

Desarrollo de herramientas para el análisis de sistemas de distribución

Estrella Parra,
Hernando Díaz,
Lucio Flórez
 Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

En este trabajo se describe una herramienta computacional muy eficiente para el análisis de sistemas de distribución. Como parte del proyecto fue desarrollado un método original para la modelación de estos sistemas. La técnica usual, basada en componentes simétricas, no es aplicable a estos sistemas, puesto que las redes de secuencia resultan acopladas. El modelo presentado no sufre de estos inconvenientes. Usando estos modelos y de otras propiedades de las matrices de red, se desarrolló un método original para la solución de flujos de carga radiales, balanceados o no. El método es muy simple y rápido y su convergencia es muy confiable.

Para el análisis de fallas fueron desarrollados dos algoritmos de cálculo: El primero se basa en componentes de fases. El segundo algoritmo, basado en los modelos desarrollados en la primera parte, representa una solución original y muy eficiente al problema del cálculo de cortocircuito.

1. INTRODUCCION

Durante las últimas décadas el análisis de sistemas de potencia se concentró casi exclusivamente en los sistemas de transmisión, desarrollando herramientas de análisis muy sofisticadas. El sistema de distribución, por otra parte, recibió muy poca atención. Esto condujo a la existencia de sistemas deficientes con pérdidas excesivas.

A partir de 1979, se empieza a tomar conciencia en el país de la importancia de la distribución, y de la necesidad de herramientas apropiadas para su análisis y planeamiento. En este artículo se describe un paquete interactivo y eficiente para el análisis de sistemas de distribución que incluye flujo de carga balanceado y desbalanceado, cortocircuito y cálculo de impedancias. Los algoritmos de flujo de carga y cortocircuito son novedosos y fueron desarrollados especialmente para este proyecto. Ambos representan mejoras considerables con respecto a los métodos convencionales en términos de memoria y velocidad.

En primer lugar se presenta un método original para la descripción de sistemas radiales desbalanceados, incluyendo ramales monofásicos, para los cuales las componentes simétricas son inadecuadas, puesto que resultan en acoplamientos entre las redes de secuencia. El modelo desarrollado resuelve este problema en forma simple y sin pérdida de precisión. Además, se obtiene una descripción que es conceptualmente más clara.

También se estudian propiedades de las matrices de red para circuitos radiales. Estas propiedades se aprovechan para la solución del flujo de carga por un nuevo método, que permite analizar sistemas balanceados o desbalanceados.

Para el análisis de fallas fueron desarrollados dos algoritmos: el primero se basa en componentes de fases (debido a las limitaciones de las componentes simétricas). El segundo algoritmo se basa en la propiedad de los sistemas de ser aproximadamente balanceados, excepto en puntos donde surgen ramales monofásicos o bifilares.

El paquete ha sido implantado en un computador personal, cuyo bajo costo, sumado a la velocidad de los algoritmos permite simular cualquier condición de operación. De esta manera, por ejemplo, un estudio de pérdidas se puede efectuar tan exactamente como sea necesario y a bajo costo. Esto lo hace especialmente útil en programas de planteamiento, donde se debe considerar gran cantidad de alternativas y evaluar el costo de las pérdidas de cada una.

2. SISTEMAS RADIALES

En esta sección se describen las principales características de los sistemas radiales, desde el punto de vista de flujo de carga. La rama asociada a un nodo es la línea (o transformador) conectada a él, que está más próxima al nodo flotante.

2.1 Matrices de Red Propiedades

Para la descripción del sistema se usarán ecuaciones de nodos. Estas se pueden resumir en la siguiente forma:

$$I = YV \tag{1}$$

Donde V es un vector de voltajes nodales medidos con respecto a un nodo de referencia predeterminado, I es un vector de corrientes netas inyectadas en los nodos y Y es la matriz de admitancia del sistema. La matriz Y puede ser invertida para dar:

$$V = ZI \tag{2}$$

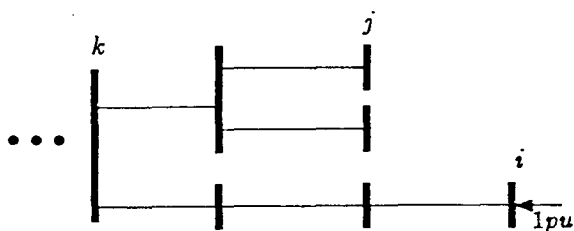


Fig 1. Sistema radial.

Donde $Z=Y^{-1}$ es la matriz de impedancia.

