Estudio de Acuíferos Artesianos en forma de Lentes de Arena

Este trabajo de carácter teórico investigativo surgió de la necesidad de justificar el comportamiento de ciertos pozos profundos construidos para la explotación de agua subterránea.

La comprobación de la teoría aquí expuesta requiere contar con el equipo adecuado y realizar toma de datos en campo en el momento preciso.

JORGE ARMANDO GRANADOS ROBAYO
Ingeniero Civil, Universidad Nacional de Colombia
M. Sc. Recursos Hidráulicos
Profesor Asistente, Sección de Hidráulica
Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de Colombia

Origen de la presión artesiana por compresión

Existen zonas donde los acuíferos consisten de lentes discontinuos y además al perforar pozos resultan saltantes. Las razones que podrían explicar las presiones tan grandes, presentes en las aguas artesianas de dichas formaciones, se basan en la teoría de que tales presiones se podrían incrementar por la compactación de los sedimentos y el peso de los estratos superiores.

Analizando el proceso de conformación de las capas en el subsuelo se puede decir:

Las arenas cuando se depositaron inicialmente fueron pobremente compactadas (estaban en estado suelto). Como la carga en ellas incrementó; estas tendieron a compactarse; estas arenas pudieron tener algún contenido de agua en sus intersticios.

Por otra parte, el agua contenida en otros materiales como las arcillas es expelida dentro de las arenas porosas hasta que el incremento de presión impida este movimiento. Luego de este proceso, pudieron presentarse más capas en los niveles superiores que compactaron aún más los estratos de arcilla y aumentaron la presión hidrostática dentro de las arenas.

En caso de no existir un flujo del agua contenida en las arenas, la presión hidrostática podría acercarse a la presión de la columna de rocas suprayacentes, en el grado que el peso de dicha columna está soportado en gran parte por el agua debido a su mayor coeficiente de elasticidad volumétrico (que la hace casi incompresible).

De acuerdo al análisis anterior, si se perforan pozos en los lentes, el agua saldrá a la superficie bajo considerable cabeza. Al liberar la presión a que está sometido inicialmente el acuífero, se presentará un flujo de agua hacia el pozo que inicialmente será alto, pero que a medida que transcurra el tiempo irá disminuyendo hasta llegar a la situación de tener que usar bombeo para extraer el agua. A medida que la presión inicial del agua va disminuyendo, se va incrementando la presión intragranular produciéndose, entre otros efectos, disminución del espesor del acuífero y por lo tanto asentamiento en la superficie, fenómeno que se denomina ***subsidencia.***

Todos los factores que intervienen en el proceso descrito, su análisis, planteamiento y discusión son los motivos de este Estudio.

Relación de los coeficientes de compresibilidad con las propiedades de un acuífero

Coeficiente de Almacenamiento S, en acuíferos bajo condiciones artesianas (saturación en todo momento).

$$S = \begin{array}{c}\text{Cantidad de agua}\\ \text{que sale por}\\ \text{compactación}\\ \text{del acuífero}\end{array} + \begin{array}{c}\text{Cantidad de agua}\\ \text{que sale por}\\ \text{expansión}\\ \text{del agua.}\end{array}$$

i) Cantidad de agua que sale por compactación del acuífero.

El esfuerzo total (que se mantiene constante) que en nuestra situación corresponde al peso de las capas suprayacentes, sobre el volumen del acuífero que se está considerando, es soportado por el agua y una presión intergranular así:

$$\Gamma_t = \bar{\Gamma} + u$$

Γ_t = Esfuerzo total
$\bar{\Gamma}$ = Esfuerzo intergranular
u = Presión de poros (Presión soportada por el agua)

Al disminuir la presión del agua en los poros, aumenta el esfuerzo intragranular en tal forma que Γ_t se mantiene constante. Este aumento en el esfuerzo intergranular obliga a los granos a reacomodarse buscando una posición de equilibrio y produciéndose un asentamiento dh que de acuerdo a la teoría de la elasticidad es:

$$\frac{dh}{H} = \frac{-1}{E}\, d\bar{\Gamma}$$

E = Módulo de Elasticidad de los granos del acuífero.
V_1 = Volumen de agua que sale por esta compactación.

$$V_1 = dh \times 1 = dh = \frac{-H}{E}\, \overline{d\Gamma}\, l;$$

$$\overline{d\Gamma} = -dp = -\gamma \times 1 \qquad V_1 = \frac{H}{E} \times \gamma$$

ii) Cantidad de agua que sale por expansión del agua del acuífero.

