

Análisis de Coherencia para Estudios de Equivalentes Dinámicos

Este trabajo desarrolla un método que efectúa el análisis del comportamiento coherente de los generadores de un sistema de potencia ante un disturbio en el dominio del tiempo, utilizando la regla trapezoidal de integración y se proponen otros que lo efectúan en el dominio de la frecuencia.

**MS. ING. LUCIO FLOREZ,
ING. DAVID REINSTEIN,
ING. WOLF KERPEL**
Universidad Nacional
Departamento de
Ingeniería Eléctrica

SIMBOLOS

PA_i : Potencia aceleradora del nodo i	H : Matriz de inercias correspondientes a los generadores.
PM_i : Potencia mecánica del nodo i	$\Delta\omega$: Vector de desviaciones de velocidad angular de los generadores con respecto a la velocidad sincrónica del sistema
PG_i : Potencia generadora en el nodo i .	D : Matriz de constantes de amortiguamiento de los generadores.
Π : Vector de corrientes nodales	U : Matriz identidad
\bar{Y} : Matriz de admitancia nodal	f_o : Frecuencia nominal del sistema.
E : Vector de voltajes de los nodos ficticios de generación.	Δt : Intervalo de integración.
V : Vector de voltaje de los nodos de carga	π : 3.1416.
ΔP_{ii} : Vector de incrementos de potencia de los nodos de carga.	t : Tiempo de integración.
ΔQ : Vector de incrementos de potencia reactiva	S_{ij} : Potencia del barraje i al barraje j .
$\Delta\delta$: Vector de ángulos de voltaje de los nodos de generación ficticios.	
$\Delta\theta$: Vector de ángulos de voltaje	

La obtención de equivalentes dinámicos hace posible la reducción de la complejidad y tamaño de un sistema de potencia. Un análisis del comportamiento electromecánico de los generadores sirve como punto de partida para obtener los mencionados equivalentes. Dicho análisis determina los grupos de generadores que se comportan coherentemente ante un disturbio.

Teoría de Coherencia

El análisis de coherencia es aplicable tanto a los nodos de generación como a los nodos de carga. En este trabajo se aplica solamente a los nodos de generación.

Dos nodos de generación se definen como coherentes, si la relación entre sus tensiones complejas permanece constante dentro de cierto intervalo de tiempo. En la práctica, es suficiente con examinar los ángulos de dichas tensiones, así, la rigurosa definición anterior puede reducirse a la siguiente: dos nodos de generación son coherentes, si la diferencia entre los ángulos de sus tensiones permanece constante dentro de cierto intervalo de tiempo, bajo una tolerancia admitida.

El análisis de coherencia se efectúa con base en los siguientes enunciados:

a-El comportamiento coherente

de los generadores es independiente del tamaño del disturbio.

b- El comportamiento coherente de los generadores es independiente de los detalles propios de los diferentes modelos de las unidades, por lo tanto se toma el modelo clásico simplificado de la máquina sincrónica para representar a los generadores.

c- El efecto de un disturbio es reproducido considerando la red sin falla y pulsando la potencia mecánica apropiada, con el fin de obtener la misma potencia aceleradora que habría existido en la red con falla. Para tiempos típicos de despeje de fallas la potencia eléctrica de salida de los generadores permanece aproximadamente constante durante la falla, según se ha demostrado en estudios de estabilidad.

$$PA_i = PM_i - PG_i \quad (1)$$

Ecuaciones de la red

Para hallar las ecuaciones de la red las líneas y transformadores se representan por el equivalente en π , las cargas por admitancias constantes y los generadores por el modelo clásico sencillo. La red se divide en nodos internos de generación (G) (nodos ficticios detrás de la impedancia en el modelo clásico sencillo de la máquina sincrónica) y nodos de carga (L). Las ecuaciones de la red son:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_G \\ \bar{I}_L = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{GG} & \bar{Y}_{GL} \\ \bar{Y}_{LG} & \bar{Y}_{LL} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{V} \end{bmatrix} \quad (2)$$

La introducción de una falla modifica la matriz de admitancia, de tal forma que a partir de la ecuación (2) se tiene:

$$0 = \bar{Y}_{LG} \cdot \bar{E} + \bar{Y}_{LL} \bar{V} \quad (3)$$

de esta ecuación se obtienen los voltajes de falla en los nodos de carga y con ellos se calculan las potencias generadoras durante la falla para obtener así las potencias aceleradoras que actúan sobre los generadores.