Las matrices de red son simétricas. Además la matriz de impedancia para un sistema radial tiene una propiedad muy útil: toda la información acerca de la matriz está contenida en los términos de la diagonal. Esto se puede ver fácilmente, si se considera la definición de los términos Z_{ij} , como el voltaje en el nodo i , cuando la corriente

inyectada en el nodo j es uno en p.u., siendo las demás corrientes iguales a cero. Considérese la figura 1, en donde se inyecta una corriente igual a uno en el nodo i , el voltaje en el nodo j , V_j , es igual al voltaje V_k , donde el nodo k es el más cercano, del cual tanto i , como j , son nodos posteriores. El valor de V_k , además, es igual al que aparecería, si se inyectara una corriente igual a uno en el nodo k , es decir,

$$V_k = V_j = Z_{kk}$$

Por lo tanto,

$$Z_{ij} = Z_{kk}$$

Así pues, para calcular la matriz de impedancia de una red radial, basta con determinar su diagonal. Cualquier elemento de la matriz es igual a algún término de la diagonal. Desde el punto de vista de la memoria requerida, esta propiedad tiene una gran importancia.

Generalmente la matriz de impedancia no se calcula explícitamente, por lo cual la ecuación (2) no se usa directamente, sino que se prefiere resolver la ecuación (1) mediante factorización triangular. En este método la matriz Y se representa como el producto de tres matrices en la forma:

$$Y = LDL^T \tag{3}$$

Donde L es una matriz triangular inferior con unos en la diagonal y D es una matriz diagonal.

La principal ventaja del método de factorización triangular es que conserva la dispersidad de las matrices, siempre y cuando los nodos se ordenen en forma conveniente. Una vez que la matriz ha sido factorizada la solución de las ecuaciones es muy sencilla. El método se describe en la referencia [3].

3. FACTORIZACION Y ORDENAMIENTO

El método de factorización es especialmente apropiado en el caso de sistemas radiales, tal como vamos a mostrar en seguida. Las propiedades se pueden resumir en las dos proposiciones siguientes:

Proposición 1. El orden óptimo de los nodos se determina de la siguiente manera: En cada paso de la eliminación se escoge un nodo que esté conectado sólo a un nodo no eliminado. En este caso, la matriz factorizada L no tiene elementos "de relleno" y su estructura es idéntica a la de la matriz original.

Proposición 2. Cuando los nodos son ordenados óptimamente, la matriz L de la ecuación (3) contiene sólo un término igual a -1, fuera de la diagonal en cada columna. Además el término d_{ii} de la matriz D es igual a la admitancia de la línea asociada con el nodo i . Es decir:

$$D_{ii} = y_i \tag{4}$$

Y la columna i de la matriz L es:

$$L_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{para } j = i; \\ -1, & \text{para } j = k; \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (5)$$

Donde k es el nodo inmediatamente anterior al nodo i .

A pesar de su extrema sencillez, la estructura de la matriz factorizada parece haber pasado inadvertida. Esta simplicidad permite solucionar la ecuación (1) muy rápidamente, como se muestra a continuación.

4. MODELACION DEL SISTEMA

Con el objetivo de solucionar los problemas enunciados en la introducción, sobre la modelación de sistemas trifásicos desbalanceados, se desarrolló una transformación que tiene en cuenta las mismas consideraciones que se hacen al usar componentes simétricas, es decir, supone que los sistemas trifásicos tienen una estructura física más o menos balanceada, por lo tanto, se pueden considerar aproximadamente iguales las impedancias propias de cada fase, así como también las respectivas impedancias mutuas entre fases; de acuerdo con esto un elemento del sistema o el sistema mismo, se puede representar mediante el siguiente esquema:

$$\begin{pmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} E'_a \\ E'_b \\ E'_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z & M & M \\ M & Z & M \\ M & M & Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} \quad (1)$$

Donde los valores de Z y M representan las impedancias propias y mutuas de cada elemento o las impedancias de Thevenin del sistema en el punto particular de estudio.

Si se define $Z_1 = Z - m$, lo cual coincide con la definición de la impedancia de secuencia positiva, la ecuación anterior se puede escribir así:

$$\begin{pmatrix} \Delta E_a \\ \Delta E_b \\ \Delta E_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1 + M & M & M \\ M & Z_1 + M & M \\ M & M & Z_1 + M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix}$$

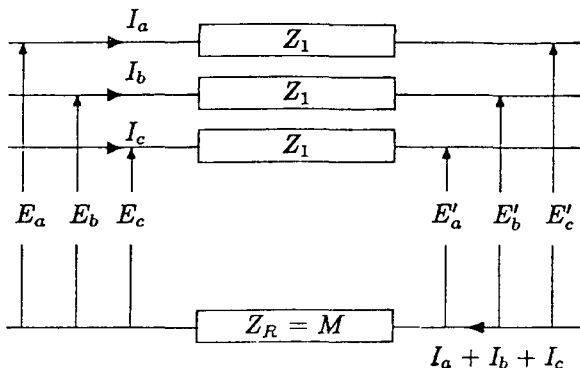


Fig. 2
Modelo de un elemento

La ecuación 1 se puede asociar con un circuito equivalente como el mostrado en la figura 22. Como se observa, éste tiene las siguientes propiedades:

1. Los elementos no presentan acoples mutuos entre sí
2. Existen cuatro impedancias, tres de las cuales son iguales.
3. En caso de no existir una o dos de las fases, el modelo continúa siendo válido si la corriente por la fase o fases ausentes se hace igual a cero.
4. Las tensiones y corrientes se expresan directamente en valores de fase (a,b,c).