Cuando la presión disminuye, el volumen del agua aumenta de acuerdo con:

$$K = \frac{-dP}{dV/V_o} = + \frac{dP}{d\rho/\rho}$$

K = Módulo de elasticidad volumétrico del agua.
dV = Aumento o disminución de volumen de agua, de acuerdo a una disminución o aumento de P.
V_o = Volumen inicial de agua.

La cantidad de agua que sale por expansión del agua, es: $V_2 = -dV$

$$V_2 = \frac{V_o\, dP}{K} = \frac{\eta H \times (\gamma_w \times 1)}{K} = \frac{\gamma_w H\, \eta}{K}$$

η = Porosidad = volumen de agua almacenado en un volumen de suelo unitario.
S = Coeficiente de almacenamiento = $V_1 + V_2$
$S = \gamma_w H(1/E + \eta/K)$

Ecuación de flujo aplicable a acuíferos artesianos

Para un acuífero artesiano confinado por capas impermeables, la ecuación general en coordenadas polares es:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{S}{T}\frac{\partial\varphi}{\partial t};$$

φ = nivel piezométrico
S = abatimiento $= \varphi_o - \varphi$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t};$$

La solución de esta ecuación fue derivada por THEIS y es:

$$s = \frac{\dot{Q}_0}{4\pi T} W(u);\quad u = \frac{r^2 S}{4Tt};$$

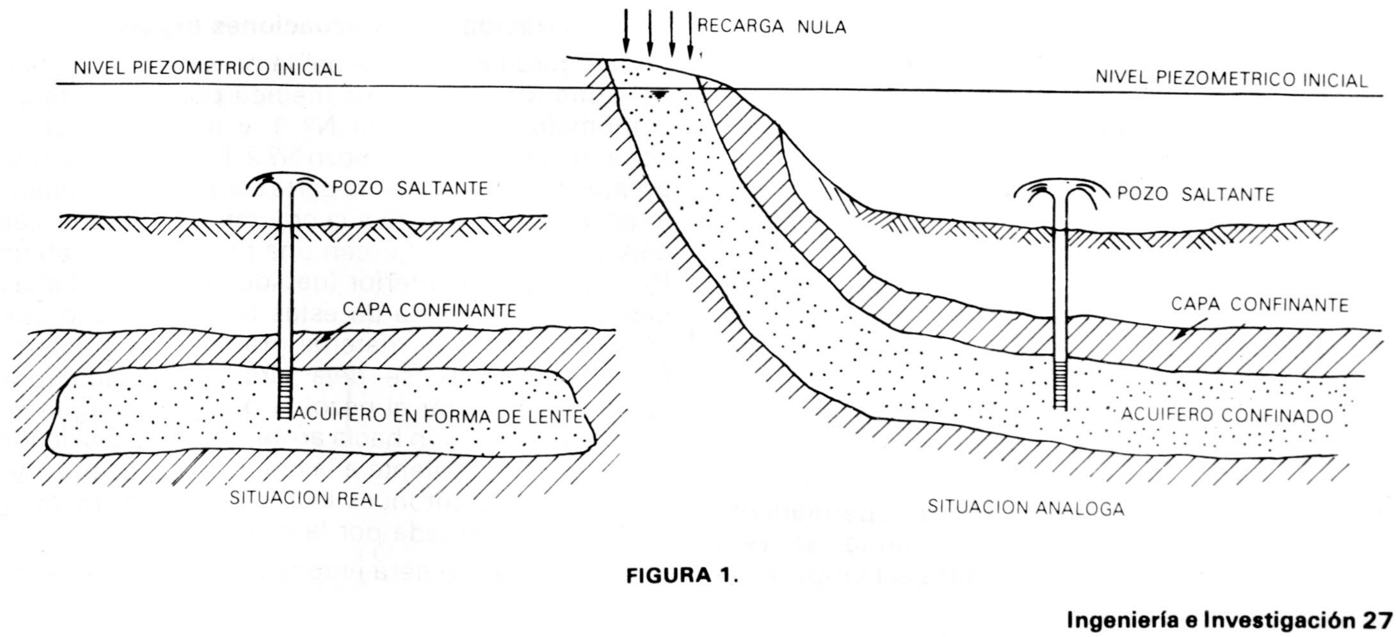


FIGURA 1.

s = Abatimiento observado en un punto determinado, en metros.

