CONCEPTOS DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN ANÁLISIS DE FALLAS DE COMPONENTES MECÁNICOS

Héctor Hernández A., Profesor Titular,
Dpto. de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional

ABSTRACT

When a mechanical component fails, somehow or other, the applied load becomes equal or greater than the fail load. Taking in mind this principle and considering the statistical variability of both, applied stress and strenght, the concept of failure probability is catched.

Assuming that both strenght and stress have a normal distribution, then failure probability increases with: (a) the reduction of the difference between mean value of strenght and stress, (b) the increase of strenght and stress variance.

Defects introduced by manufacturing and defects introduced into service such as voids, pits, inclusions or cracks can increase the failure probability and decrease the reliability. This is due to the increase in the overlaping between the two distributions, of stress and strenght. This depends on failure mode such as plastic collapse, britle fracture and failure by fatigue.

When the failure mode is by slow crack growth, reliability can be improved by using of nondestructive inspection methods to detect subcritical crack sizes.

RESUMEN

Cuando se presenta una falla en un componente mecánico, de alguna manera, la carga aplicada se hace igual o mayor a la carga de falla en el momento que ésta se produce. Teniendo en cuenta este principio y considerando la variabilidad estadística tanto del esfuerzo aplicado como de la resistencia se llega al concepto de probabilidad de falla.

Asumiendo que la distribución del esfuerzo aplicado y de la resistencia son normales se concluye que la probabilidad de una falla aumenta con: (a) la reducción de la diferencia entre el valor medio de la resistencia y el valor medio del esfuerzo aplicado, (b) el aumento de la varianza tanto del esfuerzo como de la resistencia.

Para una determinada distribución de carga aplicada se puede presentar un aumento de probabilidad de falla por inducción de esfuerzos internos de fabricación o de ensamble, o por la generación de discontinuidades o defectos durante la fabricación, el mantenimiento y el servicio; debido a que se aumenta el traslapo entre la distribución del esfuerzo aplicado y la distribución de la resistencia. La incidencia de los defectos en la probabilidad de falla depende del modo de falla, la cual a la vez depende del tipo de carga, características mecánicas del material y de las condiciones ambientales de servicio.

Cuando el modo de falla de un componente es por un crecimiento lento de grieta, la confiabilidad se puede mejorar mediante inspecciones periódicas empleando procedimientos de inspección no destructivos para detectar oportunamente grietas de tamaño subcrítico.

INTRODUCCIÓN

Los métodos estadísticos y la teoría de probabilidad ofrecen unos procedimientos atractivos para estudiar, en términos generales, las fallas que eventualmente se pueden presentar en componentes o sistemas de componentes que se han diseñado para que tengan un desempeño satisfactorio por un tiempo determinado. Este estudio de fallas es viable si se tienen en cuenta los conceptos de variabilidad estadística que bien pueden estar asociados a las propiedades de los materiales como a las condiciones de trabajo.

Por lo general, cuatro aspectos se examinan en un análisis de falla de un componente estructural: esfuerzo generado por la carga de servicio, resistencia del material, defectos propios o inducidos en el componente y medio ambiente. Estos factores tienen una influencia recíproca, de manera que, puede existir alguna probabilidad de que se presente una falla durante la vida prevista de una estructura.

En este trabajo se estudia la probabilidad de falla y la confiabilidad con que opera una estructura o un componente estructural mediante la combinación probabilística de esfuerzo-resistencia y mediante la consideración probabilística del tiempo de falla en componentes mecánicos que operan en condiciones, tales que, una falla se puede presentar después de un determinado tiempo de servicio, como típicamente sucede con fallas por fatiga.

PROBABILIDAD DE FALLA

Por lo general, en alguna medida, se encuentra alguna dispersión de las propiedades mecánicas en componentes de ingeniería. Por ejemplo, en la Figura 1 se presenta la distribución de frecuencia de la resistencia a la fatiga de una unión soldada de acuerdo a ensayos realizados en una muestra de 28 probetas, de manera que se tiene una resistencia media de 43.3 kgf/mm^2 con una desviación estándar de 9.9 kgf/mm^2 y un coeficiente de variación de 0.23. Este elevado coeficiente de variación se debe primordialmente a la variación aleatoria del tamaño, forma, posición y orientación de defectos de soldadura (Figura 2).

