

## Diseño de una transición

El presente artículo está dirigido básicamente a estudiantes con cierto interés en hidráulica de canales, y en él se expone un método sistematizado para el diseño de transiciones alabeadas empleando calculadoras programables.

**JULIO MILAN PAZ**  
 Profesor Asociado  
 Universidad Nacional  
 Lic. en Matemáticas y Física  
 Ingeniero Civil

Es lo usual, en determinada etapa del diseño de una transición, recurrir a algún método gráfico cuando se requiere elegir los contornos curvilíneos tanto del ancho de la solera como de la línea de agua. Como es sabido, las formas de esos contornos son de libre escogencia y deben ser modificadas cuando al finalizar los cálculos hidráulicos no se obtienen los resultados deseados, esto es, curvas suaves para la solera y la superficie libre.

En este trabajo, el autor adoptó expresiones analíticas de las curvas en mención y para transiciones, similares a la de la Fig. 1 encontró diseños hidráulicos satisfactorios dentro de un amplio rango de condiciones.

Los desarrollos algebraicos que justifican las fórmulas aquí utilizadas han sido omitidos para no

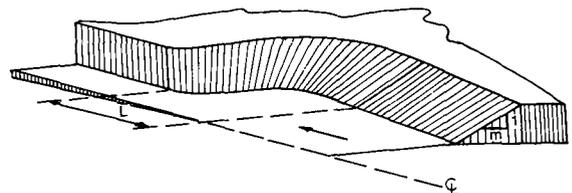


FIGURA 1. Transición alabeada.

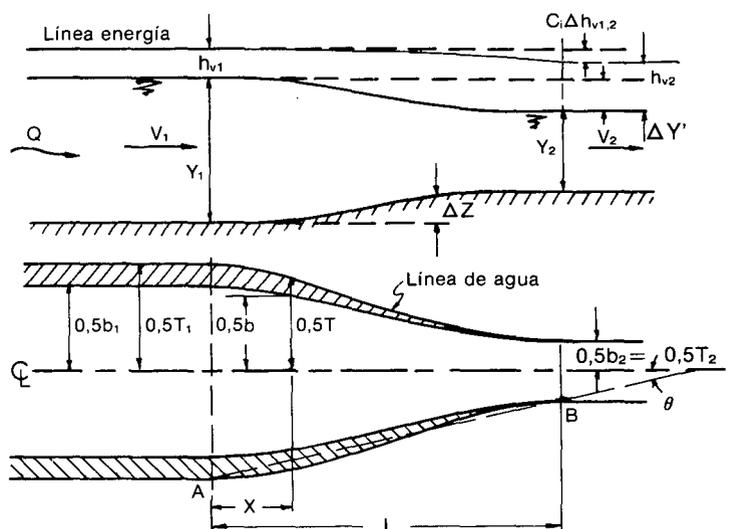


FIGURA 2. Perfil y planta.

hacer demasiado extensa la exposición.

**ANALISIS**

El proceso que sigue a continuación se refiere únicamente a transiciones de entrada, es decir, la velocidad de entrada  $V_1$  y es menor que la de salida  $V_2$ .

En la Figura 2 se observa el perfil longitudinal y la planta de una transición que enlaza un canal trapezoidal con otro rectangular, en donde:

- $V_1^2/2g = k_{13} =$  Altura de velocidad a la entrada.
- $V_2^2/2g =$  Altura de velocidad a la salida.
- $Y_1 =$  Profundidad del flujo a la entrada.
- $Y_2 =$  Profundidad del flujo a la salida.
- $L =$  Longitud de la transición.
- $0,5T =$  Semiancho de la superficie libre del flujo (variable).
- $0,5b =$  Semiancho de la solera (variable).
- $C_i =$  Coeficiente de pérdida de energía por conversión.
- $\Delta h_{v1,2} = V_2^2/2g - V_1^2/2g =$  Diferencia de alturas de velocidad.
- $\Delta Y' =$  Descenso total de la superficie del agua a través de la transición.
- $\Delta z =$  Variación de cotas de la solera.

Al aplicar la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2, se tiene:

$$Y_1 + V_1^2/2g = \Delta z + Y_2 + V_2^2/2g + C_i \Delta h_{v1,2} \quad (1)$$

Pero:

$$Y_1 = \Delta z + Y_2 + \Delta Y' \quad (2)$$

Si se sustituye la ec. (2) en la ec. (1), resulta:

$$\Delta Y' = (1 + C_i) \Delta h_{v1,2} \quad (3)$$

**LONGITUD DE LA TRANSICION**

La recta AB de la Fig. 2 debe formar un ángulo  $\theta \cong 12,5^\circ$ , con lo que se obtiene:

$$L = (0,5T_1 - 0,5T_2) / \tan 12,5^\circ \cong k_1 \quad (4)$$

en donde los valores de  $T_1$  y  $T_2$  se calculan previamente de acuerdo con la geometría de los canales y de las condiciones hidráulicas dadas.