Q_o = Caudal extraido del pozo, en m^3/día.

T = Transmisibilidad de la formación acuífera, en m^3/día/m.

r = Distancia a partir del pozo en donde se obseva el abatimiento, m

S = Coeficiente de almacenamiento.

t = Tiempo a partir del comienzo del bombeo, días.

W(u) = Función llamada integral logarítmica.

$$W(u) = \int_u^\alpha \frac{e^{-y}}{y} dy = \ln \frac{0{,}56146}{u} + u - \frac{u^2}{2x2!} + \frac{u^3}{3x3!} - \frac{u^4}{4x4!} + \ldots$$

Aplicando estas ecuaciones se puede averiguar el valor de las propiedades del acuífero, como son: S, T.

Ecuaciones para el caso de interés

Se tiene un acuífero confinado que según el análisis inicial debe resultar saltante. Se puede asimilar a la situación que aparece en la figura, pero con recarga nula.

A medida que el acuífero esté produciendo, el nivel piezométrico va disminuyendo y con el tiempo es necesario establecer un bombeo para lograr extraer agua del pozo.

Para los casos de pozos saltantes, es necesario conocer las ecuaciones para determinar los cambios de presión y los caudales que estos producen.

La ecuación general en coordenadas polares y con condiciones de frontera, aplicable a este caso es:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t} \quad ;$$

a) Para r = r y t = 0, s = 0

b) Para r = rw (pozo) t = t, s = sw

c) Para r = α , t = t, s = 0

Su solución da como resultado:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u); \text{con } u = \frac{r^2 S}{4Tt},$$

explicada anteriormente. Si se aplica esta ecuación para averiguar el caudal:

$$Q = 4\pi Ts \times \frac{1}{W(u)};$$

y tomando las medidas directamente en el pozo:

$$Q = 4\pi Ts_w \frac{1}{W(u)}; \quad u = \frac{r^2{}_w S}{4Tt};$$

sw = abatimiento en el pozo.

rw = radio del pozo.

Como se ve la ecuación implica flujo no permanente pues **u** es f(t). Por lo tanto, el caudal se verá disminuido a medida que transcurra el tiempo. En la tabla de W(u) en función de (u), se puede apreciar que a un incremento de **t** corresponde una disminución de **u**, aumento de W(u) y de aquí una disminución de Q.

Teniendo presente que Q es variable con el tiempo, el volumen de agua extraída en un intervalo **t** desde el comienzo de la producción del pozo, será:

$$d\forall = Qdt; \qquad \forall t = \int_0^t Qdt = \int_0^t \frac{4\pi Ts_w}{W(u)} dt;$$

$$\forall_t = \int_0^t \frac{4\pi Ts_w}{\ln \frac{0{,}56146}{u} + u - \frac{u^2}{2x2!} + \ldots} dt$$

cuya solución es bastante compleja, sin embargo Robert E. Glover en 1974 obtuvo una expresión para la integral, de la forma:

$$\forall_t = 8\pi KHS_w t \times H'(u);$$

$$\forall_t = 8\pi TS_w t \times H\left(\frac{1}{\sqrt{u}}\right);$$

H $\wedge$ H' funciones

denominando α = T/S; a = rw = radio del pozo.

Se puede escribir la ecuación anterior así:

$$V_t = 8\pi Ts_w t \text{ x } H \frac{\sqrt{4dt}}{a} \quad ; \quad \frac{\sqrt{4dt}}{a} = u\text{''}$$

Los valores de $H(\sqrt{\frac{4dt}{a}})$ se encuentran tabulados en el libro Trasient Ground Water Hydraulics (Robert E. Glover, 1974).

