

# Ecuación de costos y función objetivo para la optimización del diseño de redes de flujo de líquidos a presión

Paulo César Narvárez R<sup>1</sup>  
Haiver Galeano P<sup>2</sup>

## RESUMEN

El diseño de redes de flujo tiene como objetivo determinar el sistema que satisface las condiciones mínimas de presión y de flujo en los puntos de consumo, con la menor inversión y los menores costos de operación. Para dimensionar la red que cumple con las restricciones hidráulicas a un costo mínimo, se han desarrollado varios métodos de solución [6], de los cuales han recibido especial atención en los últimos años la programación lineal [1, 4, 5, 7], la programación no lineal [8, 9] y los algoritmos genéticos [3, 10, 13]. En este artículo se presenta una ecuación de costos para redes que manejan líquidos, que en conjunto con el modelo y el método de solución del problema de mecánica de fluidos, constituyen la base fundamental sobre la cual trabaja cualquiera de los tres métodos de optimización mencionados. La ecuación de costos presentada más adelante, al igual que el modelo y el método de solución de redes desarrollado por Narvárez [11], fueron usados por Galeano [6] en la implementación de un mecanismo de optimización para la determinación de la red de menor costo de flujo a presión.

## ABSTRACT

Optimal design problem of liquid distribution systems has been viewed as the selection of pipe sizes and pumps, which will minimize overall costs, accomplishing the flow and pressure constraints. There is a set of methods for least cost design of liquids distribution networks [6]. In the last years, some of them have been studied broadly: linear programming [1, 4, 5, 7], non-linear programming [8, 9], and genetic algorithms [3, 10, 13]. This paper describes the development of a cost equation and the objective function for liquid distribution networks that together to the mathematical model and the solution method of the flow problem developed by Narvárez [11], were used by Galeano [6] in a computer model that involves the application of an genetic algorithm to the problem of least cost design of liquids distribution networks.

## 1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

**E**l problema de diseño de redes de transporte de fluidos, presente en el diseño de acueductos, oleoductos, gasoductos, redes de gas domiciliarias, sistemas contra incendio, sistemas de alivio en plantas de transformación química y sistemas de aire para instrumentos, entre otros, puede describirse de la siguiente forma:

Para un trazado dado de tuberías y unas condiciones establecidas de presión o de flujo en los puntos de consumo y suministro, debe encontrar-

1 Ingeniero químico, magíster en Ingeniería Química

2 Ingeniero químico, magíster en Ingeniería de Sistemas

se la combinación de diámetros de tuberías y sistemas de bombeo o compresión, que tengan el costo mínimo, considerando la inversión inicial en equipos de bombeo y tuberías<sup>1</sup>, más los costos ocasionados por la operación del sistema, traducidos en los costos de bombeo o compresión y de mantenimiento, todos ellos expresados por unidad de tiempo.

La solución óptima debe cumplir con las leyes fundamentales del flujo en redes, y con algunas restricciones relacionadas con el montaje y la operación del sistema:

- La continuidad del flujo debe mantenerse en todas las uniones o nodos de la red.
- La pérdida de presión<sup>2</sup> total a través del lazo debe ser igual a cero, o la pérdida a lo largo del camino que une dos depósitos debe ser igual a la energía disponible.
- Restricciones en el diámetro máximo y mínimo pueden ser aplicables a ciertas tuberías de la red, y los diámetros que pueden tener las tuberías de la red se restringen a los comerciales.
- La velocidad del fluido en las tuberías del sistema hidráulico debe estar en un intervalo, de forma tal que se minimice la erosión de la tubería, el ruido y el golpe de ariete, y se evite el flujo pulsante y se permita el transporte de sedimentos.

