

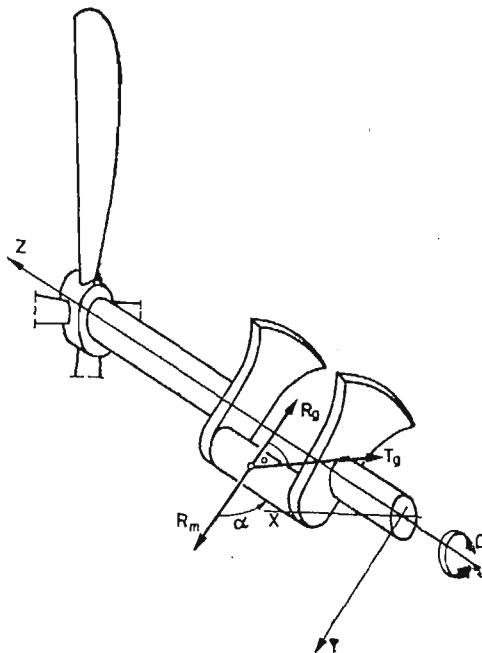
ANALIZA WYMUSZONYCH DRGAŃ WAŁU KORBOWEGO ZE ŚMIGŁEM PRZY ZASTOSOWANIU METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

ZBIGNIEW DŻYGADŁO
WIESŁAW SOBIERAJ
PIOTR ZALEWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna

1. Wstęp

Przeprowadzając analizę drgań wymuszonych wału korbowego z czterołopatowym śmigłem (rys. 1) lotniczego silnika gwiazdowego, przy zastosowaniu metody elementów skończonych, rozpatrywany układ rzeczywisty odwzorowano w postaci jego modelu fizycznego składającego się z elementów belkowych i elementów wału, wirujących ze

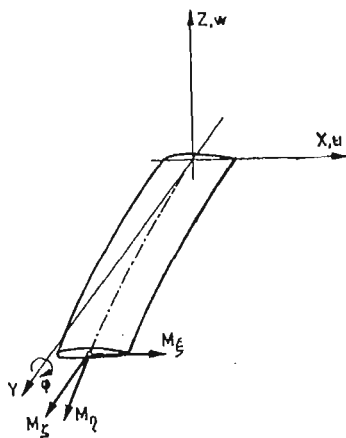


Rys. 1

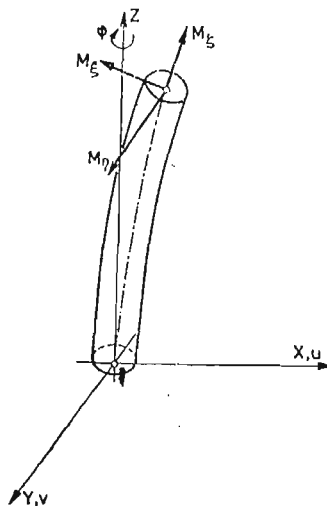
stałą prędkością kątową Ω . W rozważaniach pominięto wpływ ruchu samolotu na wymuszone drgania rozpatrywanego układu z uwagi na to, że częstotliwości ruchu samolotu są niższe od rozpatrywanego zakresu częstotliwości drgań wymuszonych. Przyjęty model uwzględnia odkształcalność układu, którego poszczególne elementy podlegają zginaniu w dwóch wzajemnie prostopadłych do siebie płaszczyznach oraz skręcaniu wokół osi sprężystości elementów. Wykorzystano przemieszczeniową wersję metody elementów skończonych przy założeniu jednowymiarowej dyskretyzacji rozpatrywanego układu. Uwzględniając właściwości konstrukcyjne rzeczywistych wałów korbowych, przyjęto liniową zmianę parametrów geometrycznych, masowych i sztywnościowych w belkowych elementach skończonych oraz stałe parametry w elementach skończonych wałów. Jednocześnie założono możliwość skokowych zmian parametrów konstrukcyjnych na brzegach elementów. Działające na wał korbowy obciążenia wymuszające zostały określone poprzez rozłożenie w szereg harmoniczny wyznaczonych doświadczalnie obciążeń promieniowych (R_m i R_p) i stycznych (T_p) pochodzących od sił gazodynamicznych działających na wał korbowy lotniczego silnika tłokowego.