Como se aprecia, M representa la impedancia de un conductor equivalente de retorno (Z_R); su valor está relacionado con las impedancias de secuencia positiva y cero, puesto que,

$$Z_0 = Z + 2M = Z_1 + 3M$$

por lo tanto,

$$M = Z_R = (Z_0 - Z_1)/3$$

4.1 Líneas de transmisión

En las líneas, después de eliminar conductores de tierra, neutro y de guarda se obtiene un modelo representado por el siguiente sistema de ecuaciones dependiendo del número de fases que contenga la línea.

□ Sistema con tres fases:

$$\begin{pmatrix} \Delta E_a \\ \Delta E_b \\ \Delta E_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z & M & M \\ M & Z & M \\ M & M & Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix}$$

□ Sistemas con dos fases (por ejemplo b,c):

$$\begin{pmatrix} \Delta E_b \\ \Delta E_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z & M \\ M & Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_b \\ I_c \end{pmatrix}$$

□ Sistema con una fase (por ejemplo b):

$$\Delta E_b = Z I_b$$

Cualquiera de las relaciones anteriores se puede describir mediante la ecuación 1, si se tiene en cuenta la restricción de que las corrientes son cero en las fases que

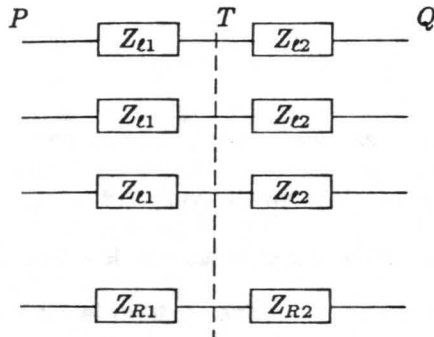


Figura. 3
Modelo del transformador

no existen y los valores de las impedancias están dados por:

- Línea trifásica o compuesta por dos fases.

$$Z_1 = Z - M \quad Z_R = M$$

- Línea compuesta por una fase.

$$Z_1 = Z \quad Z_R = 0$$

4.2 Generador

Los generadores se representan por un equivalente Thévenin en el cual se considera que las impedancias de secuencia positiva y negativa son iguales (frecuentemente se utiliza el valor de las impedancias subtransitoria). Por lo tanto, el modelo que lo representa está dado por la ecuación 1, donde las impedancias corresponden a:

\$Z_1\$: Impedancia de secuencia positiva

$$Z_R = (Z_0 - Z_1)/3$$

Los valores de voltajes \$E_a, E_b, E_c\$, corresponden a fuente de tensión con magnitudes iguales y desfasadas entre sí 120 grados.

4.3 Modelo del transformador

Para representar los transformadores se utiliza el circuito mostrado en la figura 2. El proceso seguido para la obtención de este modelo se basa en ensayos de circuito abierto y corto. El modelo considera los circuitos primario y secundario asociados con sus impedancias de dispersión (\$Z_{t1}\$ y \$Z_{t2}\$), pero no requiere la determinación de los dos valores independientemente porque sólo se usa su suma y ésta es igual a la impedancia de cortocircuito.

La tabla 1 muestra los valores de las impedancias \$Z_{R1}\$ y \$Z_{R2}\$, según el tipo de conexión del transformador.

El modelo de un transformador tridevanado se obtiene de manera similar al anterior.

	\$Y_a Y_a\$	\$Y_a \Delta\$	\$Y \Delta\$	\$Y_a Y\$
\$Z_{R1}\$	\$Z_{g1}\$	\$Z_{g1}\$	\$\infty\$	\$Z_{g1}\$
\$Z_{R2}\$	\$Z_{g2}\$	\$\infty\$	\$\infty\$	\$\infty\$

Tabla 1
\$Z_{gi}\$: impedancia de puesta a tierra del lado i para \$i = 1,2\$

4.4 Modelo del sistema

Cada una de las componentes del sistema se puede modelar por medio del circuito de la figura 2; por lo tanto, cuando se considera la interconexión de varias de ellas para formar un sistema, éste consta de cuatro redes desacopladas, tres de las cuales son idénticas. Cada red se puede representar por medio de un circuito similar al de la figura 1 y describirse por medio de su matriz de impedancia (\$Z\$). En la práctica sólo es necesario construir dos matrices (\$Z_1\$ y \$Z_R\$), puesto que tres de ellas son idénticas.

Los cuatro sistemas anteriores tienen como referencia para la formación de la matriz de impedancia los puntos neutros de los generadores.

La representación del modelo del sistema es el mismo que el de la ecuación 1, si los valores de impedancia se cambian por matrices de impedancia y los voltajes y corrientes por vectores que contienen los voltajes y corrientes del sistema. Las matrices de impedancia utilizadas son:

\$Z_1\$: Matriz de impedancia de secuencia positiva.