Teniendo en cuenta que cualquier método de optimización de redes soluciona el problema de mecánica de fluidos para cada una de las posibles soluciones, el modelo de simulación sobre el cual opere también se convierte en una restricción, ya que la precisión del óptimo establecido dependerá, en gran medida, de que el modelo de simulación permita la descripción de la red de la forma más aproximada posible a la realidad. La ecuación de costos que aquí se deduce es aplicable al flujo de líquidos en redes, de acuerdo con el modelo planteado por Narváez [11], el cual simula redes de flujo para líquidos en estado estable, que incluye, además de las tuberías y accesorios, bombas, equipos de proceso, válvulas de control automático y boquillas de aspersión.

## 2. DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE COSTOS PARA EL SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN

La inversión en tuberías, accesorios y equipos de bombeo es una fracción muy importante del total invertido en un sistema de transporte de fluidos, y por tanto, es necesario seleccionar el conjunto de diámetros y el sistema de bom-

beo, que generen el costo total mínimo del sistema, considerando principalmente los costos fijos (inversión inicial), los costos de operación del sistema (costo de bombeo) y de mantenimiento por unidad de tiempo.

La Figura 1 ilustra el significado del diámetro óptimo económico de tubería. Como puede observarse, el costo de bombeo aumenta al disminuir el diámetro de los tubos debido al aumento de las pérdidas por fricción y al consecuente incremento en la cabeza dinámica que debe ser entregada por la bomba al fluido, mientras que los costos fijos para la red de tuberías disminuyen cuando los diámetros son menores debido a la disminución en la inversión inicial. El diámetro óptimo económico se encuentra cuando la suma de los costos de bombeo y los costos fijos es mínima, dado que éste representa el punto de menor costo total [12].

El valor de este diámetro óptimo para una tubería puede ser determinado mediante la combinación de los principios de dinámica de fluidos con consideraciones de costos. A continuación se presenta la ecuación de costos que será usada en la optimización de una red de transporte de líquidos [6], que opera sobre un modelo de simulación de balance de nodos, resuelto por el método de linealización de ecuaciones [11].

La ecuación está compuesta por dos términos: los costos de bombeo y los costos fijos. Estos últimos incluyen los costos de mantenimiento, que aunque hacen parte de los costos de operación, se calculan como una fracción de los costos fijos.

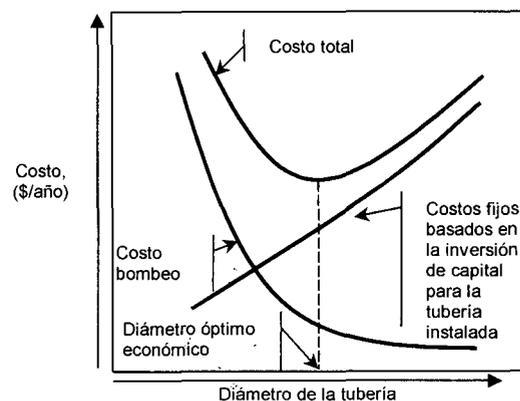


Figura 1. Determinación del diámetro óptimo económico.

- 3 El costo de las tuberías, considera también el de todos los accesorios necesarios en el sistema hidráulico.
- 4 Se supone que la pérdida de presión en cada tubo es una función conocida del flujo en el tubo, su diámetro, longitud y propiedades hidráulicas.

## 2.1 Costo de bombeo

Para una condición de operación dada, el costo total de bombeo ( $C_{AB}$ ) por unidad de tiempo, está dado por la siguiente relación:

$$C_{AB} = E_B \times C_e \quad (1)$$

en donde  $E_B$  es la energía consumida por la bomba por unidad de tiempo, expresada en kilowatt - hora por año, y  $C_e$  es el costo del kilowatt-hora.

La energía consumida por la bomba es igual a:

$$E_B = P_B \times \tau \times 10^{-3} \quad (2)$$

en donde  $P_B$  es la potencia consumida por la bomba, en watts, y  $\tau$  es el tiempo de operación, expresado en horas por año.