2. Zależności wyjściowe

Rozpatrując deformacje elementu belki (rys. 2) i wału (rys. 3) w ich lokalnych układach współrzędnych $Oxyz$, związanych z ich nieodkształconą osią sprężystości przyjęto, że występują małe odkształcenia sprężyste oraz zginania w dwóch wzajemnie prostopadłych do siebie płaszczyznach (przemieszczenia — u, w — dla belki; u, v — dla wału) i skręcania (φ) wokół osi sprężystości. Ponadto, belka może być wstępnie zwichrzona (skręcona) konstrukcyjnie o kąt $\Theta(y)$. Całkowite odkształcenie wzdłużne dowolnego włókna belki lub wału w wybranym przekroju określonym przez jego lokalny układ współrzędnych głównych $0, \xi \eta \zeta$ (układ współrzędnych związany z głównymi osiami bezwładności prze-



Rys. 2



Rys. 3

kroju i odkształconą osią sprężystości) można wyznaczyć określając przemieszczenie środka sztywności i obrót nieodkształcalnego przekroju. Wykorzystując zależności przedstawione w [1], [2] i [3], całkowite odkształcenie wzdłużne dowolnego włókna w wybranym przekroju określono następująco:

dla wału —

$$\varepsilon^w = \varepsilon_c - \xi u'' - \eta v'' \quad (2.1)$$

dla belki —

$$\varepsilon^b = \varepsilon_c - \xi(u'' \cos \Theta - w'' \sin \Theta) - \zeta(u'' \sin \Theta + w'' \cos \Theta) + (\xi^2 + \zeta^2) \Theta' \varphi' \quad (2.2)$$

gdzie przez ()' i ()'' oznaczono pierwszą i drugą pochodną względem współrzędnej osi sprężystości.

Występujące w powyższych wzorach odkształcenie

$$\varepsilon_c = \frac{S_c}{EA} \quad (2.3)$$

jest odkształceniem rozciągającym od znanej siły S , natomiast

$$k_r^2 = \frac{1}{A} \iint_A (\xi^2 + \zeta^2) d\xi d\zeta \quad (2.4)$$

jest zredukowanym promieniem bezwładności czynnego sprężystości przekroju — A .

Dysponując określonymi w postaci związków (2.1) lub (2.2) odkształceniami wału lub belki, można wykorzystując proporcjonalność naprężeń i odkształceń

$$\sigma = E\varepsilon$$

gdzie E — jest modułem sprężystości Younga

wyznaczyć momenty sprężyste — M_ξ , M_η , M_ζ w lokalnym układzie współrzędnych przekrojów. Uwzględniając zaś związki pomiędzy lokalnym układem współrzędnych głównych rozpatrywanych przekrojów wyznaczono momenty sprężyste w lokalnych układach współrzędnych elementu belki lub wału — $Oxyz$.

Dla wału:

$$\begin{aligned} M_x^w &= EJ_\xi v'' \\ M_y^w &= EJ_\eta u'' \\ M_z^w &= GJ_0 \varphi' + S_c r_c^2 \varphi' \end{aligned} \quad (2.5)$$

przy czym

$$r_c^2 = \frac{1}{A} \iint_A (\xi^2 + \eta^2) d\xi d\eta \quad (2.6)$$

natomiast J_ξ , J_η są momentami bezwładności przekroju wału względem głównych osi bezwładności a J_0 jest biegunowym momentem bezwładności przekroju.

Dla belki:

$$\begin{aligned} M_x^b &= (EJ_\xi \cos^2 \Theta + EJ_\zeta \sin^2 \Theta) w'' + (EJ_\xi - EJ_\zeta) u'' \sin \Theta \cos \Theta + \\ &+ EB_2 \Theta' \varphi' \sin \Theta + S_c (e_r \sin \Theta + e_r \varphi \cos \Theta + k_r^2 \Theta' u') \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$M_y^b = [GJ_0 + S_c k_r^2 + EB_1(\Theta')^2] \varphi' - EB_2 \Theta' (u' \cos \Theta - w' \sin \Theta) + \quad (2.7)$$