\$Z_R\$: Matriz de impedancia de la red de retorno
(= \$(Z_0 - Z_1)/3\$).

\$Z_0\$: Matriz de impedancia de secuencia cero.

5 . FLUJO DE CARGA RADIAL

El algoritmo desarrollado se basa en el método de Gauss, con la matriz \$Z\$. En cada iteración del método se parte de unos valores de voltaje nodal \$V_i\$. A partir de estos valores se calculan corrientes nodales equivalentes a las potencias

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - y_i^0 V_i \tag{7}$$

En donde \$Y_i^0\$ es la admitancia total entre el nodo i y tierra.

A continuación se determinan voltajes nodales correspondientes a estas corrientes inyectadas. Para el nodo i, la ecuación correspondiente es:

$$V_i' = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \dots + Z_{in} I_n \tag{8}$$

Con los voltajes así obtenidos se reinicia el proceso, hasta cuando la variación del voltaje de una iteración a otra sea pequeña.

La matriz Z usada en este caso usa como referencia el nodo flotante. Las conexiones a tierra, si existen, se pueden representar por corrientes equivalentes, como en la ecuación (7). Los voltajes V_i' son medidos con respecto al nodo flotante; para obtener valores medidos con respecto a tierra, se debe sumar el voltaje del nodo flotante:

$$V_i = V_i' + V^F \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

Este método converge confiable y rápidamente [2,7]; su principal inconveniente se deriva de la ecuación

(8). Puesto que la matriz Z es llena, el número de operaciones en cada iteración crece cuadráticamente con n.

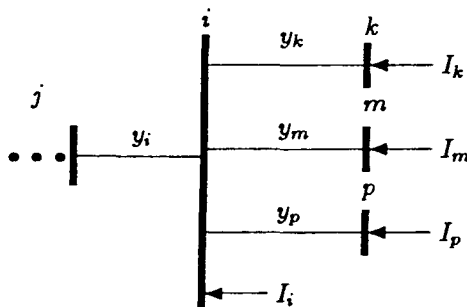


Fig 4. Nodos terminales

5.1 Modificación del Algoritmo

La primera modificación del algoritmo consiste en reemplazar la ecuación (8) por

$$I = YV' \quad (10)$$

Y resolver esta ecuación por sustitución, usando los factores ya determinados.

Este cambio, aunque insignificante desde el punto de vista teórico, tiene un profundo efecto sobre el método. Como la matriz Y es dispersa, el ahorro computacional es muy significativo. En cada iteración del método se requiere la solución de un sistema de ecuaciones con una matriz constante. En la sección 3 se mostró que la matriz Y factorizada tiene una estructura muy sencilla. Esto facilita la solución de la ecuación (10). El primer paso en la solución de las ecuaciones requiere resolver:

$$Lx = I \quad (11)$$

Cada fila de L tiene tantos términos (iguales a -1) fuera de la diagonal, cuantos nodos posteriores estén conectados directamente al nodo en cuestión. Para un nodo terminal i (O nodos posteriores), la ecuación correspondiente es:

$$x_i = I_i \quad (12)$$

(la corriente total asociada al nodo).

Para un nodo i, conectado a nodos terminales k, m, p, como se muestra en la figura 4,

$$x_i = I_i + x_k + x_m + x_p \quad (13)$$

y, puesto que $x_i = I_i$ para un nodo terminal,

$$x_i = I_i + I_k + I_m + I_p$$

También la corriente total en la línea asociada al nodo.

Usando el mismo razonamiento, se ve que el proceso de sustitución hacia adelante simplemente produce las corrientes totales en las líneas asociadas con los nodos.

En el proceso diagonal se divide el valor de x_i por D_{ii} . Según la ecuación (4), este último valor es igual a la admitancia de la línea asociada con el nodo i, y_i . Entonces,

$$x'_i = x_i / D_{ii} = x_i / y_i = x_i z_i \quad (14)$$

Donde $z_i = 1/y_i$ es la impedancia de la línea.

El valor de x'_i así obtenido es igual a la diferencia de tensión entre nodos i y j (figura 4).

El proceso de sustitución hacia atrás requiere la solución de la ecuación

$$L^T V' = X' \quad (15)$$

Usando un razonamiento análogo al de la sustitución hacia adelante, se ve que la solución V_i se encuentra sumando los valores de x'_k para todos los nodos conectados entre el nodo flotante y el nodo i. Usando la interpretación física de x'_k , se obtiene V'_i cuando la suma de las diferencias de voltaje entre el nodo i y el flotante (como era de esperarse).

Así pues, la solución de la ecuación (10) puede interpretarse físicamente en la siguiente forma;

- a. Calcular la corriente total en cada línea.
- b. Multiplicar la corriente por la impedancia de la línea, para hallar la caída del voltaje en la línea.
- c. Sumar voltajes en las líneas para hallar voltajes nodales.