Ecuaciones del sistema en estado dinámico

Para pequeñas perturbaciones, los cambios en las inyecciones de potencia en los nodos de generación y carga de la red, se relacionan con las variaciones de los voltajes complejos en dichos nodos por medio de la matriz Jacobiana:

$$\begin{bmatrix} \Delta PG \\ \Delta PL \\ \Delta QG \\ \Delta QL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} HGG & HGL & NGG & NGL \\ HLG & HLL & NLG & NLL \\ JGG & JGL & KGG & KGL \\ JLG & JLL & KLG & KLL \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta \\ \Delta E \\ \Delta v \end{bmatrix} \quad (4)$$

Esta ecuación se simplifica teniendo en cuenta el desacople que existe entre los flujos de potencias activa y reactiva. Para sistemas de transmisión con relaciones de X/R grandes, los flujos de potencia activa dependen principalmente de los ángulos de las tensiones; como una aproximación de primer orden, el efecto de variación de la magnitud de la tensión en los nodos de carga puede ser despreciada colocando los términos NGL y NLL iguales a cero. Las tensiones en los nodos de generación son constantes, por lo tanto $\Delta E = 0$ y la ecuación (4) se reduce a:

$$\begin{bmatrix} \Delta PG \\ \Delta PL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} HGG & HGL \\ HLG & HLL \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

Las derivadas parciales correspondientes a los términos HGG, HGL, HLG y HLL se calculan usando los valores de magnitud y ángulo de las tensiones en el punto de operación en estado estacionario antes de la falla. Como una simplificación adicional, se pueden asumir tensiones de magnitud unitaria con ángulo cero grados en todos los nodos, lo que corresponde a la linealización del sistema alrededor de un punto de operación en vacío, caso en el cual la matriz Jacobiana de la ecuación (5) se conoce como matriz de Flujo de Carga D.C. y está dada por:

$$\begin{bmatrix} HGG & HLG \\ HGL & HLL \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} BGG & BGL \\ BLG & BLL \end{bmatrix} \quad (6)$$

Donde el segundo término de la ecuación (6) es la matriz de susceptancias nodales que presenta la ventaja de ser simétrica.

También se puede considerar el caso en el cual la matriz de susceptancia se forma con todas las resistencias del sistema iguales a cero, o sea: $B = 1/X$.

A continuación se presenta el algoritmo desarrollado para el cálculo de las potencias aceleradoras:

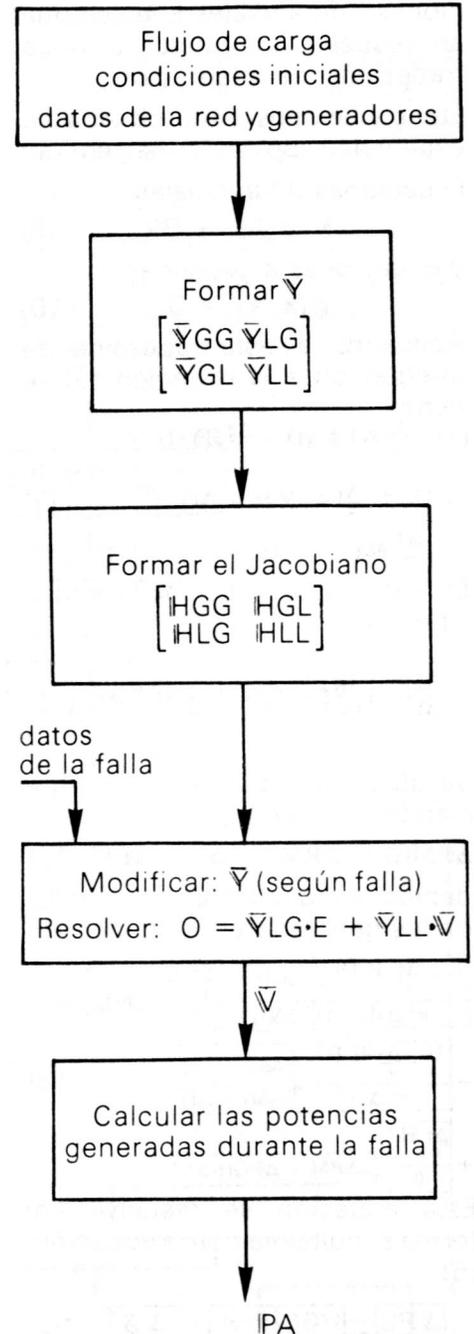


FIGURA 1. Algoritmo para el cálculo de potencias aceleradas

Ecuaciones de oscilación linealizadas

Las ecuaciones que describen el comportamiento electromecánico de los generadores son:

$$2H\dot{\Delta W} = \Delta PM - \Delta PG - D\Delta W \quad (7)$$

$$\Delta \dot{\delta} = 2\pi f_o \Delta W \quad (8)$$

En las cuales todas las matrices son diagonales.

Simulación lineal en el dominio del tiempo

Las ecuaciones de oscilación (7) y (8) forman un sistema de ecuaciones diferenciales lineales que se resuelve utilizando la regla trapezoidal de integración.

Las ecuaciones del problema de estabilidad son, en forma general:

Ecuaciones diferenciales:

$$\dot{X} = AX + BY \quad (9)$$

y ecuaciones algebraicas:

$$g(X, Y) = 0 \quad (10)$$

Aplicando la regla trapezoidal de integración a la ecuación (9) se tiene:

$$\begin{aligned} (U - \frac{\Delta t}{2}A) X(t) - \frac{\Delta t}{2}BY(t) &= \\ &= (U + \frac{\Delta t}{2}A) X(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}BY(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (11)$$

En este caso particular la ecuación (9) es:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2HD & 0 \\ \pi f_o U & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2H \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PM \\ \Delta PG \end{bmatrix} \quad (12)$$

Se utiliza la regla trapezoidal teniendo en cuenta que:

$$\Delta PM(t) = \Delta PM(t - \Delta t) = \Delta PM \quad (13)$$

debido al modelo clásico sencillo de los generadores, se tiene

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U + \frac{\Delta t}{4}H^{-1}D & 0 \\ -\pi f_o \Delta t U & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega(t) \\ \Delta \delta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta t}{4}H^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta PG(t) &= \\ \begin{bmatrix} U - \frac{\Delta t}{4}H^{-1}D & 0 \\ \pi f_o \Delta t U & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega(t - \Delta t) \\ \Delta \delta(t - \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta t}{4}H^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} [2\Delta PM - \Delta PG(t - \Delta t)] \end{aligned} \quad (14)$$

Esta ecuación se resuelve en forma simultánea con la ecuación (5):

$$\begin{bmatrix} \Delta PG \\ \Delta PL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} HGG & HGL \\ HLG & HLL \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

en cada intervalo de integración para calcular las variables en el tiempo t en función de las variables en el tiempo (t - Δt); obteniendo así las curvas aproximadas de oscilación de las desviaciones de los ángulos del rotor de los generadores con respecto a la referencia.

Las principales características del método son:

a- Es implícito y numéricamente estable; la exactitud de la solución disminuye en forma predecible a medida que el intervalo de integración aumenta.

b- La programación requiere mayor esfuerzo que métodos explícitos y es menos flexible.

c- El método requiere de iteraciones en cada intervalo, a menos que el sistema sea lineal.