$$- S_c (u' e_r \sin \Theta - w' e_r \cos \Theta - k_r^2 \Theta') \quad [\text{cd}]$$

$$M_z^b = (EJ_\xi \sin^2 \Theta + EJ_\zeta \cos^2 \Theta) u'' + (EJ_\xi - EJ_\zeta) w'' \sin \Theta \cos \Theta +$$

$$- EB_2 \Theta' \varphi' \cos \Theta - S_c' (e_r \cos \Theta - e_r \varphi \sin \Theta - k_r^2 \Theta' w')$$

gdzie:

$$e_r = \frac{1}{A} \iint_A \xi d\xi d\zeta,$$

$$B_1 = \iint_A (\xi^2 + \zeta^2)(\xi^2 - \zeta^2 - k_r^2) d\xi d\zeta, \quad B_2 = \iint_A (\xi^2 + \zeta^2)(\xi - e_r) d\xi d\zeta \quad (2.8)$$

Rozpatrując ruch wirującego z ustaloną prędkością kątową Ω wału korbowego ze śmigłem i uwzględniając odkształcalność przyjętego do rozważań modelu fizycznego, wyznaczono przemieszczenia, prędkości i przyśpieszenia dowolnego punktu przekroju poprzecznego elementu belki lub wału w wirującym wraz z nieodkształconą osią wału korbowego układzie współrzędnych. Pozwoliło to na wyznaczenie obciążeń objętościowych działających w rozpatrywanym przekroju elementu belki lub wału. Pomijając obciążenia powstające w wyniku działania sił Coriolisa oraz dokonując umownego podziału obciążeń objętościowych na obciążenia bezwładnościowe (indeks „b”) i obciążenia odśrodkowe (indeks „ Ω ”), określono je w następującej postaci:

dla wału —

$$p_{xb}^w = -m\ddot{u}, \quad p_{yb}^w = -m\ddot{v}, \quad q_{xb}^w = -I_\eta \ddot{u}',$$

$$q_{yb}^w = -(mr_w^2 + I_\xi) \ddot{v}', \quad q_{zb}^w = I\ddot{\varphi},$$

$$p_{x\Omega}^w = \Omega^2 mu, \quad p_{y\Omega}^w = \Omega^2 mv, \quad q_{x\Omega}^w = -\Omega^2 mr_w u, \quad (2.9)$$

dla belki —

$$p_{xb}^b = -m(\ddot{u} - e_m \ddot{\varphi} \sin \Theta), \quad p_{zb}^b = -m(\ddot{w} - e_m \ddot{\varphi} \cos \Theta),$$

$$q_{yb}^b = -I\ddot{\varphi} + me_m(\ddot{w} \cos \Theta + \ddot{u} \sin \Theta),$$

$$p_{x\Omega}^b = m\Omega^2(u + e_m \varphi \sin \Theta), \quad q_{x\Omega}^b = -m\Omega^2 e_m y \varphi \sin \Theta, \quad (2.10)$$

$$q_{y\Omega}^b = m\Omega^2 e_m [-u \sin \Theta + y(u' \sin \Theta + w' \cos \Theta)] + \Omega^2 (I_\zeta - I_\xi) \varphi \cos 2\Theta,$$

$$q_{z\Omega}^b = -m\Omega^2 e_m y \varphi \cos \Theta$$

gdzie:

$$e_m = \frac{1}{m} \iint_{A_m} \rho d\xi d\zeta$$

jest mimośrodem masy, y — odległością rozpatrywanego przekroju od osi obrotu, m — bieżącą masą elementu, I_ξ , I_η , I_ζ — bieżącymi masowymi momentami bezwładności względem głównych osi bezwładności przekroju, I — biegunowym, bieżącym momentem bezwładności, A_m — całkowitym polem przekroju poprzecznego, r_w — promieniem wykorbienia. Przez „(’)” oznaczono drugą pochodną przemieszczeń względem czasu.