Para los valores de **u** pequeños (recordando la aproximación de Jacob), la función W(u) se puede aproximar a

$$W(u) = \ln(0{,}56146/u)$$

en esta forma la ecuación de volumen quedará:

$$\forall_t = \int_0^t \frac{4\pi Ts_w dt}{\ln(0{,}56146/u)}; \qquad \forall_t = 4\pi Ts_w \int_0^t \frac{dt}{\ln \frac{0{,}56146}{u}}$$

cuyo cálculo es relativamente fácil.

Utilización de las ecuaciones expuestas

En la figura de la izquierda, la presión hidrostática del agua del acuífero es medida por medio de un manómetro en el pozo Nº 1 y por medio de la columna de agua en el pozo Nº 2. El agua ejerce una presión hacia arriba en la parte superior del acuífero igual a P_1, equivalente a la columna **ac** en agua. Las capas confinantes ejercen una presión hacia abajo P_2 mayor que la anterior (debido al peso de dichas capas). La diferencia de estas presiones es lo que está soportando el material granular del acuífero: $P_2 - P_1$. Cuando se deja circular el agua (por ejemplo al perforar el pozo) la presión del agua es reducida. La presión hacia arriba del agua desciende al valor P' equivalente a la columna **bc.** La presión de la arena es entonces incrementada en un valor P_1 - P', representada por la columna **ab.**

El primer objetivo será entonces, poder determinar

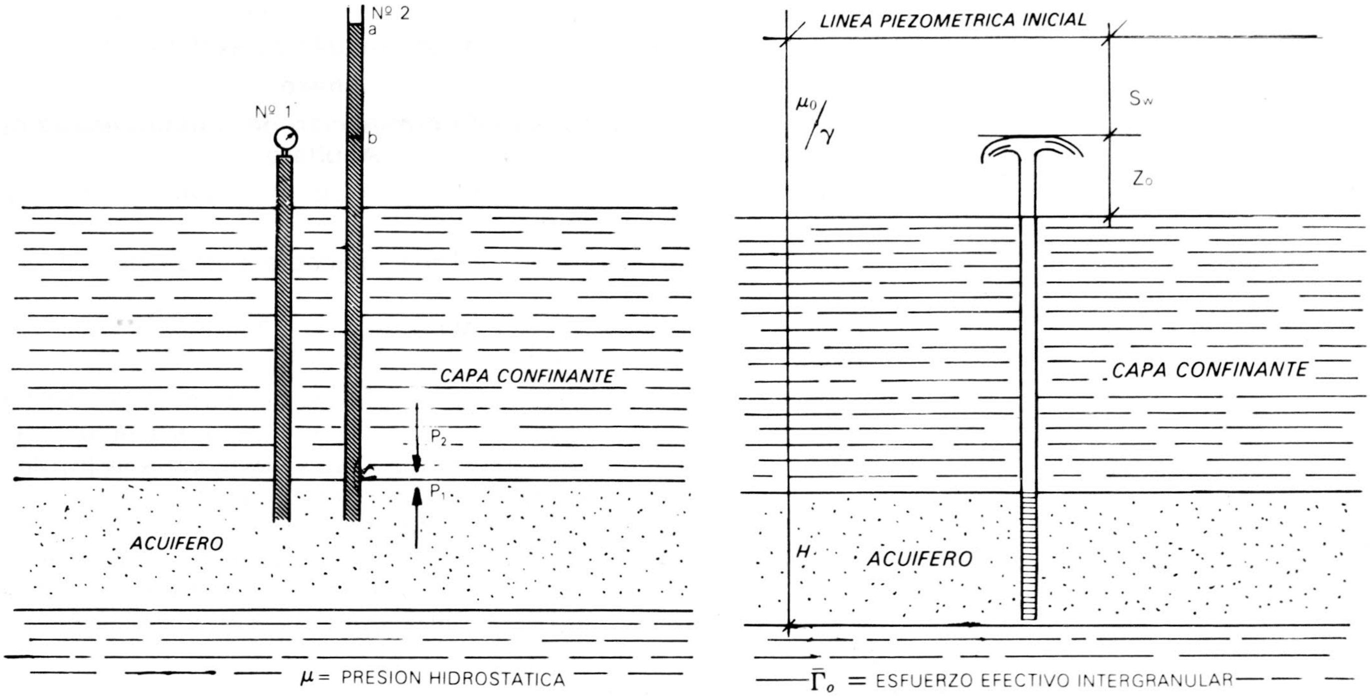


FIGURA 2. Relación de presiones en un acuífero confinado.

en una situación real, la cantidad de esfuerzos (presión) que está soportando el agua intersticial y la que soporta el material granular.