En este caso particular:

a- No se requiere una solución de gran exactitud, por lo tanto es posible utilizar intervalos de integración grandes.

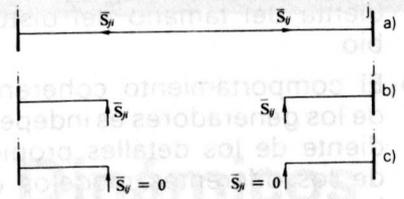


FIGURA 2. Modelaje de apertura de la línea i-j

b- La flexibilidad en el modelo no es importante porque el modelo simplificado de la máquina sincrónica no cambia, aun cuando sea incluido un amplio rango de modelos de generadores dentro del sistema en consideración.

c- El sistema simplificado de e-

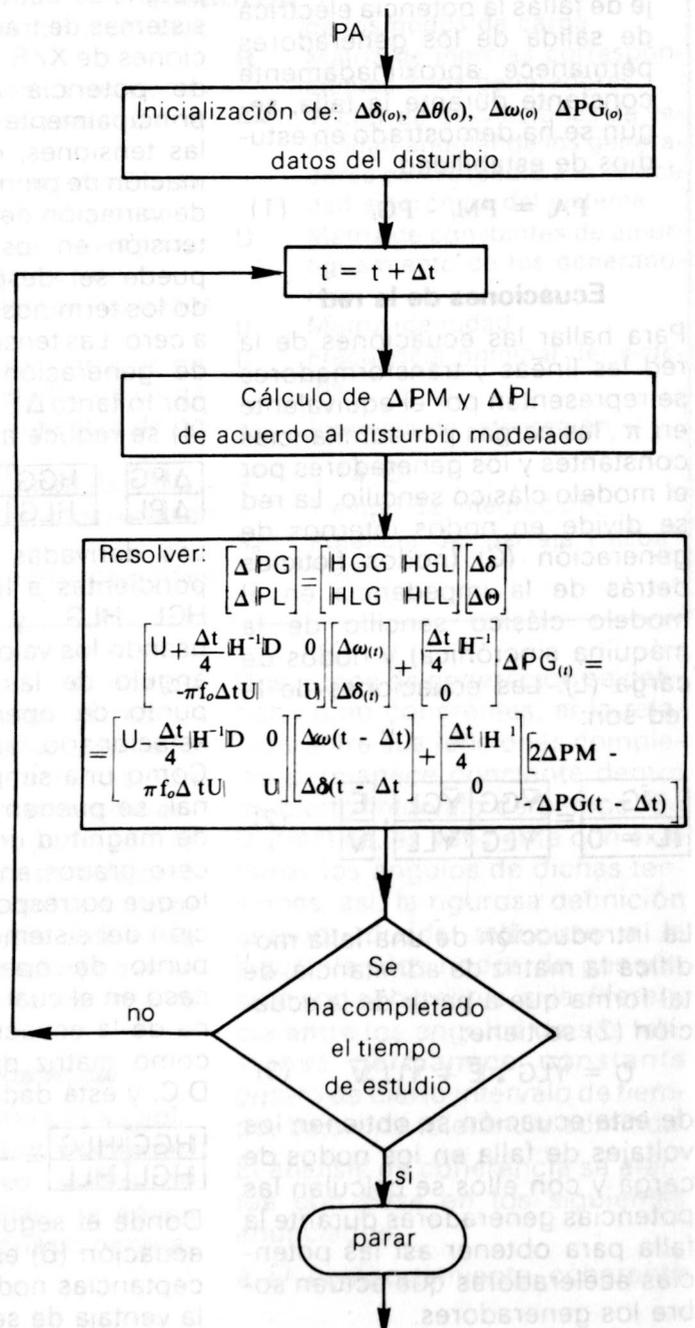


FIGURA 3. Algoritmo para la simulación lineal del disturbio en el dominio del tiempo utilizando la regla trapezoidal de integración.

cuaciones es lineal lo que permite encontrar una solución directa no iterativa en cada intervalo.