Na rozpatrywany wał korbowy lotniczego silnika tłokowego działają jeszcze wymuszające siły gazodynamiczne (rys. 1). Siły te określono za pomocą szeregu trygonometrycznego o postaci:

$$T = T_0 + \sum_{k=1}^n \{T_k \sin[3,5k(\Omega t + \varphi_T)]\},$$

$$R = R_0 + \sum_{k=1}^u \{R_k \sin[3,5k(\Omega t + \varphi_R)]\}.$$
(2.11)

W skład rozpatrywanego układu wału korbowego wchodzi również antywibratory w postaci tłumików Taylora. Przyjmując najprostsz model oddziaływania tłumików tzn. tłumienie drgań skrętnych wału, ich oddziaływanie można uwzględnić wprowadzając zredukowany do osi obrotu wału korbowego moment bezwładności, zależny od dostrójenia tłumików.

$$I^* = I_a + m_a \frac{r^2 \lambda^2}{\lambda^2 - \nu^2}$$
(2.12)

przy czym

$$\nu = \frac{\omega}{\Omega}$$

$$\lambda^2 = \frac{r - (D - d)}{D - d}$$

gdzie — I_a — jest masowym momentem bezwładności antywibratora względem jego środka masy,
 m_a — masą antywibratora, r — odległością środka masy tłumika od osi obrotu,
 $(D - d)$ — mimośrodem jego ruchu.

3. Rozwiązanie problemu drgań wymuszonych

Położenie dowolnego punktu leżącego na osi sprężystości rozpatrywanych elementów można określić poprzez składowe wektora f_e o postaci

$$f_e = f(\chi, t)_e = N_e \beta_e$$
(3.1)

gdzie N_e jest funkcją kształtu a β_e wektorem przemieszczeń węzłowych elementu, przy czym

$$N_e = [N_{ie}, N_{je}]$$

$$\beta_e = [\beta_{ie}, \beta_{je}]^T$$
(3.2)

gdzie i, j są numerami węzłów elementu.

Wykorzystując wprowadzone na rys. 2 i rys. 3 oznaczenia, funkcję kształtu i wektor przemieszczeń węzłowych zapisano następująco:

belka —

$$\chi = \frac{y}{l_e}, \quad \Psi_{xk} = \frac{dw_k}{dy} = w'_k, \quad \Psi_{yk} = \varphi_k, \quad \Psi_{zk} = \frac{du_k}{dy} = u'_k,$$
(3.3)

więc

$$\beta_{ke} = [u_k, 0, w_k, \Psi_{xk}, \Psi_{yk}, \Psi_{zk}]$$

oraz

$$\mathbf{N}_{ke} = \begin{bmatrix} H_k & 0 & 0 & 0 & 0 & K_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_k & K_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H'_k & K'_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_k & 0 \\ H'_k & 0 & 0 & 0 & 0 & K'_k \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

dla $k = i, j$

Waż —

$$\chi = \frac{z}{l_e}, \quad \Psi'_{xk} = \frac{dv_k}{dz} = v'_k, \quad \Psi'_{yk} = \frac{du_k}{dz} = u'_k, \quad \Psi'_{zk} = \varphi_k,$$

więc

$$[\beta_k]_e = [u_k, v_k, 0, \Psi'_{xk}, \Psi'_{yk}, \Psi'_{zk}] \quad (3.5)$$

oraz

$$\mathbf{N}_{ke} = \begin{bmatrix} H_k & 0 & 0 & 0 & K_k & 0 \\ 0 & H_k & 0 & K_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H'_k & 0 & K'_k & 0 & 0 \\ H'_k & 0 & 0 & 0 & K'_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_k \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

dla $k = i, j$

gdzie l_e — jest długością elementu

Występujące w macierzach funkcje kształtu (3.5) i (3.8) wyrazi, określono wykorzystując liniową funkcję Lagrange'a

$$L_i = 1 - \chi, \quad L_j = \chi \quad (3.7)$$

oraz dwie funkcje Hermite'a

$$\begin{aligned} H_i &= 1 - 3\chi^2 + 2\chi^3, & H_j &= 3\chi^2 - 2\chi^3, \\ K_i &= (\chi - 2\chi^2 + \chi^2 + \chi^3)l_e, & K_j &= (-\chi^2 + \chi^3)l_e, \end{aligned} \quad (3.8)$$

i ich pochodne.