La potencia consumida por el motor de la bomba se calcula por la expresión

$$P_B = m \frac{H_B}{\eta_T} g \quad (3)$$

en donde  $m$  es el flujo másico a través de la bomba, expresado en kilogramos por segundo,  $H_B$  corresponde a la cabeza dinámica del equipo, en newton por metro por newton,  $\eta_T$  es la eficiencia total del sistema de bombeo, expresada como una fracción, y  $g$  la constante gravitacional, igual a [9.8 m/s<sup>2</sup>].

La eficiencia total se define como

$$\eta_T = \eta_B \times \eta_M \quad (4)$$

en donde  $\eta_B$  es la eficiencia de la bomba, y  $\eta_M$  es la eficiencia del motor.

El flujo másico, puede expresarse como,

$$m = Q\rho \quad (5)$$

en donde  $Q$  es el caudal, expresado en metros cúbicos por segundo, y  $\rho$  la densidad del fluido de trabajo, expresada en kilogramos por metro cúbico.

La cabeza dinámica de la bomba, de acuerdo con el modelo de simulación de redes hidráulicas desarrollado por Narváez [11], puede calcularse por una ecuación polinomial de segundo orden que corresponde al ajuste de los puntos de la curva característica de la bomba:

$$H_B = AQ^2 + BQ + H_o \quad (6)$$

en donde  $A$ ,  $B$  y  $H_o$  son las constantes de dicho ajuste.

Remplazando las ecuaciones (5) y (6) en (3), se obtiene la siguiente expresión para la potencia consumida por la bomba:

$$P_B = Q\rho \frac{AQ^2 + BQ + H_o}{\eta_T} g \quad (7)$$

El peso específico del fluido,  $g$  en kilogramos por metro y segundo cuadrado, se expresa como

$$\gamma = \rho g \quad (8)$$

el cual se remplace en la ecuación (7), y reordenando, se tiene que

$$P_B = \frac{\gamma}{\eta_T} (AQ^3 + BQ^2 + H_oQ) \quad (9)$$

Esta expresión puede remplazarse en (2) y multiplicarse por el costo de la energía eléctrica, para finalmente obtener la ecuación para el costo de bombeo, en pesos por año:

$$C_{AB} = \frac{\gamma}{\eta_T} (AQ^3 + BQ^2 + H_oQ) \tau C_e \times 10^{-3} \quad (10)$$

Para esta ecuación, la eficiencia total ( $\eta_T$ ) generalmente tiene valores entre 50% y 60%;  $\tau$  representa el tiempo normal de operación de la bomba en horas por año, que depende del uso dado al sistema hidráulico, y por tanto es un dato que determina el ingeniero de diseño.

## 2.2 Costos de la tubería instalada

El costo de tubería instalada por año depende directamente del diámetro, de la longitud y del número de los accesorios, más los costos de instalación y de mantenimiento que ésta necesite. Sin embargo, para hacerlo comparable con los costos de bombeo del sistema es necesario considerar los costos de tubería instalada por unidad de tiempo. Para ello, se utiliza el concepto de depreciación<sup>5</sup> desde el punto de vista económico, el cual puede entenderse como una forma de distribuir el costo inicial de un sistema físico sobre el tiempo de vida útil.

5 Desde el punto de vista de costos, la depreciación se considera como la reducción en el valor de un activo debido al deterioro físico, a los avances tecnológicos, a cambios económicos y a otros factores que en última instancia provocan el retiro de la propiedad.

El método más usado para calcular la depreciación es el lineal, en el cual se supone que el valor de la propiedad disminuye linealmente con el tiempo. De esta manera, se tienen cantidades iguales por cada año de servicio de la propiedad. Así el costo anual puede expresarse como:

$$C_{anual} = \frac{C - C_s}{n} \quad (11)$$

en donde  $C$  es el costo original de la propiedad al comienzo del período de servicio, completamente instalado y listo para el uso;  $C_s$  corresponde al valor de salvamento<sup>6</sup> de la propiedad al final del tiempo de servicio, y  $n$  es el tiempo de servicio en años.