La variabilidad de propiedades mecánicas, tales como, la resistencia a tracción, resistencia a fluencia,

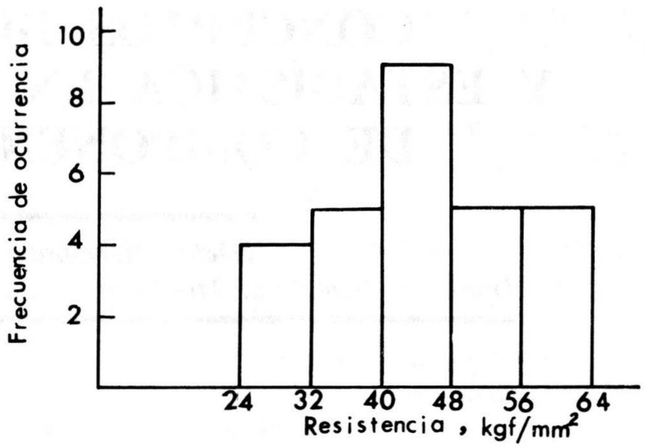

Figura 1. Histograma de la resistencia a la fatiga para una vida de dos millones de ciclos de una muestra de 28 probetas de una unión soldada [2].

dureza y módulo de elasticidad, frecuentemente se modelan con la distribución normal. Cuando se encuentran coeficientes de variación (desviación estándar/media) menores que 0.02 se considera que se tiene una variabilidad baja, mientras que, con coeficientes de variación mayores de 0.10 se considera que la propiedad tiene una variabilidad elevada[1].

El ejemplo anterior ilustra el concepto de variabilidad en propiedades mecánicas. A continuación se describe un método para determinar la probabilidad de falla.

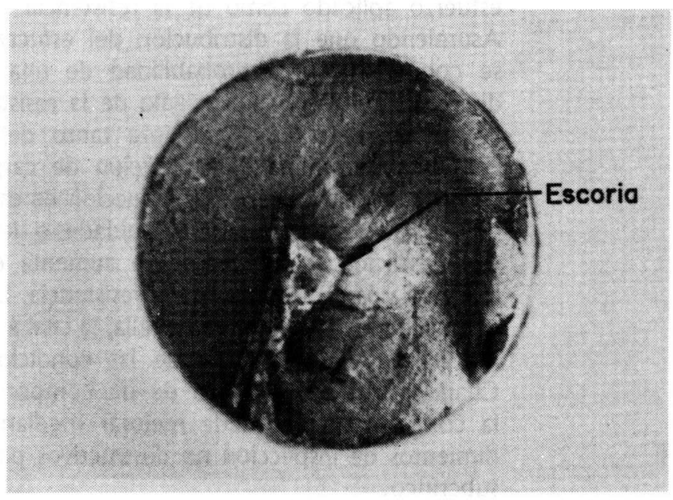

Figura 2. Fractura por fatiga de unión soldada originada en escoria en el metal depositado.

Si se considera que tanto la resistencia como el esfuerzo aplicado presentan una variación aleatoria y si se define una función de margen de seguridad M como:

$$M = S_r - S_w \quad (1)$$

Donde S_r es la variable aleatoria de la resistencia y S_w es una variable aleatoria del esfuerzo aplicado, y además, si S_r y S_w son variables aleatorias independientes con distribución normal, la función de margen de seguridad M también tiene una distribución/normal [3] con una media μ_m y una desviación estándar σ_m dadas por:

$$\mu_m = \mu_r - \mu_w \quad (2)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_w^2} \quad (3)$$

Donde μ_r y μ_w es el valor medio de la resistencia y del esfuerzo aplicado respectivamente.

σ_r y σ_w es la desviación estándar de la resistencia y del esfuerzo aplicado respectivamente.

Si se considera que una falla se presenta cuando el esfuerzo generado por la carga de servicio es mayor o igual a la resistencia, entonces la probabilidad de falla P_f es dada por:

$$P_f = P\,[\,S_w \geq S_r\,] = P\,[\,S_r - S_w \leq 0\,] \quad (4)$$

Puesto que $M = S_r - S_w$, entonces:

$$P_f = P\,[\,M \leq 0\,] \quad (5)$$

Es decir, que la probabilidad de falla P_f es dada por el área bajo la curva de densidad de probabilidad M desde $-\infty$ hasta 0 (Figura 3).

