Criterios para la determinación del número de cucharas en una turbina Pelton

Los criterios descritos en el presente artículo se aplican en los programas de computador del proyecto de grado "Comportamiento Hidráulico de Cucharas Pelton", calificado con la distinción de meritorio, en el cual a partir de la altura neta, el caudal y la velocidad angular, se determina la geometría de las cucharas. Forma parte del programa de investigación que la Facultad de Ingeniería está llevando a cabo con el propósito de desarrollar turbinas Pelton de baja potencia con la financiación de Colciencias y bajo la dirección del Ingeniero Alvaro Rey Romero.

OCTAVIO JARAMILLO VALENCIA
JOSE FERNANDO BAQUERO HERRERA
Estudiantes de Ingeniería Mecánica
Universidad Nacional

Para poder construir una turbina Pelton de alto rendimiento es necesario conformar adecuadamente las cucharas y definir la geometría de la rueda de modo que pueda aprovecharse al máximo la energía cinética del agua. La forma de las cucharas y la geometría de la rueda están relacionadas entre si, por lo cual, en un diseño cuidadoso no pueden hacerse en forma independiente.

Hay dos factores que definen en gran parte la geometría de la rueda, y estos son el diámetro Pelton, o diámetro del círculo de paso (**Dp** en la Figura 1), y el número de cucharas montadas sobre la rueda.

El diámetro Pelton puede determinarse después de escogerse la velocidad de giro n (r.p.m.) y el número de chorros que actúan sobre la rueda, los cuáles se obtienen con base en una altura neta H y un caudal Q dados. La altura neta H define la velocidad lineal del chorro C_0 a la salida de la boquilla por medio de la expresión:

$$C_o = C_v \sqrt{2gH} \qquad (1)$$

Donde C_v es el coeficiente que considera las pérdidas de energía en la boquilla. Esta ecuación parte del hecho de que la turbina Pelton es una turbina de impulso y toda la energía del agua se suministra en forma de energía cinética. El diámetro del chorro se determina con la ecuación de continuidad mediante la relación:

$$d_o = \frac{4}{\psi}\frac{Q'}{C_o} \quad d_0 = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{Q'}{C_0}} \qquad (2)$$

Aquí Q' es el caudal por cada boquilla, o sea que el caudal total Q es igual a Q' por el número de boquillas. La velocidad tangencial de la rueda sobre el diámetro Pelton es:

$$U = \frac{\pi D_p n}{60} \qquad (3)$$

En la práctica, la velocidad del chorro al incidir sobre la cuchara es menor que la calculada cuando el agua sale de la boquilla (C_0), por lo cual hay que acudir a la ecuación de la energía de Euler para las turbinas, para calcular la velocidad adecuada de la rueda. Suponiendo una descarga perpendicular (esto es, que la velocidad absoluta del fluído a la salida de la rueda tenga dirección radial) y asumien-