Modelaje de disturbios

Como ya se dijo, el efecto de la potencia aceleradora producida por una falla se reproduce considerando la red sin falla y pulsando la potencia mecánica apropiada para obtener la misma potencia aceleradora que habría existido en la red con falla.

El efecto de la pérdida de generación se simula introduciendo un cambio en la inyección de potencia activa del nodo de carga al cual se encuentra conectado el respectivo generador.

El efecto de deslastre de carga se simula introduciendo un cambio en la inyección de potencia activa del respectivo nodo.

La apertura (o recierre) de una línea se modela utilizando el método de compensación, el cual se ilustra en la figura 2.

En la parte (a) de la figura se muestra la condición de prefalla; en la parte (b) la condición equivalente y en la parte (c) la condición de postfalla correspondiente a la apertura de la línea i-j.

Algoritmo de simulación lineal en el dominio del tiempo

El diagrama aparece en la figura 3.

Agrupamiento

Una vez obtenidas las curvas de oscilación se procede a la formación de los grupos de generadores coherentes.

El sistema de estudio se divide en áreas geográficas y el análisis de coherencia se aplica a los generadores de cada área. Esto evita que eventualmente se puedan llegar a falsos resultados que identifiquen dos generadores como coherentes, que se encuentren separados por grandes distancias, siendo su agrupamiento incorrecto desde el punto de vista físico.

El algoritmo desarrollado minimiza el número de comparaciones requerido de los datos de las curvas, basado en el hecho de que la coherencia de los generadores en un proceso transitivo.

Se define un generador como referencia para cada grupo y los demás son comparados con éste con el fin de determinar si pertenecen o no al mismo grupo; existiendo solamente dos posibilidades:

- El generador pertenece a un grupo existente.
- El generador no pertenece a ningún grupo existente; entonces se crea un nuevo grupo con la unidad en cuestión como referencia.

Se prueban dos criterios para efectuar el agrupamiento:

- 1- Comparación punto a punto de las curvas de oscilación.

$$|\Delta\delta_r(t) - \Delta\delta_i(t)| \leq E_1$$

para todos los puntos de las dos curvas, donde:

- i: generador que se está agrupando
- r: generador referencia del grupo en consideración,
- E_1 : tolerancia admitida.

- 2- Comparación de las áreas entre el eje del tiempo y las curvas de oscilación.

Las áreas se calculan durante el proceso de simulación del disturbio, utilizando también la regla trapezoidal de integración.

$$|A_r - A_i| \leq E_2$$

E_2 : tolerancia admitida.

El algoritmo desarrollado para el agrupamiento se muestra en la figura 4.