Wyznaczając równania dynamicznej równowagi elementu w oparciu o zasadę prac wirtualnych

$$\delta U_s + \delta U_D = \delta W_D + \delta W_b + \delta W_k + \delta W_w + \delta W_\tau \quad (3.9)$$

gdzie δU_s jest wariacją energii sprężystej odkształcenia elementu, δU_D — przyrostem wariacji energii sprężystej w polu sił odśrodkowych,

δW_D , δW_b , δW_k , δW_w , δW_τ — odpowiednio, pracą sił odśrodkowych, bezwładności, krawędziowych, wymuszających i tłumiących na przemieszczeniach wirtualnych.

Otrzymano je dla lokalnego układu współrzędnych elementu w klasycznej postaci [7] macierzewego układu równań

$$\bar{\mathbf{K}}_e \beta_e + \bar{\mathbf{C}}_e \dot{\beta}_e + \bar{\mathbf{M}}_e \ddot{\beta}_e = \sum_{k=1}^n \bar{\mathbf{F}}_{wke} + \bar{\mathbf{Q}}_e \quad (3.10)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{K}}_e &= \bar{\mathbf{K}}_{sa} + \Omega^2 \bar{\mathbf{K}}_{\Omega e} - \Omega^2 \bar{\mathbf{K}}_{\Omega e}^n + \bar{\mathbf{K}}_{pe} \\
 \bar{\mathbf{M}}_e &= \bar{\mathbf{M}}_{odke} + \bar{\mathbf{M}}_{sze} \\
 \bar{\mathbf{C}}_e &= \bar{\mathbf{C}}_{xe} + \bar{\mathbf{C}}_{gire} + \bar{\mathbf{C}}_{ante} \\
 \bar{\mathbf{F}}_{wke} &= [T_k, R_k, 0, 0, 0, 0]^T \sin(3,5k(\Omega t + \varphi_k)) \\
 \bar{\mathbf{Q}}_e &= [\mathbf{Q}_{1e}, \mathbf{Q}_{je}]_d^T
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Macierze (3.11) wchodzące w skład równania (3.19) wyznaczono z zasady prac wirtualnych (3.9) wykorzystując metodykę przedstawioną w [7] (dla macierzy sztywności sprężystej $\bar{\mathbf{K}}_{se}$ i macierzy mas $\bar{\mathbf{M}}_{odk}$), lub w [4] (dla pozostałych macierzy). Wprowadzając quasi-diagonalną macierz transformacji

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \\ & \mathbf{H}_1 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

gdzie podmacierz

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \cos \Psi, & \sin \Psi, & 0 \\ -\sin \Psi, & \cos \Psi, & 0 \\ 0 & 0, & 1 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

natomiast ψ jest azymutem osi sprężystości elementu belkowego (dla elementu wału $\psi = 0$), określono macierzowe równanie dynamicznej równowagi elementu w globalnym układzie współrzędnych

$$\mathbf{K}_e \Phi_e + \mathbf{C}_e \dot{\Phi}_e + \mathbf{M}_e \ddot{\Phi}_e = \sum_{k=1}^n \mathbf{F}_{wke} + \mathbf{Q}_e \tag{3.14}$$

przy czym:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_e &= \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{K}}_e \mathbf{H}, \\
 \mathbf{C}_e &= \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{C}}_e \mathbf{H}, \\
 \mathbf{M}_e &= \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{M}}_e \mathbf{H}, \\
 \Phi_e &= \mathbf{H}^T \beta_e, \\
 \mathbf{F}_{wke} &= \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{F}}_{wke}, \\
 \mathbf{Q}_e &= \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{Q}}_e.
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Dokonując składania macierzy i wektorów równania (3.14) dla całego układu drogą klasycznego sumowania w węzłach [7] otrzymano równanie dynamicznej równowagi wału korbowego ze śmigłem o postaci

$$\mathbf{K} \bar{\Phi} + \mathbf{C} \dot{\bar{\Phi}} + \mathbf{M} \ddot{\bar{\Phi}} = \sum_{k=1}^n \mathbf{F}_{wk}. \tag{3.16}$$