Inicialmente se puede calcular el esfuerzo total (que permanece constante) mediante la estimación de los pesos unitarios de los materiales que conforman las capas suprayacentes. Este valor será más exacto si se han tomado muestras durante el proceso de perforación.

Como en la práctica es un poco complicado poder medir la presión hidrostática, el autor de este estudio propone el siguiente procedimiento:

El volumen total V_t producido en el tiempo **t** desde el comienzo de producción del pozo, es fácilmente determinable instalando cualquier tipo de medidor (Canaleta, Vertedero, etc.) y llevando un registro periódico. La función $H(\frac{1}{\sqrt{u}})$ queda definida con los valores de **u**. Para cálculo de s_w ver anexo.

La altura que alcanza el agua al salir a presión, Zo más el abatimiento averiguado **sw** da la posición del nivel piezométrico dentro del acuífero, este resultado descontado de la presión o esfuerzo total calculado, permite coocer la presión efectiva intergranular. Después de determinar la posición de la línea piezométrica inicial, se puede conocer la presión **u** en función del tiempo y del espacio.

$u = u_o - s$

s = abatimiento producido.

$$\Gamma = \Gamma_t - u = \bar{\Gamma}_o + u_o - u = \bar{\Gamma} + s$$

$\bar{\Gamma}$ = esfuerzo intergranular para un $t > 0$

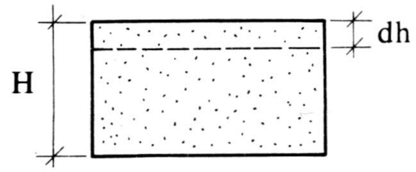
Es claro que este nuevo esfuerzo soportado por el material del acuífero, disminuye a medida que el punto considerado se aleja del pozo.

Recordando el principio de elasticidad aplicado al acuífero, se tiene

H = espesor del acuífero.

dh = disminución del espesor por aumento del esfuerzo.

$d\bar{\Gamma}$ = incremento del esfuerzo.



E = Módulo de elasticidad de los granos.

Es importante para concer el valor de E, efectuar mediciones en un estado del material lo más cercano a la realidad. Es decir, que si se realiza un ensayo de laboratorio el rango de presiones debe ser igual al que está soportando en sitio.

Otra posibilidad de conocer el valor de E, es a partir del coeficiente de almacenamiento S, pues

$$S = \gamma_w H \left(\frac{1}{E} + \frac{\eta}{K}\right);$$

$$d\bar{\Gamma} = -E \times \frac{dh}{H}$$

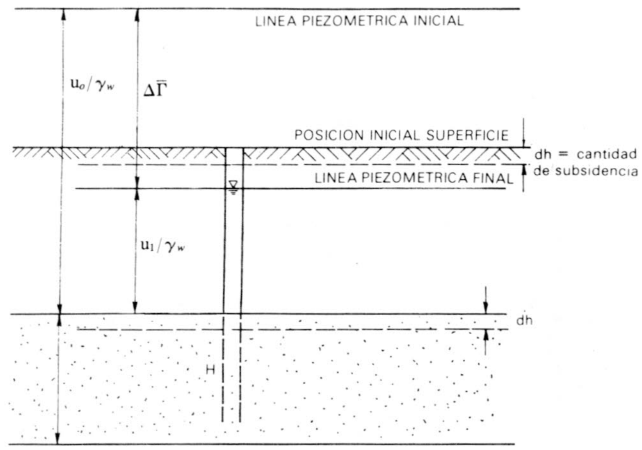
$$dh = \frac{H}{E} \times (\bar{\Gamma} - \bar{\Gamma}_o)$$

$$dh = \frac{h}{E} \times s$$

η = Porosidad del material.