Para calcular el costo inicial de la tubería instalada, se presentan dos situaciones: si se conoce el número y el tipo de los accesorios que contiene cada segmento del sistema hidráulico, el costo de cada tramo de tubería instalada puede calcularse con la siguiente expresión,

$$C_{TI_i} = (1 + F_i) (\sum C_{a_i} + C_{T_i} L_{T_i}) \quad (12)$$

en donde  $C_{T_i}$  corresponde al costo de cada tramo de tubería instalada de diámetro  $i$ ,  $C_a$  es el valor de cada accesorio en el tramo de tubería,  $C_T$  es el costo de compra por unidad de longitud de tubería,  $L_T$  es la longitud del tramo de tubería y  $F_i$  la relación del costo de instalación al costo de compra de la tubería nueva.

Generalmente, los valores de  $F_i$  oscilan entre el 20% y el 40% del costo de la tubería nueva, dependiendo del tipo de material de la misma, y los valores de  $C_a$  y  $C_T$  corresponden a los costos comerciales de la tubería y de los accesorios para el diámetro  $i$ .

Si no se dispone de la información exacta del número de accesorios por ser instalados en el tramo de tubería, se usa un estimativo para calcular el costo anual del segmento de tubería instalada, según la siguiente ecuación:

$$C_{TI} = (1 + F) C_T L_T \quad (13)$$

6 El valor de salvamento es la cantidad neta de dinero obtenido por la venta de la propiedad usada en el momento de terminación del tiempo de vida útil.

en donde,  $F$  corresponde a la relación del costo total de los accesorios y la instalación sobre el costo de la tubería nueva. El valor de  $F$  está entre 0.4 y 0.6 [12].

Haciendo uso de la ecuación (11) es posible calcular el costo anual de la tubería instalada, teniendo en cuenta el costo adicional por mantenimiento de la misma sobre el período evaluado. Para el caso en que se tiene información precisa de los accesorios por instalar, el costo anual está dado por

$$C_{ATI} = \frac{(1 + F_i + K_F) (\sum C_{a_i} + C_{T_i} L_{T_i})}{n} \quad (14)$$

en donde  $C_{ATI}$  es el costo anual de tubería instalada de diámetro en pesos por año,  $K_F$  corresponde a los cargos fijos anuales incluido el mantenimiento, expresado como una fracción del costo inicial del tubo completamente instalado, con un valor cercano a 0.20 [12], y  $n$  el número de años de servicio para una red de distribución hidráulica, que generalmente es igual a 15 años para plantas de proceso y de 50 para acueductos. Se supone en la ecuación (12) que el valor de salvamento para estos sistemas es cero.

Cuando no se conoce en detalle los accesorios en el sistema, la ecuación del costo anual de tubería instalada es

$$C_{ATI_i} = \frac{(1 + F + K_F) C_{T_i} L_{T_i}}{n} \quad (15)$$

### 2.3 Costo del equipo de bombeo

El costo de compra de los equipos utilizados en un sistema de distribución hidráulico es determinado principalmente por el costo de los equipos de bombeo, que es suministrado directamente por el proveedor de estos equipos. Este valor incluye el costo de instalación del equipo nuevo.

El costo anual del equipo de bombeo se encuentra aplicando la ecuación (11), suponiendo un valor de salvamento igual al 10% del valor original del equipo; es decir

$$C_{AEB} = \frac{0.9 C_{EB}}{n} \quad (16)$$

## 2.4 Función de costos para el sistema de distribución

La función de costos para el sistema de distribución hidráulica se determina mediante la consideración de los costos fijos más los costos de operación por unidad de tiempo:

$$C_A = \sum_j (C_{AB_j} + C_{AEB_j}) + \sum_i C_{ATI_i} \quad (17)$$

en donde  $C_A$  representa el costo anual del sistema hidráulico,  $C_{AB}$  es el costo anual de bombeo, para la bomba  $j$ ,  $C_{AEB}$  corresponde al costo anual del equipo de bombeo  $j$ , y  $C_{ATI}$  es el costo anual de tubería instalada para cada diámetro de tubería  $i$ .