Nótese que en este esquema no es necesario almacenar la matriz Y. Ni siquiera se requiere calcular las

admitancias de las líneas (esto es importante en el caso trifásico desbalanceado donde la admitancia de una línea es una matriz 3x3).

Como el ordenamiento óptimo siempre ordena los nodos más lejanos al flotante antes que los más cercanos, el proceso hacia adelante, efectivamente va recorriendo la red desde los nodos terminales hacia el flotante. El proceso hacia atrás, efectúa el recorrido de la red en el orden inverso (desde el flotante hacia los terminales). En esta forma, cada solución de la ecuación (10), representa un *Doble Barrido* de la red.

5.2 El Algoritmo Propuesto

Usando las propiedades del proceso de solución de las ecuaciones de red descrito anteriormente y combinándolas con el método iterativo de Gauss se propone el siguiente algoritmo de solución del flujo de carga:

1. Escoger valores iniciales de voltaje en cada nodo V_i . Generalmente estos valores se escogen iguales al voltaje del nodo de referencia.
2. Hacer $\Delta V^{\max} = 1$.
3. Mientras que $\Delta V^{\max} > \epsilon$ repetir:
 - a. Calcular corrientes equivalentes en los nodos, usando la ecuación (7).
 - b. Calcular la corriente en la línea asociada con cada nodo.
 - c. Multiplicar la corriente en cada línea por la impedancia serie de la misma.
 - d. Empezando desde el nodo flotante, sumar los voltajes en las diferentes líneas, para determinar voltajes nodales V_i .
 - e. Calcular ΔV^{\max} como el máximo cambio del voltaje nodal respecto a la iteración anterior.
4. Calcular flujos y pérdidas.

Los pasos 3.a a 3.d., equivalen a la solución de la ecuación (10), o a la multiplicación del vector de corrientes por la matriz de impedancia, según se ha visto. No es necesario efectuar búsqueda de nodos, porque el ordenamiento óptimo proporciona la estructura de las matrices factorizadas.

A diferencia de otros métodos, las pérdidas en las líneas no tienen que ser calculadas durante las iteraciones. Sólo como resultado final se evalúan. Esto es importante, especialmente en el caso trifásico desbalanceado.

6. SISTEMAS DESBALANCEADOS

El algoritmo desarrollado en la sección anterior tiene la ventaja de que puede ser aplicado a sistemas trifásicos desbalanceados sin cambios conceptuales y con sólo modificaciones menores.

El modelo usado para describir una red desbalanceada se expresa en coordenadas de fase (a, b, c). En este caso cada voltaje o corriente es un vector (3x1). Las impedancias o admitancias de los elementos son matrices (3x3). El modelo de las líneas de transmisión para los sistemas de distribución es una impedancia (matriz 3x3) serie teniendo en cuenta que cuando una de las fases no existe, su corriente asociada es cero. Un modelo similar que puede ser utilizado para los transformadores.

La matriz de admitancia se puede construir en la misma forma que para un sistema balanceado, reemplazando una vez más los elementos de la matriz por matrices 3x3 (7).

Las ecuaciones de nodos para el caso desbalanceado son:

$$Y_{abc} V_{abc} = I_{abc} \tag{16}$$

La solución de este sistema de ecuaciones se efectúa por factorización triangular. La matriz factorizada tiene las mismas propiedades del caso balanceado, se reemplaza cada elemento por una matriz 3x3 y los elementos iguales a 1 o -1 por matrices identidad.

El algoritmo de solución es enteramente similar al caso balanceado expuesto anteriormente. Las corrientes en los nodos se deben calcular para cada fase por separado y efectuar todos los cálculos para cada fase en cada nodo. Las caídas de tensión en las líneas se obtienen mediante un producto matricial.

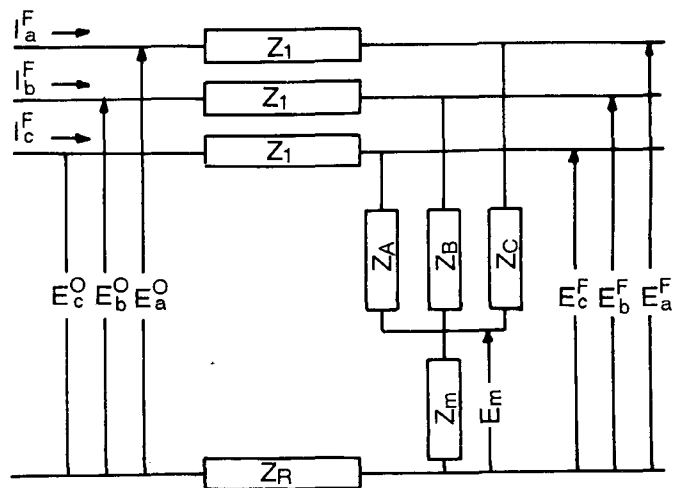


Figura 5. Representación de una falla Shunt.

Este algoritmo se programó a partir del caso balanceado, requiriendo solo el cambio de voltajes y corrientes por matrices 3x1 y las impedancias por matrices 3x3.