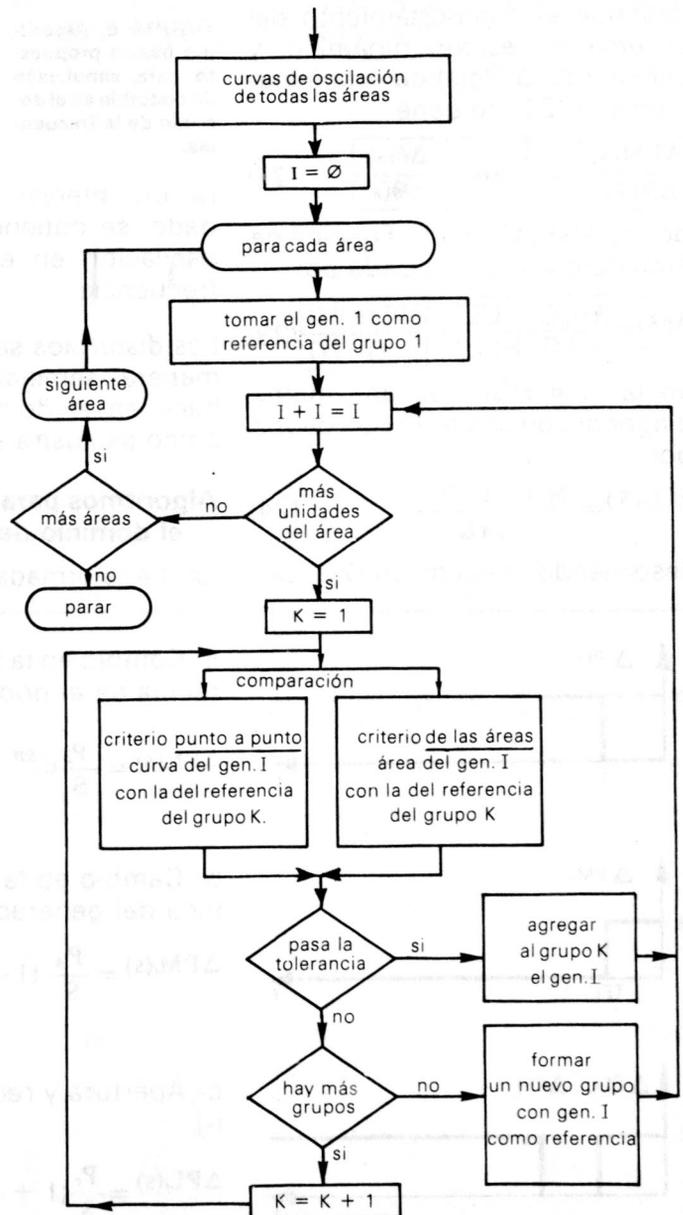


FIGURA 4. Algoritmo de agrupamiento.

I: contador de generadores.
K: Contador de grupos

Simulación en el dominio de la frecuencia

Tomando la Transformada de Laplace de las ecuaciones de oscilación (7) y (8) se tiene para cada generador:

$$2H_i s \Delta\omega_i(s) - \Delta\omega_i(s) = \Delta PM_i(s) - \Delta PG_i(s) - D_i \Delta\omega_i \tag{18}$$

$$S \Delta\delta(s) - \Delta\delta(0) = 2\pi f_o \Delta\omega_i(s) \tag{19}$$

El sistema se inicializa en estado estacionario, en donde:

$$\Delta\omega_i(0) = \Delta\delta_i(0) = 0 \tag{20}$$

Eliminando $\Delta\omega(s)$ de (18) y (19) se obtiene:

$$\Delta\delta_i(s) = \left(\frac{2\pi f_o}{H_i s^2 + D_i s} \right) (\Delta PM_i(s) - \Delta PG_i(s)) \tag{21}$$

Tomando la Transformada de Laplace de la ecuación (5) que describe el comportamiento del sistema en estado dinámico, y eliminando $\Delta P_g(s)$ de esta ecuación y la (21) se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta PM(s) \\ \Delta IPL(s) \end{bmatrix} = \mathbf{A}(s) \begin{bmatrix} \Delta\delta(s) \\ \Delta\Theta(s) \end{bmatrix} \tag{22}$$

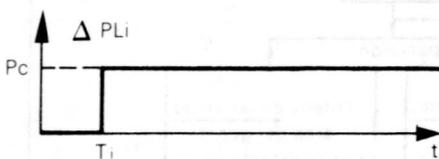
donde $\mathbf{A}(s)$ es la matriz Función de Transferencia y está dada por:

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} |HGG| & |HGL| \\ |HLG| & |HLL| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} |HD(s)| & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

en la cual $HD(s)$ es una matriz diagonal con sus términos dados por:

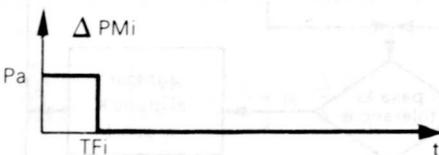
$$HD_{ii}(s) = \frac{H_i s^2 + D_i s}{2\pi f_o} \tag{24}$$