## 3. FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

De acuerdo con lo expresado en las secciones precedentes, la función objetivo del problema de optimización depende de los costos de la red, que a su vez son función de los diámetros, longitud de las tuberías y de los equipos de bombeo utilizados, de tal forma que la expresión por minimizar se obtiene al reemplazar las ecuaciones (10), (14) o (15) y (16) en la ecuación (17). Para el caso en donde se conozcan detalladamente los accesorios empleados en el diseño, el costo anual del sistema está dado por

$$C_A = \sum_i \left( \frac{\gamma}{\eta_{Tj}} (A_i Q_i^3 + B Q_i^2 + H_{oj} Q_i) \tau_i C_e \times 10^{-3} + \frac{0.9 C_{EBj}}{n} \right) + \sum_i \frac{(1 + F_i + K_F) (\sum C_{A_i} + C_{T_i} L_{T_i})}{n} \quad (18)$$

en donde la primera sumatoria se calcula teniendo en cuenta todos los sistemas de bombeo en la red, y la segunda sumatoria se hace para todos los diámetros de tubería utilizados en el sistema.

Para la situación en la que no se dispone de la información detallada de los accesorios, el costo anual del sistema se calcula mediante

$$C_A = \sum_i \left( \frac{\gamma}{\eta_{Tj}} (A_i Q_i^3 + B Q_i^2 + H_{oj} Q_i) \tau_i C_e \times 10^{-3} + \frac{0.9 C_{EBj}}{n} \right) + \sum_i \frac{(1 + F_i + K_F) C_{T_i} L_{T_i}}{n} \quad (19)$$

En esta ecuación, las variables por optimizar son los diámetros de las tuberías en la red y el equipo de bombeo por utilizar. Esto se debe a que el costo de la tubería por metro lineal  $C_{Ti}$  es una función del diámetro y a que el sistema puede operar con diferentes sistemas de bombeo, cada uno con características específicas ( $A_j$ ,  $B_j$ ,  $H_{oj}$ ,  $Q_j$  y  $C_{EBj}$ ).

La anterior función debe minimizarse teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

1. Para cada nodo de la red debe cumplirse la ecuación de continuidad

$$\sum Q_{entra} - \sum Q_{sale} = Q_e \quad (20)$$

en donde  $Q_{entra}$  es el flujo que entra al nodo,  $Q_{sale}$  es el flujo total que sale del nodo, y  $Q_e$  es la demanda o suministro externo de fluido en el punto de conexión.

2. Para cada uno de los lazos en la red debe cumplirse la ecuación de conservación de energía, que puede enunciarse como:

$$\sum h_f - \sum H_B = 0 \quad (21)$$

en donde  $H_B$  es la energía de bombeo suministrada al fluido y  $h_f$  es la pérdida de presión en cada elemento.

3. La restricción de velocidades para cada tubería de la red se puede expresar como:

$$V_{LS} \leq V_i \leq V_{LE} \quad (22)$$

en donde  $V_i$  es la velocidad del fluido en la tubería  $i$ ,  $V_{LS}$  es la velocidad límite de sedimentación y  $V_{LE}$  es la velocidad límite de erosión.

La ecuación (22) indica que las tuberías deben ser diseñadas para que la velocidad de flujo sea inferior a una velocidad a partir de la cual se presentan problemas tales como la erosión, el ruido y el golpe de ariete, y superior a otra, tal que se minimice el flujo pulsante y pueda transportarse arena y otros sólidos.