El algoritmo correspondiente al caso trifásico desbalanceado se puede describir de la siguiente manera:

1. Escoger valores iniciales de voltaje en cada nodo y cada fase V_{iabc} generalmente estos valores se escogen iguales al voltaje del nodo en referencia.
2. Hacer $\Delta V^{\max} = 1$.
3. Mientras que $\Delta V^{\max} > \epsilon$ repetir:
 - a. Calcular corrientes equivalentes en cada fase de los nodos, usando la ecuación (7).
 - b. Calcular las corrientes de fase en la línea asociada con cada nodo. repetir repetir
 - c. Multiplicar el vector de corrientes I_i^{abc} en cada línea por la matriz de impedancia Z^{abc} de la línea.
 - d. Empezando desde el nodo flotante, sumar los voltajes en cada fase de las diferentes líneas, para determinar voltajes nodales V_{iabc} .
 - e. Calcular ΔV^{\max} como el máximo cambio del voltaje en cualquier fase respecto a la interacción anterior.
4. Calcular flujos y pérdidas.

7. CORTO CIRCUITO

Para el análisis de las fallas en los sistemas de distribución se pueden utilizar dos metodologías diferentes, una usando la utilización de componentes de fase a, b, c y la otra, empleando la transformación a componentes LF. En los numerales siguientes se describe cada una de las alternativas detallando en cada caso la fundamentación teórica y la metodología de cálculo correspondiente. Aunque se ilustra únicamente el cálculo de las fallas "shunt", ambos métodos son aplicables al análisis de fallas "serie".

7.1 Componentes de fase

El sistema se modela utilizando la matriz de impedancia (en componentes abc) Z_{abc} de orden $3n \times 3n$, compuesta por submatrices de orden 3 y la falla se modela usando la matriz de admitancia de falla Y_{abc}^F , que representa cualquiera de las fallas shunt. En la referencia (5) se muestra la representación particular para cada falla y los valores correspondientes a los términos de la matriz Y_{abc}^F .

Para la falla shunt en el nodo i del sistema, la corriente de falla se puede calcular utilizando:

$$I_i^{abcF} = Y_{abc}^F (I + Z_{ii}^{abc} Y_{abc}^F)^{-1} E_i^{abcF}$$

donde:

I_i^{abcF} = vector de corrientes de falla en el nodo i (3x1).

Y_{abc}^F = Matriz de admitancia de falla (3x3).

I: Matriz identidad (3x3).

E_i^{abcF} = Voltaje del nodo i, antes de la falla

Z_{ii}^{abc} : Submatriz 3x3 de la matriz de impedancia que represente el equivalente Thévenin del sistema visto desde el nodo i.

Usando la expresión anterior, es posible calcular el voltaje en un nodo cualquiera (k), después de la falla como:

$$E_k^{abcF} = E_k^{abc0} - Z_{ki}^{abc} I_i^{abcF} \quad k = 1, \dots, n$$

donde:

E_k^{abcF} = voltaje del nodo k en componentes abc después de la falla.

Z_{ki}^{abc} : submatriz que corresponde al término k_i de la matriz de impedancia del sistema.

Finalmente, la corriente en la línea (transformador) conectada entre los nodos j y k (I_{jk}^{abcF}), durante la falla, es:

$$I_{jk}^{abcF} = y^{abc} (E_j^{abcF} - E_k^{abcF})$$

Donde Y_{jk}^{abc} es la matriz de admitancia elemental de la línea.

7.2 Componentes LF

En esta sección se muestra la metodología de cálculo de corto circuito utilizando el modelo desarrollado en el numeral 4. La representación general de una falla Shunt en un nodo cualquiera en componentes LF, se muestra en la figura 5, en esta figura, el superíndice 0 denota los valores previos a la falla y F indica los correspondientes valores durante la falla. Las impedancias Z_A, Z_B, Z_C y Z_m , representan una forma general de la falla. Diferentes

Tabla 1

Tipo de Falla	Z_x	Z_y	Z_z	Z_w
Trifásica	Z_f	Z_f	Z_f	Z_g
Línea-tierra (fase a)	Z_f	∞	∞	0
Línea-línea (b, c)	0	Z_f	0	∞
Doble línea-tierra	0	Z_f	Z_f	Z_g

tipos de fallas se puede simular mediante la escogencia apropiada de los valores de impedancia. La tabla 1 muestra los valores que se dan a estas impedancias para representar los tipos comunes de fallas. Las impedancias Z_1 y Z_R son los equivalentes al sistema, obtenidas de la matriz de impedancia, de acuerdo con la metodología desarrollada anteriormente.

Aunque en la tabla 1 sólo se muestran los casos típicos, con este método se puede simular cualquier tipo de falla, por ejemplo, fallas monofásicas en las fases b o c o fallas línea línea o doble línea a tierra en las fases a y b o a y c.