Resolviendo la ecuación (22) pa-



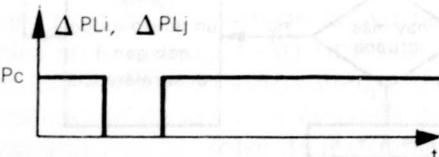
a- Cambio en la inyección de potencia en el nodo i

$$\Delta PL_i(s) = \frac{P_c}{S} e^{-sT_i} \tag{25}$$



b- Cambio en la potencia mecánica del generador i

$$\Delta PM_i(s) = \frac{P_A}{S} (1 - e^{-sT_{Fi}}) \tag{26}$$

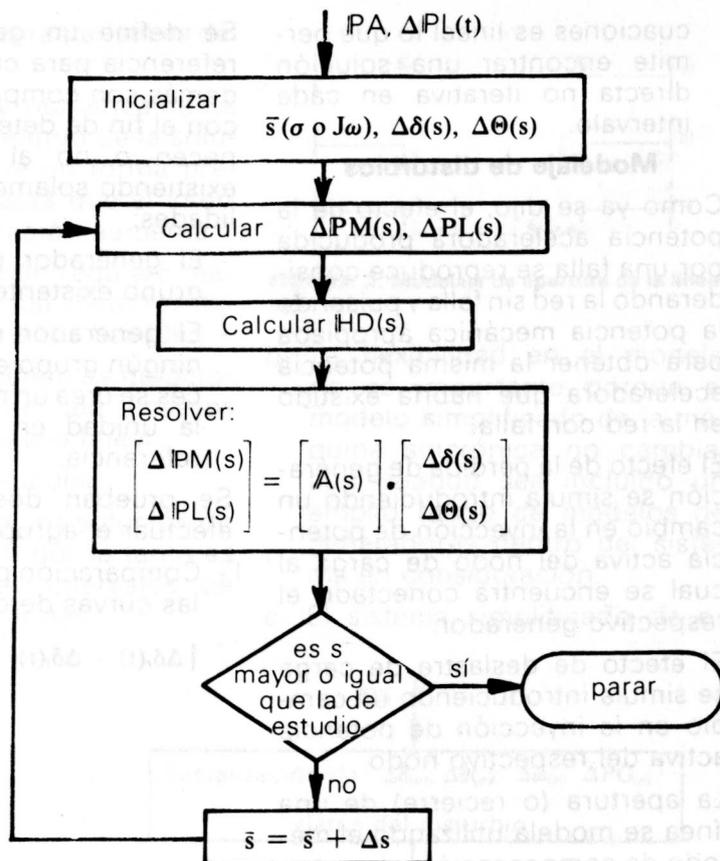


c- Apertura y recierre de la línea i-j

$$\Delta PL_j(s) = \frac{P_c}{S} (1 + e^{-sT_2} - e^{-sT_1}) \tag{27}$$

FIGURA 5. Simulación de disturbios en el dominio de la frecuencia.

FIGURA 6. Algoritmo básico propuesto para simulación de disturbio en el dominio de la frecuencia.



ra un intervalo de frecuencias dado, se obtienen las curvas de oscilación en el dominio de la frecuencia.

Los disturbios se simulan de una manera semejante a como se hace en el dominio del tiempo como se ilustra en la figura 5.

Algoritmos para la simulación en el dominio de la frecuencia

La transformada de Laplace de

una función $f(t)$ se denota como $F(\bar{s})$, siendo \bar{s} la frecuencia compleja dada por:

$$\bar{S} = \sigma + j\omega \tag{28}$$

Si \bar{s} se restringe al eje real (σ), la Transformada de Laplace se denota como $F(\sigma)$ y se llama en este trabajo Transformada Real. Si s se restringe al eje imaginario ($j\omega$), la Transformada de Laplace se denota como $F(\omega)$ y se llama Transformada de Fourier. La estructura de los dos algoritmos para la simulación del disturbio en el dominio de la frecuencia es la misma; la diferencia está en las ecuaciones que deben resolverse. En el caso de utilizar la Transformada Real éstas son totalmente reales, pero en el caso de utilizar la Transformada de Fourier son complejas, lo cual hace que el proceso sea más largo. La estructura del algoritmo básico para ambos casos se presenta en la figura 6.