Zakładając, że zespolony wektor przemieszczeń węzłowych dla k -tej harmonicznej przyjmie postać

$$\hat{\Phi}_k(t) = \hat{\Phi}_{0k} \sin[3,5k(\Omega t + \varphi_{kj})] \quad \text{dla } j = 1, 2 \tag{3.17}$$

otrzymano równania dynamicznej równowagi układu określone zależnością

$$\sum_{k=1}^n (\mathbf{K} + i3,5k\Omega\mathbf{C} - (3,5k\Omega)^2\mathbf{M})\hat{\Phi}_{ok} = \hat{\mathbf{F}}_{wk}, \quad (3.18)$$

lub inaczej

$$\sum_{k=1}^n \hat{\mathbf{Z}}_k(\Omega)\hat{\Phi}_{ok} = \sum_{k=1}^n \mathbf{F}_{wk}. \quad (3.19)$$

Równania (3.18) lub (3.19) są ostateczną formą matematycznego zapisu rozwiązania problemu drgań wymuszonych wału korbowego ze śmigłem. Pozwalają one na określenie charakterystyk rezonansowych układu czyli zmiany wielkości przemieszczeń węzłowych w funkcji częstości wymuszającej

$$\hat{\Phi}(\omega) = \sum_{k=1}^n \hat{\Phi}_k(\omega). \quad (3.20)$$

Wykorzystując zależności (3.20), można określić zmiany amplitud i przesunięcia fazowe dla poszczególnych przemieszczeń. Przykładowo, dla przemieszczenia „ u ” w dowolnym węźle „ j ” układu otrzymano:

dla k -tej harmonicznej

$$\hat{u}_{jk}(t) = A_{jk}^u e^{i3,5k\Omega t + \theta_{jk}^u}, \quad (3.21)$$

więc amplitudę określa wyrażenie

$$A_{ij}^u = \sqrt{[\text{Re}(\hat{u}_{jk})]^2 + [\text{Im}(\hat{u}_{jk})]^2} \quad (3.22)$$

a przesunięcie fazowe zależność

$$\theta_{ik}^u = \arctg[\text{Im}(\hat{u}_{jk})/\text{Re}(\hat{u}_{jk})] + \varphi_{k1} \quad (3.23)$$

więc

$$\text{Re}(\hat{u}_j) = \sum_{k=1}^n A_{jk}^u \cos(\theta_{jk}^u) \quad (3.24)$$

$$\text{Im}(\hat{u}_j) = \sum_{k=1}^n A_{jk}^u \sin(\theta_{jk}^u)$$

i ostatecznie w węźle „ j ” amplituda wynosi

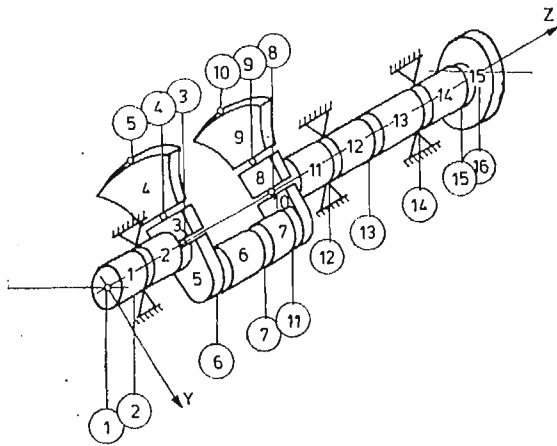
$$A_j^u = \sqrt{[\text{Re}(\hat{u}_j)]^2 + [\text{Im}(\hat{u}_j)]^2} \quad (3.25)$$