**FORMA DE LA SUPERFICIE LIBRE**

Para el perfil de la superficie libre se escogen dos parábolas reversas OC y CD con el punto común C, centro del rectángulo OFDG, como se ve en la Fig. 3.

Para  $X_i \leq L/2$  (parábola OC) la ecuación es:

$$\Delta Y_i = k_2 X_i^2 \quad (\text{punto E}) \quad \text{Donde:} \quad (5)$$

$i =$  Ordinal correspondiente a una sección.

$$k_2 = 2(1 + C_i) \Delta h_{v1,2} / k_1^2$$

Para  $X_i \geq L/2$  (parábola CD), la ecuación es:

$$\Delta Y_i = k_1^2 k_2 [1 - 2(1 - X_i/k_1)^2] / 2 \quad (\text{punto E}') \quad (6)$$

**CARGA DE VELOCIDAD**

En una sección de orden  $i$ , la carga de velocidad está expresada por:

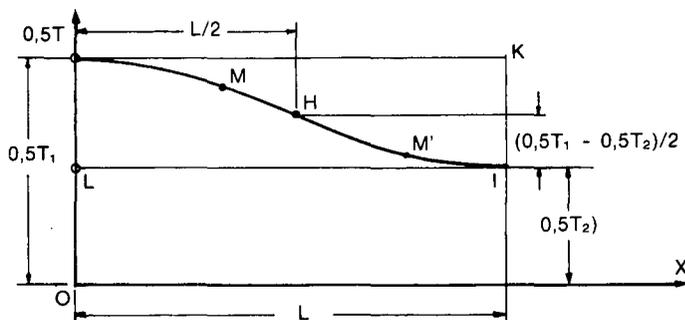


FIGURA 3. Perfil del flujo.

$$h_{vi} = k_3(X_i^2 - X_{i-1}^2) + h_{vi-1} \quad (7)$$

Si  $X_i \leq L/2$

y por:

$$h_{vi} = -k_1^2 k_3 [(1 - x_i/k_1)^2 - (1 - X_{i-1}/k_1)^2] + h_{vi-1} \quad (8)$$

si  $X_i \geq L/2$ ,

Donde:

$$k_3 = k_2 / (1 + C_i)$$

**ANCHOS DE LA SUPERFICIE LIBRE Y DE LA SOLERA**

Para el contorno JHI de la superficie libre se adoptaron dos parábolas cuadráticas reversas, siendo H el centroide del rectángulo JKIL de la Figura 4.

Si  $X_i \leq L/2$ :

$$0,5T_i = k_4 + k_5 [0,5 - (X_i/k_1)^2], \quad (\text{punto M}) \quad (9)$$

Si  $X_i \geq L/2$ :

$$0,5T_i = k_4 + k_5(1 - X_i/k_1)^2, \quad (\text{punto M}') \quad (10)$$

para:

$$k_4 = 0,5T_2$$

$$k_5 = 2(0,5T_1 - 0,5T_2)$$

Igualmente, para el contorno PVR de la solera, se tomaron dos parábolas, en donde V es el centroide del rectángulo PSRT de la Figura 5.

Si  $X_i \leq L/2$ :

$$0,5b_i = k_6 + k_7 [0,5 - (X_i/k_1)^2], \quad (\text{punto U}) \quad (11)$$

Si  $X_i \geq L/2$ :

$$0,5b_i = k_6 + k_7(1 - X_i/k_1)^2, \quad (\text{punto U}') \quad (12)$$

para:

$$k_6 = 0,5b_2$$

$$k_7 = 2(0,5b_1 - 0,5b_2)$$

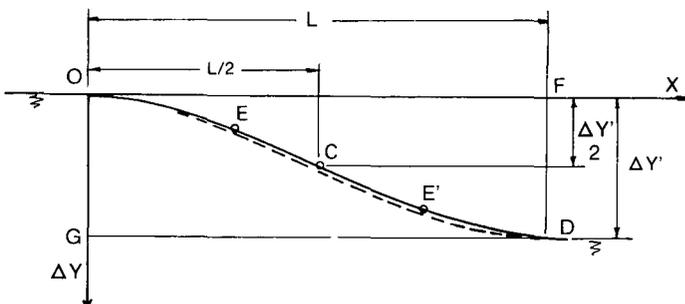


FIGURA 4. Semiancho superficie libre.