La erosión se presenta cuando las gotas de líquido golpean la pared de la tubería con la fuerza suficiente para desprender los productos de la corrosión, de forma tal que la pared queda expuesta nuevamente, para que se reinicie el proceso. Existe una relación directa entre la velocidad de flujo y la tendencia del fluido a producir erosión, de forma tal que a mayor velocidad,

mayor tendencia a que ésta se produzca. Experimentos en flujo bifásico han demostrado que este fenómeno se presenta cuando la velocidad es mayor a la límite de erosión, que puede calcularse mediante la siguiente ecuación [2]:

$$V_{LE} = \frac{C}{\rho^{1/2}} \quad (23)$$

en donde  $C$  es una constante empírica, que de acuerdo con *The API Recommended Practice 14E*, debe ser 122 para servicio continuo y 152 para servicio intermitente. La densidad del fluido debe estar en kilogramo por metro cúbico y la velocidad se obtiene en metros por segundo.

Las líneas que transportan líquidos se diseñan, generalmente, de forma tal que la velocidad sea suficientemente alta para evitar que las partículas sólidas se depositen en el fondo de la tubería. Por ejemplo, si se está transportando arena, ésta se depositará allí hasta que el fluido alcance una velocidad llamada de equilibrio. A partir de ahí, la arena se retirará del fondo a la misma velocidad con la que se está depositando. Dada la complejidad del comportamiento y de las ecuaciones para el cálculo de la velocidad de equilibrio, en la mayoría de los casos prácticos se recomienda una velocidad mínima de 1 m/s.

- Los diámetros permitidos en cada tubería están restringidos de la siguiente forma:

$$D_i^{\max} \geq D_i \geq D_i^{\min}; \forall i \in DC \wedge \forall i \in R \quad (24)$$

en donde  $D_i$  es el diámetro de la tubería,  $D_i^{\max}$  representa el diámetro máximo permitido,  $D_i^{\min}$ , el diámetro mínimo permitido,  $DC$  es el conjunto de diámetros disponibles comercialmente y  $R$  es el conjunto de las tuberías de la red.

- Para cada nodo de la red en donde la presión sea desconocida, la presión calculada debe cumplir con la siguiente restricción:

$$P_k^{\min} \leq P_k \leq P_k^{\max} \forall k \in N \quad (25)$$

en donde  $P_k$  es la presión calculada en cada nodo,  $P_k^{\max}$  y  $P_k^{\min}$  son las presiones máxima y mínima permitidas en el nodo  $k$ , y  $N$  es el conjunto de nodos de la red.

- El caudal demandado o suministrado en cada uno de los nodos de presión conocida de la red debe cumplir con la restricción:

$$Q_k^{\max} \leq Q_k \leq Q_k^{\min}; \forall k \in N \quad (26)$$

en donde  $Q_k$  es la presión calculada en cada nodo, y  $Q_k^{\max}$  y  $Q_k^{\min}$  son los caudales máximo y mínimo permitidos en el nodo  $k$ .

## 4. CONCLUSIONES

Se desarrolló una ecuación para el cálculo del costo de un sistema de tuberías, que incluye el valor de la inversión, teniendo en cuenta las tuberías, los accesorios y equipos de bombeo, el costo de instalación, de operación y de mantenimiento, y se planteó la función objetivo del problema de optimización, que incluye las características propias del fenómeno y las restricciones operativas. La ecuación de costos y la función objetivo, en conjunto con el modelo de simulación de redes hidráulicas desarrollado por Narváez [11], son la base del mecanismo para la optimización del diseño de redes elaborado por Galeano [6]. La función objetivo planteada permite el análisis de los costos de operación de una manera dinámica, dada la inclusión del costo de la energía de bombeo como una función de la cabeza dinámica de la bomba, que a su vez es expresada como una función del caudal.

## 5. NOMENCLATURA

A	Constante del término cuadrático de la ecuación característica de la bomba
B	Constante del término lineal de la ecuación característica de la bomba
C	Coefficiente para el cálculo de la velocidad de erosión
$C_a$	Costo de cada accesorio
$C_{AB}$	Costo total de bombeo
$C_{AEB}$	Costo total del equipo de bombeo
$C_{\text{anual}}$	Costo de la tubería por unidad de tiempo
$C_{ATI}$	Costo anual de cada tramo de tubería instalada
$C_e$	Costo de la energía
$C_T$	Costo de compra por unidad de longitud de tubería
$C_{Ti}$	Costo de cada tramo de tubería instalada