oraz przesunięcie fazowe

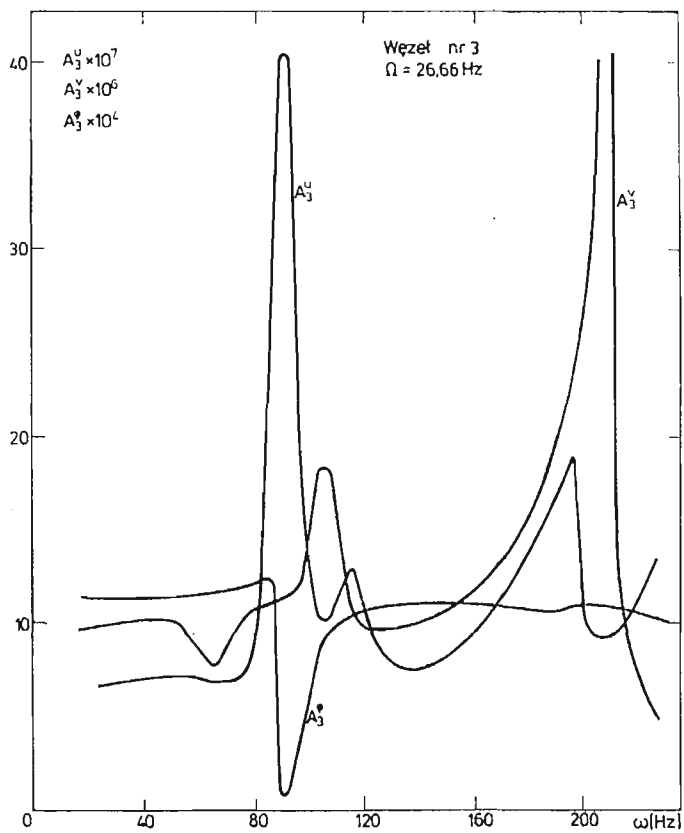
$$\theta_j^u = \arctg[\text{Im}(\hat{u}_j)/\text{Re}(\hat{u}_j)] \quad (3.26)$$

4. Przykładowe wyniki obliczeń

Przedstawione zależności wykorzystano do opracowania algorytmu i programu obliczeniowego w języku FORTRAN na EMC R-32. Opracowany program pozwalał na wyznaczenie charakterystyk rezonansowych wału korbowego z jednym wykorbieniem

