odkształcalnych, Politechnika Warszawska, Mechanika z. 53 Warszawa 1976.
- 5. S. H. CHAN, I. S. TUBA, A Finite Element Method for Contact Problems of Solid Bodies. Int. Jour. of Mech. Science, 13, 1971.
- 6. G. B. JOSIELEWICZ, G. W. OSIPOWA, Reszenije konstrukcjonnokontaktnych zadacz czislennymi metodami, Maszinowiedienije, 4, 1976.
- 7. O. C. ZIENKIEWICZ, Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1972.
- 8. J. SZMELTER i inni, Programy metody elementów skończonych. Warszawa 1972.

### Резюме

# ВЛИЯНИЕ ПОДАТЛИВОСТИ УКРЕПЛЯЮЩИХ КОЛЬЦОВ НА РАБОТУ КОМПЕНСАТОРОВ СИЛЬФОННОГО ТИПА

В работе представлено решение задачи компенсатора сильфонного типа с укрепляющими кольцами. Исследования проведены по методу решения контактной задачи нелинейных дискретных механизмов и метода усилий.

Полученные результаты для избранных нагружений дают всесторонные информации о условиях работы сильфона и укрепляющего кольца, а также о их взаимодействиях.

# C. Komorzycki, J. Stupnicki

#### Summary

# INFLUENCE OF THE RIGIDITY OF REINFORCING RINGS ON THE WORK OF EXPANSION JOINTS

Numerical analysis of stress and deformation of the bellows with treinforcing rings used as compensators of thermal expansion in pipelines has been performed. The stress distribution, effective stresses, contact conditions between the shell and the rings have been determined by means of the finite element method in case of axisymmetric problems. The results allows us to determine the influence of the rings stiffnes. The thin wall rings have been taken into account.

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 3 lutego 1981 roku

MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA 3, 19 (1981)

DRGANIA G

S

422