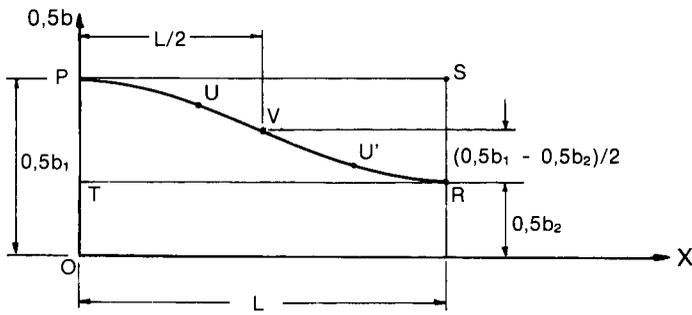


FIGURA 5. Semiancho de la solera.

**PROFUNDIDAD DEL FLUJO**

Para una sección determinada, la profundidad del agua está dada por:

$$Y_i = k_8 / (0,5T_i + 0,5b_i) \sqrt{h_{vi}} \quad (13)$$

Siendo:

$$k_8 = Q / \sqrt{2g}$$

Q = Caudal de diseño de la transición.  
g = Aceleración de la gravedad.

**PERDIDA DE ENERGIA POR FRICCION**

Hasta ahora sólo se ha considerado la pérdida de energía por conversión (la más importante), pero si además se toma en cuenta la debida a fricción (relativamente pequeña), ésta se calcula con base en la teoría del flujo gradualmente variado, y en este caso se aplicará, por ejemplo, la fórmula de Manning. Como resultado, la forma real de la superficie del agua no es la indicada por la línea OCD de la Figura 3 sino por la curva punteada, en donde la diferencia de cotas corresponde a la suma de pérdidas por fricción hasta la sección considerada.

Para dos secciones consecutivas i - 1 e i, la pérdida por fricción se representa por:

$$\Delta hf_{i-1,i} = k_9 (M_{i-1}^{4/3} + M_i^{4/3}) \Delta X \quad (14)$$

En donde:

$$M = h_v^{5/4} [0,5b + \sqrt{Y^2 + (0,5T - 0,5b)^2}]$$

$$k_9 = (n/a)^2 [2(2g)^5/Q^4]^{1/3}$$

$$\Delta X = k_0 =$$

Distancia entre las secciones.

n = Factor de rugosidad de Manning.

a = Coeficiente en la fórmula de Manning (1.0 para sistema métrico; 1.49 para sistema inglés).

**ELEVACION DE LA SUPERFICIE DEL AGUA Y DE LA SOLERA**

La cota de la superficie libre está expresada como:

$$Z_i = k_{10} - \Delta Y_i - (\Sigma \Delta hf)_i \quad (15)$$

En tanto que la elevación de la solera en cada sección corresponde a:

$$Z_{oi} = Z_i - Y_i \quad (16)$$

Para:

$K_{10} = h_0 =$  Elevación de la superficie libre al comien-

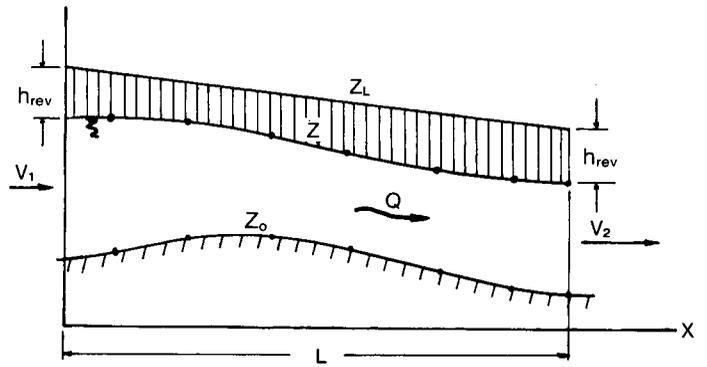


FIGURA 6. Perfiles de la solera, superficie libre y revestimiento.

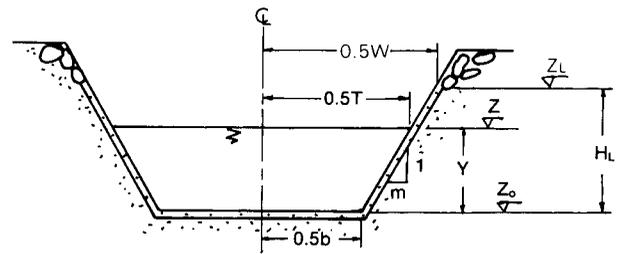


FIGURA 7. Sección típica de la transición.