Las corrientes de falla se calculan a partir de circuito de la figura 5 así:

donde:

$$I_a^F = y_a(E_a - E_m)$$

$$y_a = \frac{1}{Z_1 + Z_A}$$

$$E_m = \frac{y_a E_a^0 + y_b E_b^0 + y_c E_c^0}{y_a + y_b + y_c + y_d}$$

$$y_d = \frac{1}{Z_R + Z_m}$$

Con expresiones similares para las fases b y c. Los voltajes del nodo donde se produce la falla se obtienen a partir de las expresiones anteriores:

$$E_i^{abc^F} = E_i^{abc^0} - Z_F I_i^{abc^F}$$

Con:

$$Z_F = \begin{pmatrix} Z_1 + Z_R & Z_R & Z_R \\ Z_R & Z_1 + Z_R & Z_R \\ Z_R & Z_R & Z_1 + Z_R \end{pmatrix}$$

Cuando se produce una falla en el nodo i, es posible calcular los voltajes nodales de las fases a, b, en un nodo cualquiera k, mediante la matriz de impedancia de las redes equivalentes. La expresión correspondiente es:

$$\text{Donde: } E_k^{a^F} = E_k^0 - Z_{ki}^{(1)} I_i^{a^F} + Z_{ki}^{(R)} I_i^{R^F}$$

$$I_i^{R^F} = I_i^{a^F} + I_i^{b^F} + I_i^{c^F}$$

$Z_{ki}^{(1)}, Z_{ki}^{(R)}$ = Término ki de la matriz de impedancia de la red 1 y R, respectivamente. Para las fases b y c se obtienen expresiones similares. Puesto que se obtienen las corrientes y voltajes en componentes de fase no se requiere ningún tipo de transformación luego de efectuar los cálculos.

Para calcular las corrientes que fluyen por los diferentes elementos del sistema, después de la falla se utiliza el

modelo que se muestra en la figura 2 y que representa cualquier elemento del sistema en componentes LF.

$$I_{jk}^{abc^F} = \frac{1}{Z_1} (E_j^{abc^F} - E_k^{abc^F})$$

donde:

$I_{jk}^{abc^F}$ = Vector de corriente por el elemento que conecta los nodos jk del sistema en componentes abc .

Z_1 = impedancia de secuencia positiva del elemento.

$E_i^{abc^F}, E_j^{abc^F}$: Voltaje de los nodos i y j después de la falla.

8. APLICACION DE LOS METODOS

Los algoritmos descritos han sido programados en un computador personal con excelentes resultados. El proceso de ordenamiento óptimo requiere únicamente un contador de conexiones para cada nodo. En cada paso de la eliminación se elige un nodo con sólo una conexión y se resta 1 al contador de conexiones del nodo anterior. Puesto que por lo general los nodos se introducen al programa en forma de cadenas entrando primero los nodos más cercanos al flotante, la experiencia ha mostrado que es más eficiente recorrer la lista de nodos de atrás para adelante.

La convergencia del flujo de carga es excelente y requirió un entre dos y cuatro iteraciones en todos los casos balanceados o no.

El cálculo de corto circuito se simplifica en gran medida, mediante el uso del modelo descrito en la parte 1 y su programación más simple y rápida.

El paquete trabaja en un ambiente integrado, incluyendo una base de datos diseñada, con modelos de los componentes estándar y un editor en la base de datos para efectuar modificaciones en forma flexible. La operación es amigable, enteramente controladas por menús con el fin de obtener una herramienta completa para el análisis de sistemas de distribución, se incluyó un programa de cálculo de impedancias de líneas aéreas. El algoritmo usado en esta parte es estándar (1).

9. CONCLUSIONES

Los algoritmos descritos han sido programados en un computador personal con excelentes resultados para formar un paquete que trabaja en un ambiente integrado, incluyendo una base de datos especialmente diseñada, con modelos de los componentes estándar y un editor de la base de datos para efectuar modificaciones en forma flexible. La operación es amigable y enteramente controlada por menús.

Se desarrolló un modelo para la representación de sistemas trifásicos desbalanceados, el cual resuelve el problema de los acoples mutuos que se presentan entre las fases, así como también la presencia de circuitos compuestos de una o dos fases. Esto se lleva a cabo en forma simple y sin pérdida de precisión. Además, se obtiene una descripción que es conceptualmente más clara.

Se obtuvieron propiedades de las matrices de red de un sistema radial, que pueden ser muy útiles para los estudios de pérdidas. Las propiedades de Z han sido usadas con éxito en los programas de corto circuito.

Se encontró un método de ordenamiento óptimo para la factorización de la matriz de admitancia, el cual no crea términos adicionales a los existentes. El análisis de la factorización gaussiana de Y para el caso de las redes radiales, proporciona una interpretación física sencilla del proceso de multiplicación de un vector para la matriz de impedancia de la red.