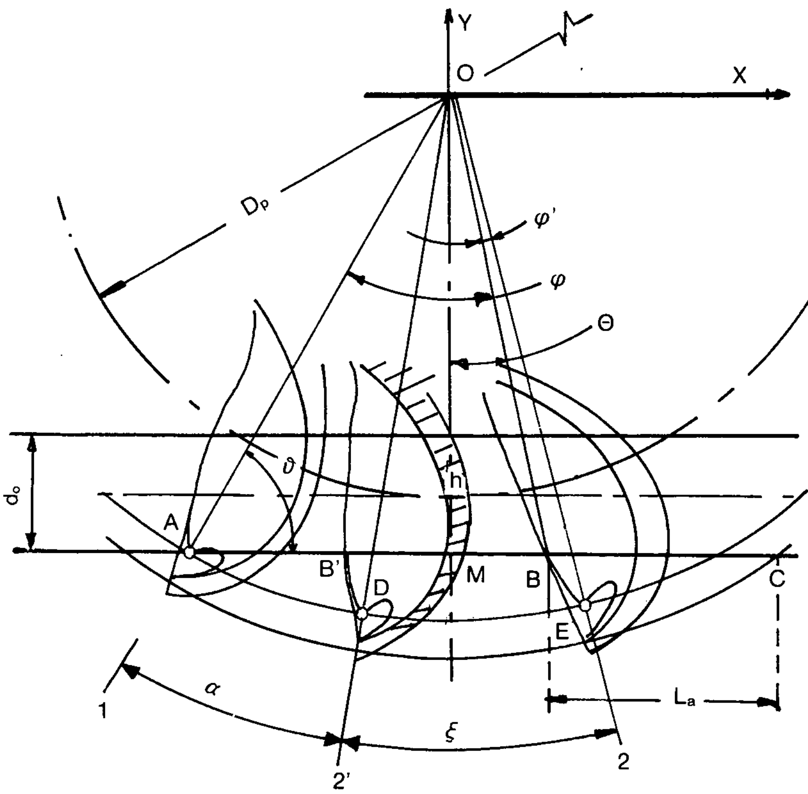

FIGURA 1. Construcción para el paso angular de la rueda.

do valores normales para la eficiencia de la turbina y el coeficiente de la boquilla C_v se tiene:

$$U = (0{,}45 \div 0{,}47)\ \sqrt{2gH} \qquad (4)$$

El valor óptimo de **U** con respecto a C_0 aumenta proporcionalmente al incremento del salto **H** o de la relación de diámetros D_p/d_0. De la ecuación 4 puede despejarse el diámetro Pelton, el cual es la dimensión más característica de la rueda, y que además, mediante la relación de diámetros define la característica de la rueda (lenta o rápida), debido a que la velocidad específica de la turbina es inversamente proporcional a esta relación.

LA DETERMINACION DEL PASO ANGULAR DE LA RUEDA

Para poder encontrar el ángulo entre cada cuchara de la turbina Pelton se ha encontrado la necesidad de cumplir las siguientes condiciones: debe minimizarse la interferencia entre el chorro y la cuchara, y todas las partículas de agua deben entregar la mayor parte posible de su energía cinética a la rueda. El aprovechamiento máximo de la energía del agua puede verse desde dos diferentes puntos de vista. Uno de ellos consiste en verificar que la última partícula de agua que va a incidir sobre cada cuchara pueda deflectarse adecuadamente de modo que abandone la cuchara por su borde de descarga.

El segundo criterio busca asegurar que todo el agua que llega a la turbina se aproveche, o sea, que no exista un volumen de agua que pase por la rueda sin incidir sobre alguna cuchara.

Estos dos criterios se explican a continuación.

Criterio de la última partícula del chorro

Una partícula de agua que incida sobre la rueda debe hacer un recorrido por la superficie interna de la cuchara, el cual va a durar un tiempo determinado. Como la cuchara está girando junto con la rueda, en el mismo intervalo de tiempo va a describir un arco de circunferencia. Una partícula de agua cede la máxima parte posible de su energía a la rueda cuando su trayectoria absoluta completa termina en un punto situado dentro del círculo exterior de la rueda. Este requisito se plantea con el objetivo de que inclusive la última partícula de agua que incida sobre una cuchara tenga una deflexión normal y salga por el borde de descarga de la cuchara. De acuerdo con esto se considera al punto **C** de la Figura 1 como el punto límite en el cual la

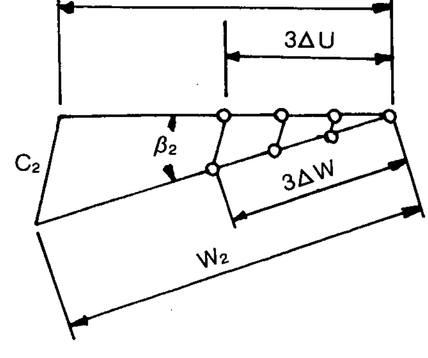

FIGURA 2. Triángulo de velocidades de salida para una partícula.

última partícula de agua abandona la rueda, por lo que esta partícula debe alcanzar a la cuchara a más tardar en el punto **B** situado en dirección opuesta al flujo del chorro. La distancia entre los puntos **B** y **C** es la proyección de la trayectoria absoluta del agua en la dirección del chorro. Se supone que la partícula permanecerá en un plano paralelo al eje de la turbina y al eje del chorro.