Agrupamiento en el dominio de la frecuencia

Para efectuar el agrupamiento de los generadores en el dominio de la frecuencia, ya sea utilizando la

Transformada Real o la Transformada de Fourier; se puede usar el mismo algoritmo que se utiliza en el dominio del tiempo, ya que éste no diferencia entre los tipos de datos que procesa.

Conclusiones

Las siguientes conclusiones se hacen con base en el análisis de los resultados obtenidos de la aplicación del programa desarrollado "Análisis de Coherencia" al sistema colombiano hipotético para 1.981, compuesto de 131 nodos, 240 líneas y 23 generadores. El sistema se divide arbitrariamente en 4 áreas geográficas.

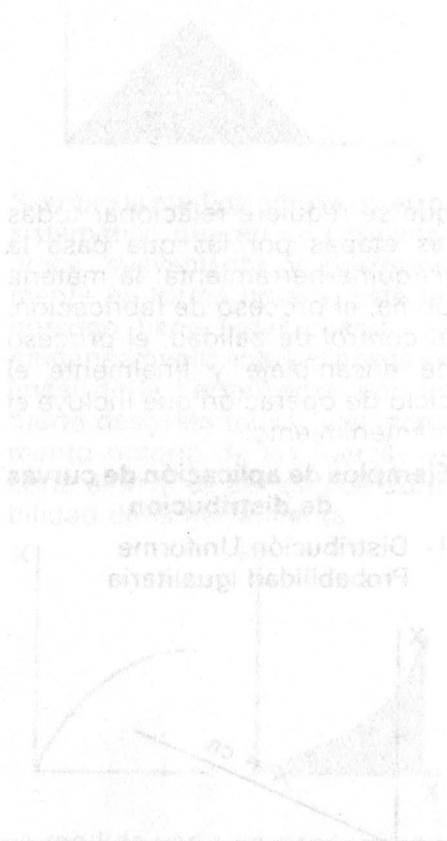
De la comparación de los resultados obtenidos del programa "Análisis de Coherencia", utilizando el criterio de comparación "punto a punto", con los resultados obte-

nidos de un estudio de estabilidad se concluye:

- 1-Los grupos de generadores que se comportan coherentemente son los mismos en ambos casos, o sea que el programa cumple sus objetivos. Sin embargo los grupos de generadores coherentes obtenidos usando el criterio de comparación de las áreas no corresponden a los reales, por lo tanto este criterio se descarta; aunque es importante señalar que la intención original es buena, pues el uso de este criterio reduce considerablemente el número de comparaciones requerido para agrupar un generador.
- 2-Los generadores que pertenecen a las áreas externas al área donde ocurre el disturbio tien-

den a comportarse coherentemente dentro de cada área.

- 3-Para el sistema considerado no son válidas las simplificaciones de tomar el Jacobiano D.C. con las resistencias del sistema iguales o diferentes de cero. Sin embargo, seguramente dichas simplificaciones deben ser valederas para sistemas mejor condicionados, en los cuales las diferencias entre las magnitudes de las tensiones nodales sean pequeñas.
- 4-Los resultados no cambian significativamente variando el intervalo de integración de 0.05 s. a 0.1 s.; al igual que reduciendo el tiempo de estudio de 10 a 5 seg. El intervalo de comparación de las curvas se puede hacer menor que el de integración.



BIBLIOGRAFIA

1. Podmore, Robin and Germond, Alain: "Development of Dinamic equivalents for transient stability studies" EPRI EL 456 (Research Project 763), final report, Palo Alto, California, April 1977.
2. Tinney, W.F. y Walker J.W. "Direct solutions of sparse network equations by optimally orderer triangular factorization" proceeding of the IEEE Vol. 55 Nov. 1967.
3. Reinstein D. Kerplel W., "Análisis de coherencia para estudios de estabilidad". Proyecto de grado Ingeniería Eléctrica. 1981.