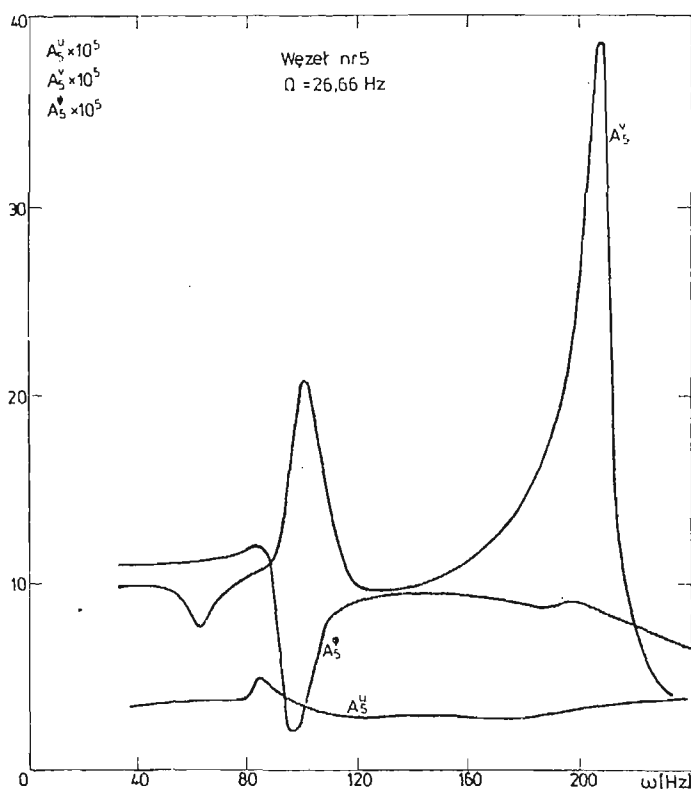


Rys. 4

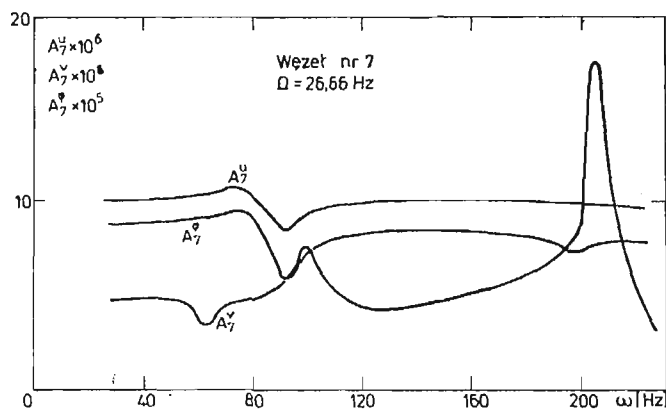


Rys. 5

i śmigłem, lotniczego silnika tłokowego. Ze względu na ograniczoną do 512 kb pamięć EMC, śmigło odwzorowano w postaci sztywnego elementu skończonego, uwzględniając jednakże jego momenty giroskopowe. Dla przedstawionego na rys. 4 wału korbowego z dwoma tłumikami Taylora opartego na trzech sprężysto-tłumiących podporach wykonano obliczenia amplitud przemieszczeń węzłowych w funkcji częstości wymuszającej dla usta-



Rys. 6



Rys. 7

lonych prędkości obrotowych. Na przedstawionych, przykładowych wynikach obliczeń dla prędkości obrotowej $\Omega = 26,66$ Hz, pokazano przebiegi amplitud ugięć i skręcania wału korbowego w węźle nr 3 (rys. 5), węźle nr 5 (rys. 6) i w węźle nr 7 (rys. 7). Z analizy przedstawionych wykresów wynika, że w rozpatrywanych węzłach występuje tłumienie drgań skrętnych dla częstości odpowiadających dostrojeniu tłumików. Jednocześnie, w wyniku sprzężeń pomiędzy zginaniem i skręcaniem rozpatrywanego układu występuje częściowe tłumienie drgań giętnych, wyraźniejsze w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny wykorbienia wału. Tłumienie to również występuje dla częstości drgań odpowiadającej dostrojeniu tłumików Taylora.

Literatura

1. Z. DŻYGADŁO, W. SOBIERAJ, *Analiza giętno-skrętnych drgań własnych łopaty wirnika nośnego śmigłowca za pomocą elementów skończonych*, Biul. WAT, XXVI, 11, 1977.
2. J. C. HAUBOLT, G. W. BROOKS, *Differential Equations of Motion for Combined Flapwise Bending, Chordwise Bending and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades*, NACA Report 1346, 1958.
3. KRUSZEWSKI i in., *Metoda sztywnych elementów skończonych*, Warszawa 1975.
4. W. SOBIERAJ, *Dynamiczny model łopaty wirnika śmigłowca do analizy charakterystyk dynamicznych z uwzględnieniem zróżnicowanych warunków brzegowych*, Biul. WAT, XXXII, 9, 1983.
5. W. SOBIERAJ, *Analiza numeryczna charakterystyk dynamicznych łopaty wirnika nośnego śmigłowca dla różnych warunków brzegowych*, Biul. WAT, XXXIII, 10, 1984.
6. J. SZMELTER, *Metody komputerowe w mechanice*, Warszawa 1980.
7. O. C. ZIENKIEWICZ, *Metoda elementów skończonych*, Warszawa 1972.

Резюме

АНАЛИЗ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КОЛЕНЧАТОГО ВАЛА ИЗ ВОЗДУШНЫМ ВИНТОМ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе представлена методика анализа изгибно-крутильных колебаний коленчатого вала поршневого двигателя из воздушным винтом. Динамическая модель системы определена методом конечных элементов применяя одномерную дискретизацию с использованием деформируемых элементов балок и валов.

В рассматриваемой модели учтено влияние демпфирования в опорах и антивибрационные устройства. Воздушный винт рассмотрено как жесткий элемент и учтено его гироскопический момент.

Представлены примерные результаты расчетов в виде резонансных характеристик системы.

Summary

THE FINITE ELEMENT ANALYSIS OF FORCED VIBRATIONS OF A CRANKSHAFT WITH AN AIRSCREW

In the paper a method is presented for the analysis of flexural-torsional vibrations of a crankshaft of aircraft piston engine with an airscrew.

The dynamic model of the system is determined by means of the finite element method making use of the one-dimensional discretization and the deformable beam and shaft elements.

In the model the damping at the supports and the vibration eliminators are taken into account.

The airscrew is considered as a rigid element its gyroscopic moment being taken into account.

Calculation results are presented in the form of the resonance characteristics of the system.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 8 kwietnia 1986 roku.