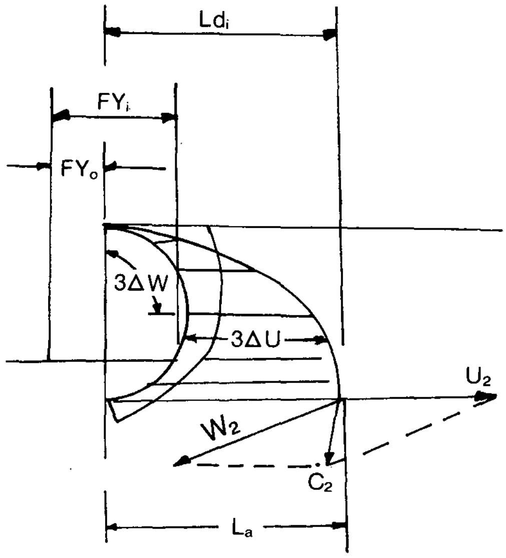

FIGURA 3. Formación de la trayectoria absoluta.

La trayectoria absoluta podría determinarse exactamente si el curso de la trayectoria relativa de la partícula del chorro en la cuchara fuera conocido. Este último solo puede estimarse aproximadamente. A pesar de esta circunstancia, se determina la posición de **B** con suficiente exactitud al encontrar la longitud L_a de la proyección de la trayectoria absoluta con base en el diagrama de velocidades de la partícula que ingresa en **B** (Figura 2) y en la reconstrucción de la trayectoria absoluta referida al perfil de la cuchara (Figura 3). Para hallar esta trayectoria debe definirse el perfil de la cuchara en la sección media, determinando los ángulos de entrada y de salida en esta sección, así como la profundidad máxima de la cuchara. Cada punto de la trayectoria absoluta de la partícula de agua se encuentra adicionando al perfil de la cuchara un segmento proporcional a la velocidad tangencial de la partícula U_2. Esta proporcionalidad es la existente entre la longitud recorrida por la partícula en la superficie de la cuchara y su velocidad relativa W_2.

Para hallar la distancia Ld_i, que es la coordenada de un punto i de la trayectoria absoluta, se emplean las siguientes expresiones:

$$LT_i = LT_{i-1} + Ls_i \tag{5}$$

$$Ld_i = FY_i - FY_o + (U_2/W_2)LT_i \tag{6}$$

Donde:

Ls = longitud del arco de cada sección del perfil de la cuchara.

LT = longitud del arco acumulada del perfil de la cuchara.

FY = coordenada del perfil de la cuchara.

La última partícula de agua que en el punto **B** golpea la cuchara es la que al final de la entrada de la cuchara precedente en el chorro no es cogida por esta cuchara y por lo tanto está en el punto **A** (Figura 1). Antes que incida sobre la siguiente cuchara en el punto **B**, debe viajar a lo largo de la recta **AB** a la velocidad del chorro C_0, tardando un tiempo $t=\overline{AB}/C_0$. Durante este tiempo el punto extremo **A** de la punta de la cuchara describe una trayectoria circular a la velocidad U_A correspondiente al radio OA. Ambas velocidades son constantes por lo que las longitudes de las trayectorias son proporcionales a las velocidades y por lo tanto el punto **A** de la cuchara cubre en el tiempo **t** un arco de longitud:

$$\widehat{DE} = \overline{A}BU_A/C_o \quad \overline{A}B(U_A/C_o) \tag{7}$$

En el momento en que la partícula pasa por el punto A sin incidir sobre la cuchara 1, la cuchara 2 debe estar en la posición 2', la cual está retrasada respecto a la posición 2 un ángulo ξ determinado por el arco $\widehat{DE}$ mediante la relación:

$$\xi = \overline{AB} \quad U_A/(C_o \,.\, \overline{OA}) = \overline{AB}\,\omega/C_o \tag{8}$$

El ángulo ξ determina el espaciamiento teórico de las cucharas α. Este ángulo puede encontrarse con las siguientes ecuaciones relativas a la Figura 1:

$$\overline{AB} = \overline{OA}\cos\gamma + \sqrt{\overline{OC}^2 - [\overline{OP} + d_o/2]^2} - L_a \tag{9}$$

$$\Theta = \text{arc tan}\,[(\overline{AB} - \overline{OA}\cos\gamma)/(\overline{OP} + d_o/2)] \tag{10}$$

$$\gamma = \text{arc sen}[(\overline{OP} + d_o/2)/\overline{OA}] \tag{11}$$

$$\alpha = \varphi - \xi + \varphi' = \pi/2 - \gamma + \Theta - \xi + \varphi' \tag{12}$$