Para usar la tabla de cálculo de probabilidad con base en la distribución normal estándar, la expresión (5) se lleva a la forma estándar:

$$P_f = P\,[\,M \leq 0\,] = P\left[\frac{M - \mu_m}{\sigma_m} \leq \frac{0 - \mu_m}{\sigma_m}\right] \quad (6)$$

Luego:

$$P_f = P\left[Z \leq -\frac{\mu_m}{\sigma_m}\right] \quad (7)$$

Donde Z es una variable aleatoria normal estándar. Reemplazando (2) y (3) en (7) se tiene:

$$P_f = P\left[Z \leq -\frac{\mu_r - \mu_w}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_w^2}}\right] \quad (8)$$

Entonces:

$$P_f = P\,[\,Z \leq z\,] = F(z) \quad (9)$$

Donde **F(z)** es la función de distribución acumulada de la variable normal estándar **Z**, donde:

$$z = -\left[\frac{\mu_r - \mu_w}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_w^2}}\right] \quad (10)$$

Luego la probabilidad de falla es dada por el área bajo la curva de distribución normal estándar desde $-\infty$ hasta **z** [3], de manera que, entre menor sea la diferencia entre la resistencia media y el esfuerzo medio aplicado, y entre mayor sea la variabilidad o dispersión tanto de la resistencia como del esfuerzo aplicado, mayor es la probabilidad de falla; así, al aumentar el traslapo entre la distribución del esfuerzo y la distribución de la resistencia aumenta la probabilidad de falla.

En la expresión (8) se observa que no obstante la resistencia media sea mayor que el esfuerzo medio aplicado, se tiene alguna probabilidad de falla que depende de la dispersión, tanto de la resistencia del componente como de la carga que éste soporta, esta dispersión es cuantificada por la desviación estándar σ_r y σ_w respectivamente.

Para un determinado margen de seguridad dado en términos de la diferencia entre la resistencia media y el esfuerzo aplicado medio ($\mu_r > \mu_w$), se tiene una reducción de probabilidad de falla con una reducción de la dispersión de la resistencia. Dicha dispersión en un componente depende de varios factores como son modo de falla, tipo de carga y de la distribución de la severidad de discontinuidades o, defectos en el material.

Si la resistencia y el esfuerzo aplicado son igualmente proporcionales a la carga de falla y a la carga de trabajo respectivamente, las expresiones (9) y (10) se pueden emplear en términos de la carga de falla y de la carga de trabajo. Por ejemplo, en un componente estructural se encuentra que la carga de falla se dis-

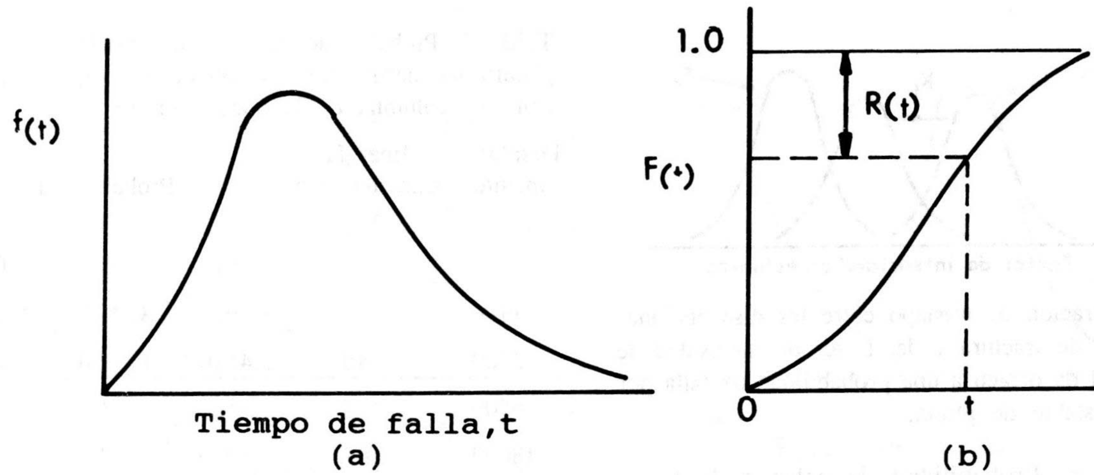

Figura 6. (a) Función de densidad de distribución del tiempo de falla.
(b) Función de distribución acumulada del tiempo de falla.

$$P_f(t) = F(t) \quad (15)$$

Donde **F(t)** es la función de distribución acumulada correspondiente a una determinada función de densidad de probabilidad del tiempo de duración o tiempo de falla, Figura 6.