$C_s$	Valor de salvamento	$R$	Conjunto de tuberías de la red
$D$	Diámetro interno de las tuberías	$V$	Velocidad
$DC$	Conjunto de diámetros disponibles comercialmente	$V_{LE}$	Velocidad límite de erosión
$E_B$	Energía consumida por la bomba por unidad de tiempo	$V_{LS}$	Velocidad límite de sedimentación
$F$	Relación del costo de instalación al costo de compra de la tubería	$g$	Constante gravitatoria
$H_b$	Cabeza dinámica de la bomba	$i$	Identificador de los tramos de tubería de la red
$H_o$	Término independiente en la ecuación característica de la bomba	$j$	Identificador de los equipos de bombeo
$K_F$	Cargos fijos anuales incluyendo mantenimiento	$k$	Identificador de los nodos de la red
$L_T$	Longitud	$\dot{m}$	Flujo másico
$N$	Conjunto de nodos de la red	$n$	Tiempo de servicio
$P_B$	Potencia consumida por la bomba	$\eta_B$	Eficiencia de la bomba
$Q$	Flujo volumétrico	$\eta_M$	Eficiencia del motor
		$\eta_T$	Eficiencia del total del conjunto bomba motor
		$\rho$	Densidad del fluido
		$\tau$	Tiempo de operación de la bomba

## BIBLIOGRAFÍA

- Alperovits, E. y Shamir, U. "Design of Optimal Water Distribution Networks". *Water Resources Research*, Vol. 13, No. 6, pp. 885-900. December, 1977.
- Arnold, K. y Stewart, M. *Surface Production Operations*, Gulf Publishing Company, Houston, Texas, USA, 1987.
- Dandy, G. C., Simpson, A. R. y Murphy, L. J. "An Improved Genetic Algorithm for Pipe Network Optimization". *Water Resources and Research*, Vol. 32, No. 2, pp. 449-458.
- Fujiwara, O., Jenchainmahakoon, B., y Edirisinghe, N. C. P. "A Modified Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks", *Water Resources Research*, Vol. 23, No. 6, 1987, pp. 977-982.
- Fujiwara, O. y Khang, D. B. "A Two-Phase Decomposition Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks", *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 4, April, 1990, pp. 539-549.
- Galeano, H. "Estudio e implementación de un prototipo de un sistema de optimización para el dimensionamiento de redes hidráulicas", Tesis de maestría, Departamento de Ingeniería de Sistemas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, 2000.
- Kessler, A y Shamir, U. "Analysis of the Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Water Supply Networks", *Water Resources Research*, Vol. 25, No 7, July, 1989, pp. 1469-1480.
- Lansley, K. E. y Mays, L. W. "Optimization Model for Water Distribution System Design", *Journal of Hydraulic Engineering*, SCE, Vol. 115 No. 10, October, 1989, pp. 1401-1418.
- Lansley, K. E. Duan, N., Mays, L. W. y Tung, Y. K. "Water Distribution System Under Uncertainties", *Journal of Water Resources Planning and Management*, SCE, Vol. 115, No. 5, September, 1989, pp. 630-644.
- Montesinos, M. P., García-Guzmán, A. y Ayuso, J. L. "Optimización de redes de distribución de agua utilizando un algoritmo genético", *Ingeniería del Agua*, Vol. 4, No. 1, marzo de 1996, pp 71-77.
- Narváez, P. C. "Prototipo de software para el dimensionamiento de redes hidráulicas de procesos y centralizadas de agua caliente", Tesis de maestría, Departamento de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, 1998.
- Peters, M. S. y Timmerhaus, K. D. *Plant Design and Economics for Chemical Engineers*, Third Edition, McGraw-Hill Book Company, 1981.
- Savic, D. A. y Walters, G. "Genetic Algorithms for Least-Cost Design of Waters Distribution Networks". *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 123, No. 2, March/April 1997, pp. 67-77.