K = Módulo de elasticidad volumétrico del agua (cuya variación es mucho menor para las mismas presiones) que se puede estimar constante.

s = abatimiento en el punto considerado.



$$dh = \frac{H}{E} \times \Delta\Gamma = \frac{H}{E}(u_o - u_1)$$

FIGURA 3.

El valor de la porosidad se averigua con la ayuda de un registro acústico efectuado durante el proceso de perforación. La sonda consiste de un emisor y dos receptores de ondas ultrasónicas emitidas diez a veinte veces por segundo con una frecuencia de 20-30 khz. Se mide la diferencia en tiempo a recorrer la distancia hasta el primer y hasta el segundo receptor. Esta diferencia de tiempos está relacionada directamente con la porosidad del material.

Cuando el pozo deja de ser saltante, se puede determinar fácilmente la nueva posición de la línea piezométrica y por tanto la diferencia de esfuerzos efectivos sobre el material granular, respecto de su condición inicial.

Desde esta situación en adelante si se quiere extraer agua tocará hacer uso de bombeo, teniendo en cuenta que el rendimiento será mucho menor debido al aumento del valor del módulo E, de la disminución de la porosidad y de la disminución de la permeabilidad, hasta llegar a un punto donde el acuífero esté totalmente agotado y los niveles de bombeo no hagan rentable su explotación.

Anexo

Prueba para determinación de Características del Acuífero

Acuífero Confinado Flujo no Permanente. Pozo Saltante.

La fórmula de Theis aplicable a este caso es:

$$s_w = \frac{Q}{4\pi T} \times W(u) \qquad u = \frac{r_w^2 S}{4Tt}$$

s_w : abatimiento en el pozo que se supone constante para flujo sin bombeo en pozo saltante. (m)
Q: caudal extraido, cuyo valor es variable (m^3/día)
T: Transmisibilidad en m^3/día/m.
r_w: radio del pozo (m)
S: coeficiente de almacenamiento, adimensional.
t: tiempo a partir del comienzo de producción del pozo, en días.

$$W(u) = \frac{4\pi T}{Q} s_w \ ;$$

$$\log W(u) = \log (4\pi T s_w) + \log(1/Q)$$

$$u = \frac{r_w^2 S}{4T} \ 1/t \ ;$$

$$\log(u) = \log \frac{(r_w^2 S)}{4T} + \log(1/t)$$

si T, s y rw son constantes, se puede decir que w(u) está relacionada con (u) "en la misma forma" como (1)/Q está con (1)/t;

Procedimiento modificado para este caso particular

1. Preparar una "curva tipo" W(u) vs. u. en papel log-log.
2. Dibujar sobre el papel logarítmico trasparente que tenga la misma longitud de ciclo de la "curva tipo" los valores de:

CURVA TIPO PARA PEQUEÑOS VALORES DE "U"