Una función que frecuentemente se emplea para modelar tiempos de falla por fatiga y, en general fenómenos de durabilidad es la distribución de Weibull cuya función de densidad de probabilidad, **f(t)**, es dada por la expresión:

$$f(t) = \alpha\ \beta\ t^{\beta-1} \exp[-\alpha\ t^{\beta}] \quad (16)$$

Donde $t > 0$, y α, β son constantes positivas. Entonces de acuerdo a la expresión (15) la probabilidad de que el tiempo de falla sea menor que un tiempo específico **t** es dada por la función de distribución acumulada de Weibull [7], de manera que:

$$P_f(t) = F(t) = 1 - \exp[-\alpha\ t^{\beta}] \quad (17)$$

CONFIABILIDAD

La confiabilidad, R(t), es la probabilidad que no se presente falla en un componente o en un sistema de componentes durante un determinado período de tiempo t, bajo unas condiciones específicas de operación. Puesto que el evento falla y el evento no falla son eventos complementarios, mutuamente excluyentes, se tiene que:

Confiabilidad = 1 - Probabilidad de falla

$$R(t) = 1 - P_f(t) \quad (18)$$

Luego:

$$R(t) = 1 - P[T \leq t] = P[T > t] \quad (19)$$

Es decir que la confiabilidad es igual a la probabilidad que un componente o un sistema de componentes, aún funcione después de un determinado tiempo de servicio t (Figura 5(b)).

Reemplazando (17) en (18), se tiene la función de confiabilidad:

$$R(t) = \exp[-\alpha\ t^{\beta}] \quad (20)$$

Para una distribución de tiempo de falla de Weibull.

Durante la fabricación, operaciones de mantenimiento y en servicio se pueden introducir defectos (Figura 7), los cuales pueden alterar la distribución del esfuerzo, de la resistencia y del tiempo de falla, de manera que puede aumentar la probabilidad de falla y disminuir la confiabilidad. Esto depende del modo de falla, el cual a su vez depende del tipo de carga, características mecánicas del material y condiciones ambientales de servicio. Por ejemplo con una carga estática, en una falla por fractura frágil la resistencia es más sensible a los defectos que cuando la falla es por fractura dúctil.