El ángulo φ' se forma debido a que la arista de entrada no tiene dirección radial, pero normalmente es muy pequeño y puede despreciarse. El número de cucharas determinado mediante el paso angular α debe ser redondeado a un valor entero para lo cual siempre debe reducirse el paso angular. El número de cucharas, N_c, se encuentra mediante la expresión:

$$N_c = 2\pi/\alpha \tag{13}$$

Una rueda con un espaciamiento entre las cucharas mayor que el calculado no utilizará la energía de algunas partículas de agua. Cuando el espaciamiento es demasiado pequeño el chorro será alterado con mucha frecuencia por las cucharas.

Criterio del aprovechamiento total del chorro

En una turbina Pelton puede presentarse el caso de que una parte del chorro se desplace entre dos cucharas sin incidir en ninguna ni producir algún trabajo útil. Para averiguar si se produce esta situación se trazan las trayectorias relativas de la rueda respecto al chorro para la punta de la arista de entrada de dos cucharas adyacentes.

Para encontrar una expresión que describa la trayectoria relativa de un punto de la rueda respecto a una partícula del chorro debe considerarse inicialmente que la rueda de la turbina Pelton gira con una velocidad angular ω mientras el chorro se desplaza con movimiento rectilíneo hacia la rueda con una velocidad C_0. Tomando un sistema de coordenadas rectangulares cuyo origen **O** coincida con el eje de

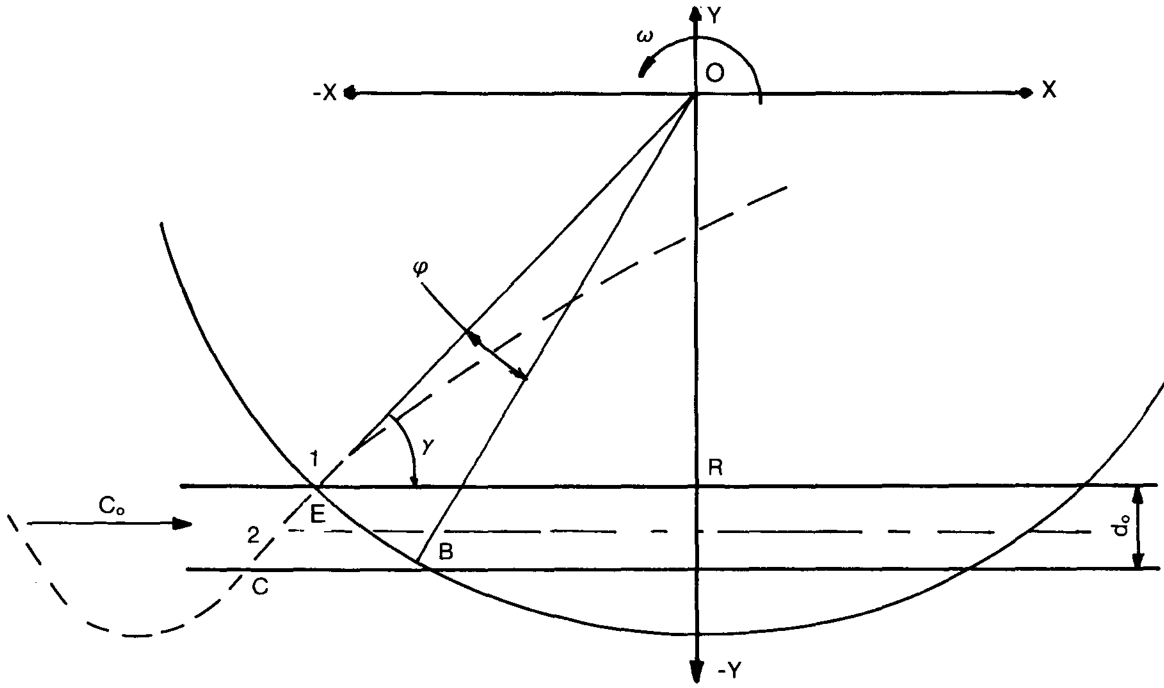

FIGURA 4. Movimiento de un punto de la rueda respecto al chorro.