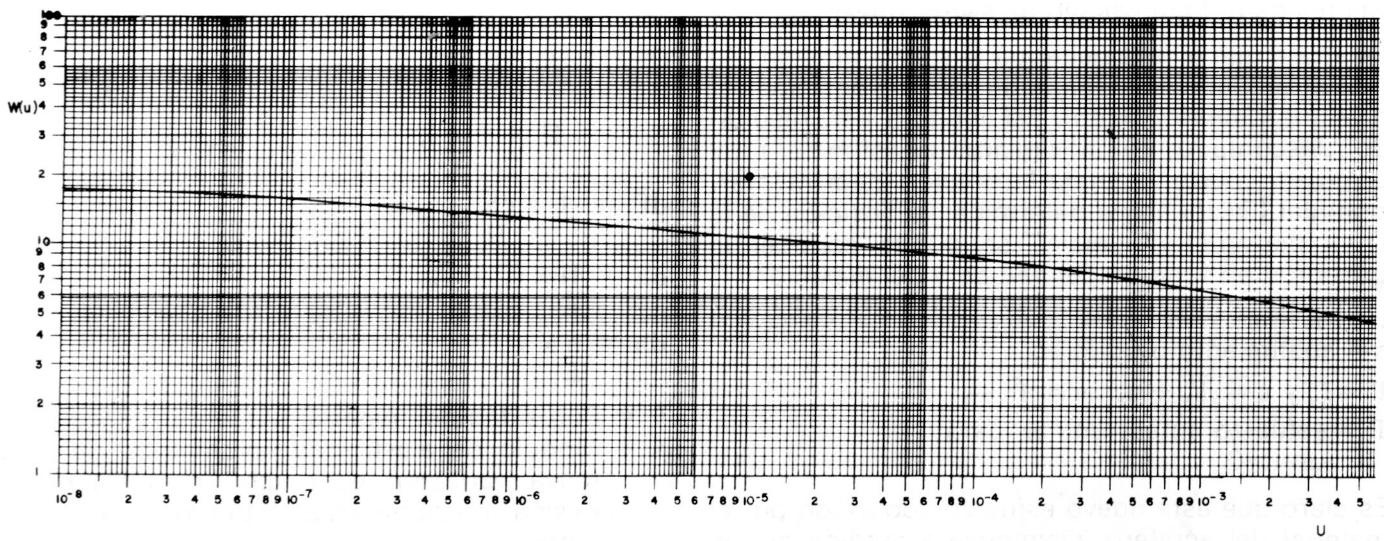


FIGURA 4.

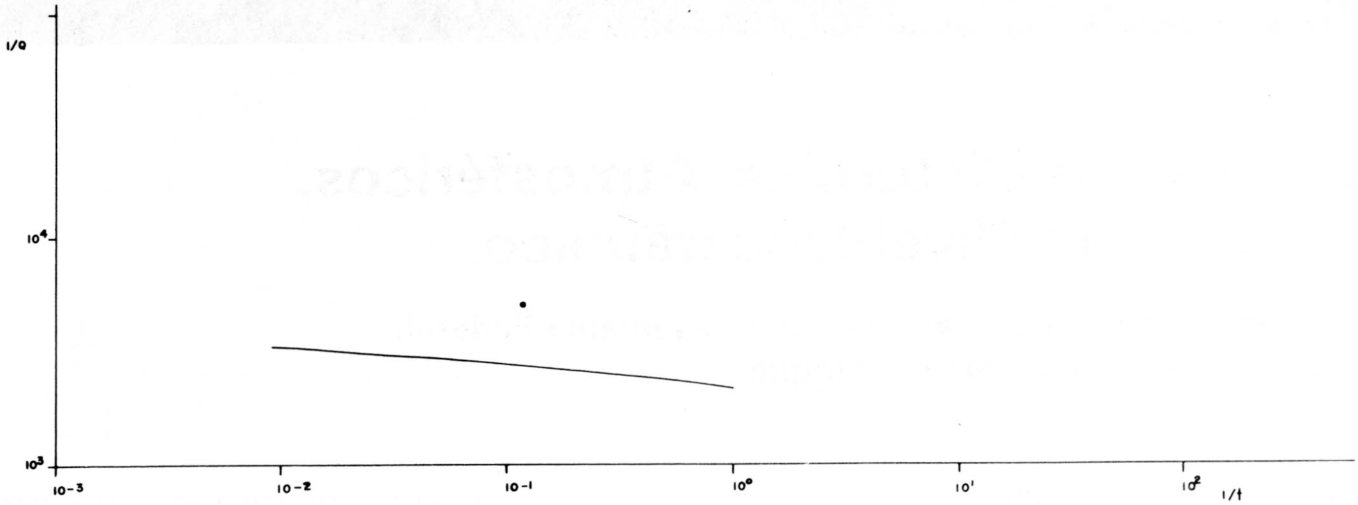


FIGURA 5.

1/Q vs. 1/t leídos en el pozo

3. Superponer manteniendo los ejes paralelos las dos curvas, hasta encontrar la posición en donde más coincidan.
4. Escoger un punto arbitrario cualquiera y leer los valores de:

   W(u), u, 1/Q, 1/t

5. Reemplazar los valores de W(u) y Q en la ecuación:

$$s_w = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$ y calcular T con un valor supuesto de sw

6. Reemplazar los valores de u y de t en la ecuación:

$$u = \frac{r^2_w}{4Tt} S$$ y calcular S

7. Calcular de la ecuación de Glover, con los valores anteriores de t y u, el abatimiento sw.

$$sw = \frac{V_t}{8\pi T \ t \times (H) \ (\sqrt{u})}$$

La función H se consulta con el valor de **u** y Vt con el valor de t en los datos de campo.