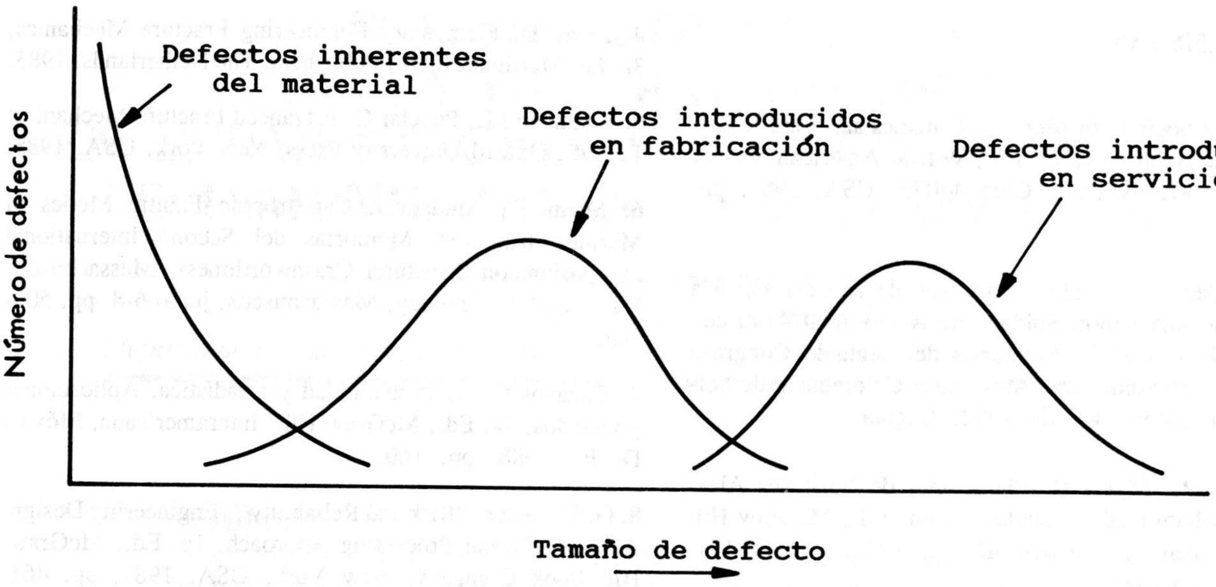

Figura 7. Distribución de defectos en componentes de ingeniería [8].

Por lo general ante el crecimiento eventual de defectos hacia tamaños críticos de falla, se puede obtener un aumento de confiabilidad realizando inspecciones periódicas, empleando ensayos no destructivos, para detectar defectos de tamaños subcríticos, lo cual permite tomar medidas correctivas antes que los defectos alcancen los tamaños críticos de falla final, que puede ser de naturaleza catastrófica.

Si en el diseño de componentes estructurales se define el factor de seguridad como la relación entre la resistencia media y el esfuerzo medio de servicio, entonces para un mismo factor de seguridad se puede tener diferentes niveles de confiabilidad dependiendo de la dispersión tanto de la resistencia como del esfuerzo aplicado. Para aumentar la confiabilidad se pueden disminuir los esfuerzos de diseño, pero ésto puede ser inaceptable por el aumento del peso y costo de una estructura, de manera que, en ciertas aplicaciones se debe aceptar un riesgo de falla, dependiendo de las consecuencias de ésta.

NOMENCLATURA

- f función de densidad de probabilidad
- $f(t)$ función de densidad de probabilidad del tiempo de fall
- F función de distribución acumulada
- $F(t)$ función de distribución acumulada del tiempo de falla
- $F(z)$ función de distribución acumulada normal estándar
- K_c tenacidad de fractura
- K_I factor de intensidad de esfuerzo
- M función aleatoria de margen de seguridad
- P probabilidad
- P_f probabilidad de falla
- $R(t)$ función de confiabilidad
- S_r variable aleatoria de la resistencia o esfuerzo de falla
- S_w variable aleatoria del esfuerzo aplicado
- T variable aleatoria del tiempo de falla
- Z variable aleatoria normal estándar ($\mu = 0$, $\mu = 1$)
- α y β parámetros de la distribución de Weibull
- μ media (valor medio) de todos los valores posibles de una población de datos
- σ desviación estándar

REFERENCIAS

1. American Society for Metals, "Statistics and Data Analysis", Metals Handbook, 9a. Ed., Vol. 8, American Society for Metals, Metals Park, Ohio 44073, USA, 1985, pp. 623-638.

2. Hernández H. "et al.", "Análisis de la Resistencia a la Fatiga de una Unión Soldada de Acero AISI 4140 con Electrodo E 11018M", Memorias del Segundo Congreso Colombiano de Soldadura, Asociación Colombiana de Soldadura, noviembre 4-6 de 1992, Bogotá.

3. Walpole R., Myers R. "Funciones de Variables Aleatorias", Probabilidad y Estadística, 4a. Ed., McGraw-Hill / Interamericana de México, D. F., 1992, pp. 198-199, Tabla A.3 pp. 731.

4. Broek D. Elementary Engineering Fracture Mechanics, 3a. Ed. Martinus Nijhoff Publishers, The Netherlands, 1983.

5. Kanninen M., Popelar C. Advanced Fracture Mechanics, 1a. Ed., Oxford University Press, New York, USA, 1985.

6. Moan T., Amdahl J. Catastrophic Failure Modes of Marine Structures, Memorias del Second International Symposium on Structural Crashworthiness, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, junio 6-8, pp. 500-503.

7. Canavos G. C. Probabilidad y estadística, Aplicaciones y métodos, 1a. Ed., McGraw-Hill/ Interamericana, México D. F., 1988, pp. 160.

8. G. E. Dieter. "Risk and Reliability", Engineering Design. A Materials and Processing Approach, 1a. Ed., McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1987, pp. 461.