la rueda (Figura 4) puede iniciarse el análisis del movimiento de la rueda. Para puntos de la rueda con radios diferentes, y por lo tanto velocidades tangenciales diferentes, los movimientos relativos respecto al chorro serán diferentes. Se considera ahora el punto 1 que hace parte de la rueda y está situado a una distancia **OE** de su eje de giro **O** Este punto entra en contacto con el chorro en la posición **E** en la cual coincide con un punto del filamento superior del chorro. Las coordenadas de este punto son:

$$X = -OE\cos\gamma;\ Y = -OE\,\mathrm{sen}\gamma \qquad (14)$$

Cuando la rueda gira un ángulo cualquiera φ el punto 1 se desplaza desde E hasta la posicion **B** cuyo radio de giro **OB** es igual a **OE**, por lo que sus coordenadas son:

$$X = -OE\cos(\gamma + \varphi);\ Y = -OE\,\mathrm{sen}(\gamma + \varphi) \qquad (15)$$

Con el ángulo ϑ se establece el punto donde coincide la posición **E** de la rueda con una partícula del chorro. Al girar el punto 1 hasta la posición **B** la partícula 2 del chorro, que va a coincidir con este punto en **B**, debió estar en una posición a la izquierda de **B**, que en la Figura 4 es la posición **C**. Como los puntos 1 y 2 coinciden en la posición **B**, mientras el punto 1 se desplaza desde la posición **E** hasta la posición **B**, en ese mismo tiempo la partícula 2 del chorro recorre la distancia entre las posiciones **C** y **B**. Igualando estos tiempos se tiene:

$$\varphi/\omega = \overline{CB}/C_o \qquad (16)$$

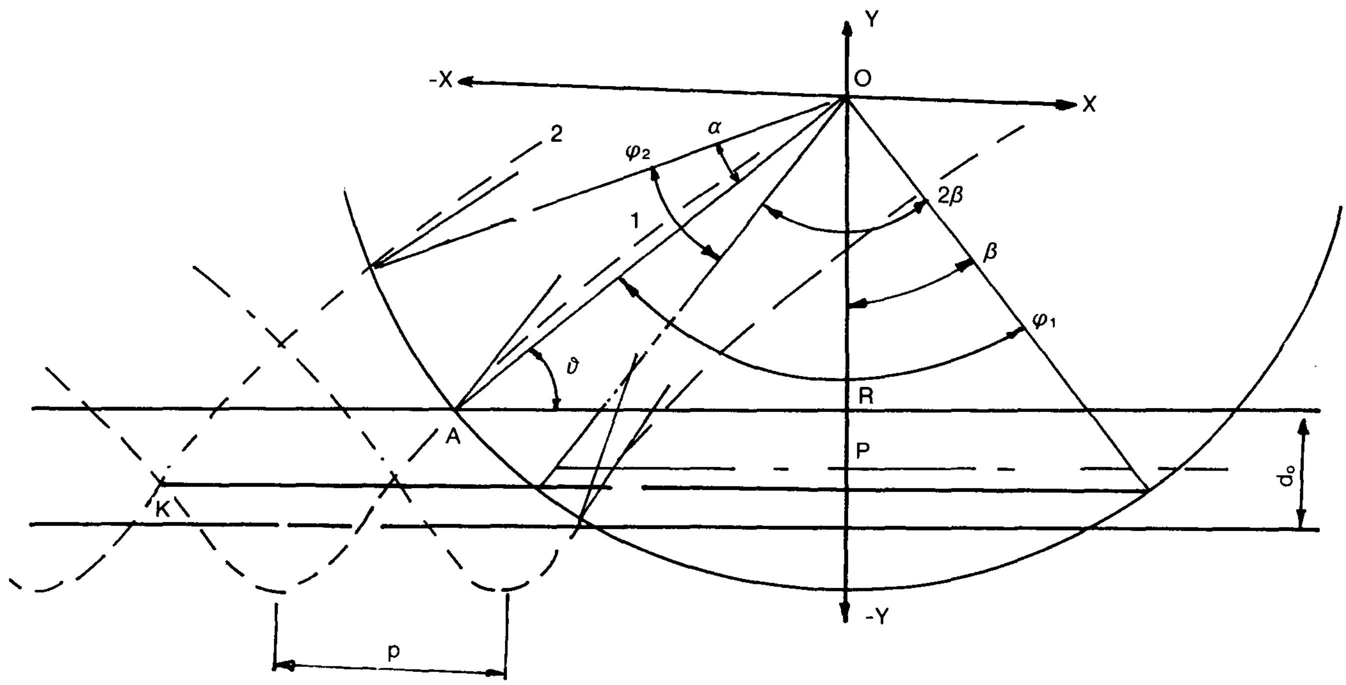

FIGURA 5. Trayectorias relativas de puntos de cucharas vecinas.

Las coordenadas de la partícula 2 del chorro cuando está en la posición **C** son:

$$X = -\overline{OE}\cos(\gamma + \varphi) - \overline{CB} = -\overline{OE}\cos(\gamma + \varphi) - -C_o\varphi/\omega;$$

$$Y = -\overline{OE}\,\mathrm{sen}(\gamma + \varphi) \qquad (17)$$

Esta es la expresión paramétrica de la trayectoria relativa de la rueda respecto al chorro. Las trayectorias relativas de dos puntos de la rueda con igual radio son iguales, pero están separadas entre si por una distancia **p** (Figura 5). Cuando los puntos de la rueda utilizados para generar las trayectorias relativas están sobre el radio de punta de la rueda, la distancia **p** corresponde al paso lineal de la rueda. Si el punto de intersección **K** de estas trayectorias se encuentra más abajo del filamento inferior del chorro, entonces la totalidad del agua pasará por la rueda incidiendo sobre alguna cuchara y no se perderá ninguna parte del volumen de agua disponible para cada cuchara, ya que este volumen está delimitado por las dos trayectorias relativas. Pero si el punto **K** se encuentra entre los límites del chorro o más arriba del límite superior, entonces una parte del chorro pasa sin detenerse por la rueda y por consiguiente se pierde energía aprovechable. En la Figura 5 se indican las trayectorias relativas de la rueda respecto al chorro para la punta de la arista de entrada de dos cucharas vecinas, ubicándose el punto **K** al escoger una de las intersecciones de estas dos trayectorias. Haciendo **OE** = **OA** (= radio de punta) en la ecuación 14, se tiene la forma paramétrica de la ecuación de la trayectoria 1:

$$X_1 = -\overline{OA}\cos(\gamma + \varphi_1) - C_o\varphi_1/\omega;$$
$$Y_1 = -\overline{OA}\,\mathrm{sen}(\gamma + \varphi_1) \qquad (18)$$

La trayectoria 2 está definida por

$$X_2 = -\overline{OA}\cos(\gamma - \alpha + \varphi_2) - C_o\varphi_2/\omega;$$
$$Y_2 = -\overline{OA}\,\mathrm{sen}(\gamma - \alpha + \varphi_2) \qquad (19)$$

El ángulo φ_1 encuentra el punto **K** en la trayectoria 1, y el ángulo φ_2 encuentra el mismo punto para la trayectoria 2. Estos ángulos están relacionados así:

$$\varphi_1 = \varphi_2 - \alpha + 2\beta = \alpha + \pi - \varphi_2 - 2\gamma \qquad (20)$$

Ya que $X_1 = X_2 = X_K$ y $Y_1 = Y_2 = Y_K$ pueden igualarse las ecuaciones (18) y (19) así:

$$X_K = -\overline{OA}\cos(\gamma + \varphi_1) - C_o\varphi_1/\omega = $$
$$= -\overline{OA}\cos(\gamma - \alpha + \varphi_2) - C_o\varphi_2/\omega;$$

$$Y_K = -\overline{OA}\,\mathrm{sen}(\gamma + \varphi_1) = $$
$$-\overline{OA}\,\mathrm{sen}(\gamma + \varphi_2 - \alpha) \qquad (21)$$

Sustituyendo φ_2 en la primera ecuación se obtiene:

$$(-\omega/C_o)\,\overline{OA}\cos(\gamma + \varphi_1) - \varphi_1 = $$
$$= \gamma - (\pi + \alpha)/2 \qquad (22)$$

El paso del chorro sin incidir sobre la cuchara se presenta cuando se cumple la condición:

$$Y_K \geq -(\overline{OP} + d_o/2) \qquad (23)$$

Se ha obtenido entonces una ecuación (la 22), que sirve para determinar el número mínimo de cucharas con el cual empiezan a presentarse pérdidas en el volumen de agua destinado a cada cuchara.