Se desarrollaron algoritmos de flujo de carga y corto circuito novedosos y que representan mejoras considerables con respecto a los métodos convencionales en términos de memoria y velocidad. La convergencia del flujo de carga es excelente y requirió un entre 2 y 4 iteraciones en todos los casos, balanceados o no. El cálculo de corto circuito se simplifica en gran medida mediante el uso del modelo propuesto en la parte 1 y su programación es simple y rápida.

10. REFERENCIAS

[1] Anderson P., Analysis of faulted power systems, Iowa State University Press, Ames, 1976.

[2] Brow, H.E., G.K. Carter, H.H. Happ, C.E. person, "Power Flow Solution by Impedance Matrix Method," trans. AIEE, Vol 82, Part 3, pp 1-10, 1963.

[3] Diaz H., "Flujos de la carga en Sistemas Radiales", Memorias Sextas Jornadas de Transmisión y Distribución, ACIEM, Bogotá, 1989.

[4] Flórez L. "Nueva aproximación al problema de corto circuito", Boletín, AIEUN, N° 23, Bogotá, 1989.

[5] Stagg G. W., A.H.El-Abiad, computer methods in power analysis, de la Mc Graw-Hill, 1968.

A. Demostración de las proposiciones

Considérese un segmento de una red radial como se muestra en la figura 4. Todos los nodos posteriores a j son terminales. La submatriz de la matriz de admitancia correspondiente a los nodos j y posteriores esta dada por:

$$\begin{matrix} & k & m & \dots & p & & j \\ \begin{matrix} k \\ m \\ \dots \\ p \\ j \end{matrix} & \begin{pmatrix} y_l & 0 & \dots & 0 & & -y_k \\ 0 & y_m & \dots & 0 & & -y_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & y_p & & -y_p \\ -y_l & -y_m & \dots & -y_p & y_j + y_k + y_m + \dots + y_p \end{pmatrix} \end{matrix}$$

En primer lugar se elige al nodo l para ser eliminado. El proceso de factorización requiere que se divida la fila correspondiente (k) por Y_{kk}. La matriz anterior queda así:

$$\begin{matrix} & k & m & \dots & p & & j \\ \begin{matrix} k \\ m \\ \dots \\ p \\ j \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & & -1 \\ 0 & y_m & \dots & 0 & & -y_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & y_p & & -y_p \\ -y_l & -y_m & \dots & -y_p & y_j + y_k + y_m + \dots + y_p \end{pmatrix} \end{matrix}$$

El valor (Y_{kk}), por el cual se divide la fila será el elemento D_{kk}.

A continuación, se elimina el término Y_{jk}. Para ello es necesario sumar la fila k multiplicada por Y_{jk}, a la fila j. El resultado es:

$$\begin{matrix} & k & m & \dots & p & & j \\ \begin{matrix} k \\ m \\ \dots \\ p \\ j \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & & -1 \\ 0 & y_m & \dots & 0 & & -y_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & y_p & & -y_p \\ 0 & -y_m & \dots & -y_p & y_j + y_m + \dots + y_p \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Como resultado de la eliminación del nodo k no se ha creado ningún elemento en la matriz, la fila k, además, contiene sólo un término fuera de la diagonal el cual es igual a -1. El valor de la admitancia de la línea asociada con el nodo k se ha restado de Y_{jj}. Para cualquier efecto, esto es equivalente a la desaparición del nodo k de la red.

El proceso anterior puede aplicarse a cualquier nodo terminal. Así pues, tras la eliminación de un nodo terminal, se puede considerar la submatriz asociada con los otros nodos:

$$\begin{matrix} & m & \dots & p & & j \\ \begin{matrix} m \\ \dots \\ p \\ j \end{matrix} & \begin{pmatrix} y_m & \dots & 0 & & -y_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & y_p & & -y_p \\ -y_m & \dots & -y_p & y_j + y_m + \dots + y_p \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Donde ha desaparecido todo el rastro del nodo k y su línea asociada.

El proceso de eliminación puede aplicarse sucesivamente a todos los nodos terminales cada uno que se elimina tiene el efecto de restar a y_{jj} el valor de la admitancia correspondiente. Cuando todos los nodos terminales han sido eliminados, el nodo j aparece en la matriz Y exacta-

mente como un nodo terminal. De esta manera, puede eliminarse sin introducir términos de relleno. Además, su eliminación produce el mismo resultado que se obtuvo al eliminar un nodo terminal.

El argumento puede ser utilizado recursivamente para cualquier red. A final la matriz factorizada contiene el mismo número de elementos fuera de la diagonal que la matriz original. Por lo tanto, el número de elementos de relleno creados es 0 y como éste es el mínimo posible, el ordenamiento es óptimo. Esto termina la demostración.

En el caso trifásico desbalanceado el proceso es el mismo, excepto que los términos de la matriz son submatrices 3×3 , los términos iguales a 1 se reemplazan por matrices identidad y las divisiones por Y_{ii} , por la multiplicación por Y_{ii}^{-1} .

RECONOCIMIENTO

Este trabajo se llevó a cabo con apoyo parcial por parte de COLCIENCIAS, mediante convenio CB-056/87.