Si la cantidad resultante no coincide con el supuesto en el paso 5, se debe repetir el procedimiento con los pasos 5, 6 y 7 hasta obtener un buen grado de aproximación de estos dos valores.

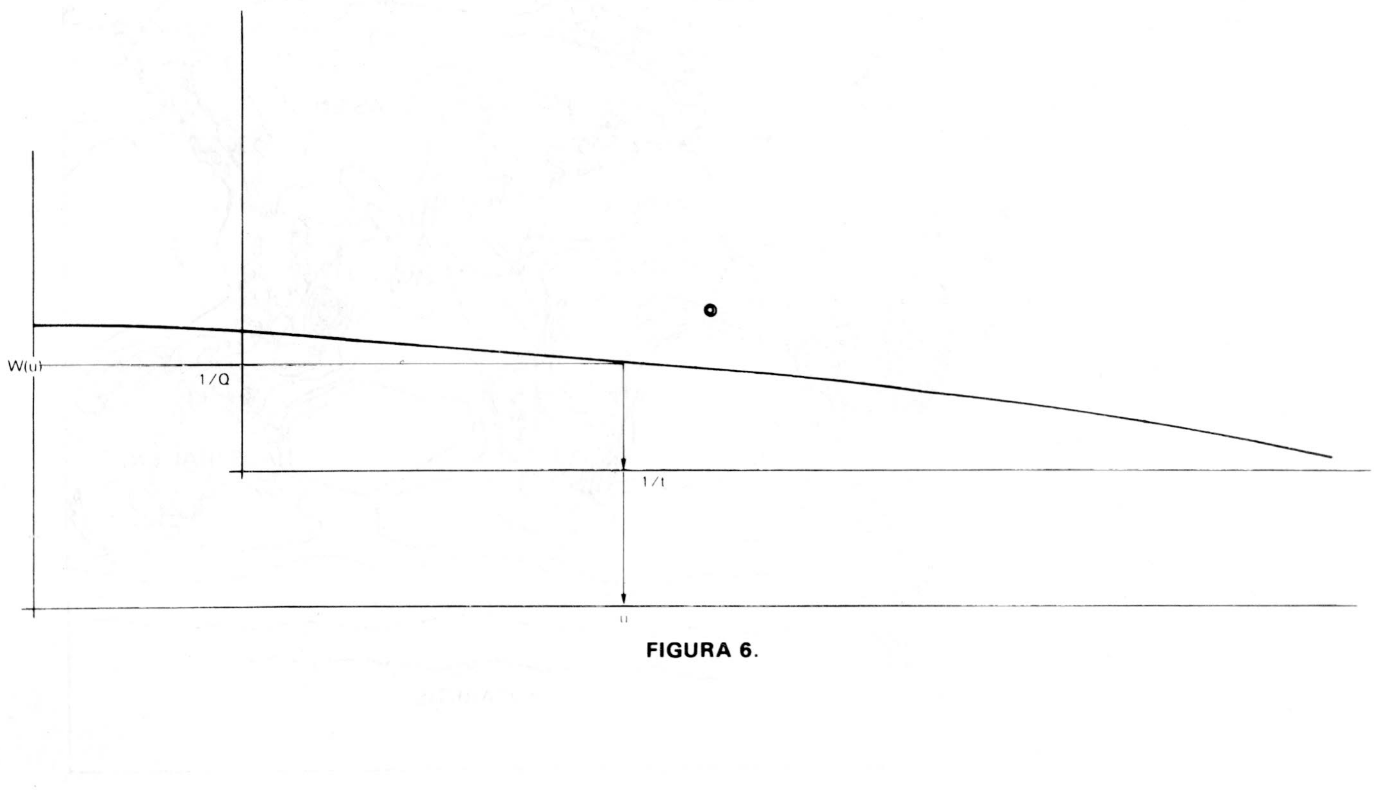


FIGURA 6.