DISCUSION DE LOS METODOS PARA DETERMINAR EL PASO ANGULAR

Los dos criterios mencionados persiguen básicamente el mismo objetivo de aprovechar al máximo la energía disponible del agua, aunque es necesario aclarar que ninguno de los dos permite encontrar definitivamente el paso angular, y por lo tanto, el número de cucharas de la rueda.

Para el diseño de la rueda no puede aplicarse directamente el criterio de la última partícula porque se desconocen las siguientes magnitudes: el radio de punta, el radio exterior y la longitud L_a. Las dos primeras pueden suponerse como dependientes del radio Pelton o proporcionales al diámetro del chorro. Para el cálculo de la longitud L_a debe conocerse el diagrama de velocidades de la última partícula de agua y la forma de la superficie interior de la cuchara, incluyendo los ángulos sobre la arista de entrada y el borde de descarga (Figuras 2 y 3). Pero el ángulo de salida depende del paso angular, y por consiguiente no puede saberse con anticipación al cálculo del número de cucharas, así como tampoco se conocen la forma de la cuchara y el diagrama de velocidades de cualquier partícula de agua, mientras no se determinen los ángulos de salida.

En la aplicación del criterio de aprovechamiento total del chorro la limitante consiste en desconocer el radio de punta **OA**, cuando se aplica en el plano de simetría de la rueda. Para emplear este método en otros planos paralelos al plano de simetría es necesario conocer la forma del destalonamiento y por lo tanto la forma de la cuchara. La ecuación 22 puede resolverse para hallar el ángulo φ_1 con diversos valores del paso angular α.

Es necesario que el número de cucharas de la rueda sea mínimo, siempre y cuando pueda aprovecharse la totalidad del agua que sale de la boquilla. Aplicando el criterio de la última partícula puede asegurarse que ésta alcanza a incidir sobre la cuchara, y si su trayectoria dentro de la cuchara no interfiere con el destalonamiento, probablemente salga de la cuchara muy cerca del punto **C** de la rueda (Figura 1). Para el cálculo del número de cucharas o su verificación es necesario emplear el máximo caudal disponible, y el número de cucharas encontrado debe acercarse al valor entero mayor más próximo, aunque es recomendable hacer la rueda con una o dos cucharas más. Tal reserva es necesaria porque los métodos expuestos parten de suponer la cilindricidad del chorro y en realidad se dispersa y a veces de modo considerable.

Si la trayectoria sobre la superficie de la cuchara va desde la arista de entrada hasta el borde de descarga, entonces no hay mayores pérdidas de energía cinética del agua. Pero si la trayectoria se interrumpe en el destalonamiento entonces la partícula que abandona la cuchara no logra entregar toda su energía y se presentan pérdidas. Este efecto es más crítico cuando disminuye el número de cucharas.

CONCLUSIONES

1. Los métodos desarrollados para hallar el número de cucharas no pueden aplicarse directamente en el cálculo de la turbina, a menos que se supongan algunas magnitudes.

2. Estos métodos pueden emplearse para verificar la conveniencia del número de cucharas establecido.

3. Los dos criterios expuestos pueden aplicarse simultáneamente y complementarse.

4. Puede hacerse un método iterativo para el diseño de la turbina que aplique los criterios mencionados de modo que se encuentre el número de cucharas óptimo con el cual las pérdidas energéticas sean mínimas, como el desarrollado en el proyecto de grado en referencia.

BIBLIOGRAFIA

1. Edel, Yuri Udovich. **Kovshove Gidroturbini**. Leningrado. Mashinostroenie, 1980.
2. Nechleba, Moroslav. **Hydraulic turbines; their design and equipment**. Praga, Artia, 1957.