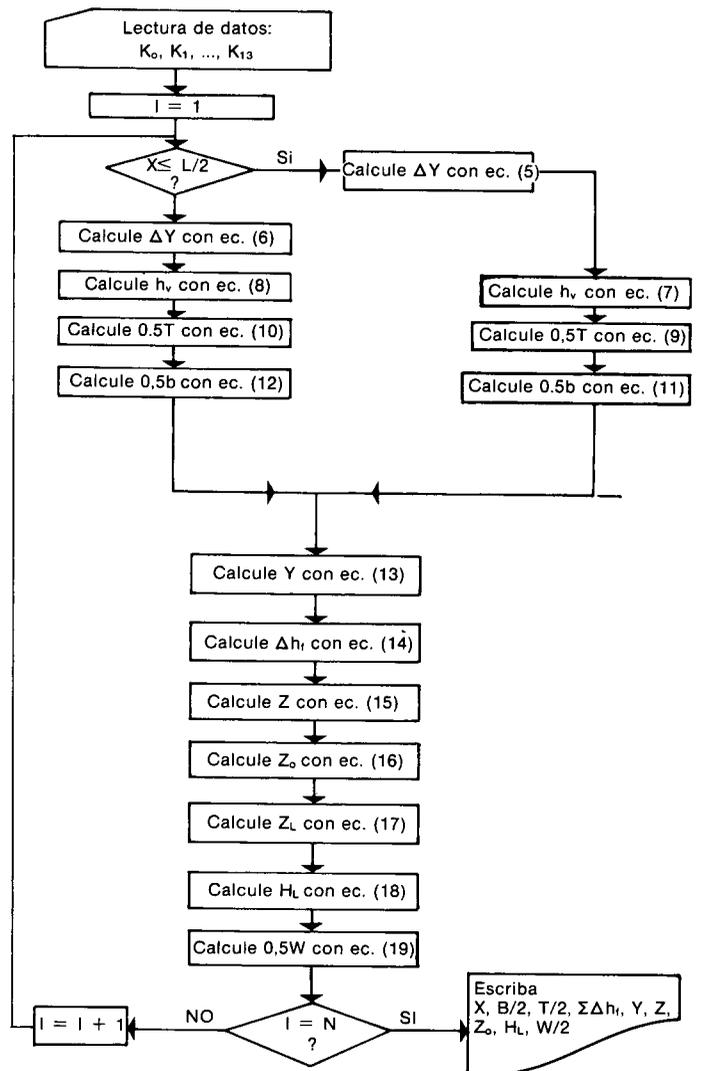


FIGURA 8. Diagrama de flujo.

000	43	RCL	059	75	-	119	01	01
001	00	00	060	43	RCL	120	33	X²
002	44	SUM	061	00	00	121	65	x
003	12	12	062	54	)	122	43	RCL
004	43	RCL	063	33	X²	123	03	03
005	12	12	064	54	)	124	94	+/-
006	55	+	065	85	+	125	65	x
007	43	RCL	066	43	RCL	126	53	(
008	01	01	067	13	13	127	43	RCL
009	95	=	068	95	=	128	17	17
010	42	STD	069	42	STD	129	75	-
011	14	14	070	19	19	130	43	RCL
012	75	-	071	43	RCL	131	16	16
013	43	RCL	072	14	14	132	54	)
014	00	00	073	71	SBR	133	85	+
015	55	+	074	24	CE	134	43	RCL
016	43	RCL	075	42	STD	135	13	13
017	01	01	076	20	20	136	95	=
018	95	=	077	43	RCL	137	42	STD
019	42	STD	078	15	15	138	19	19
020	15	15	079	71	SBR	139	43	RCL
021	94	+/-	080	24	CE	140	17	17
022	85	+	081	42	STD	141	71	SBR
023	01	1	082	21	21	142	33	X²
024	95	=	083	43	RCL	143	42	STD
025	33	X²	084	14	14	144	20	20
026	42	STD	085	71	SBR	145	43	RCL
027	16	16	086	25	CLR	146	16	16
028	01	1	087	42	STD	147	71	SBR
029	75	-	088	22	22	148	33	X²
030	43	RCL	089	43	RCL	149	42	STD
031	14	14	090	15	15	150	21	21
032	95	=	091	71	SBR	151	43	RCL
033	33	X²	092	25	CLR	152	17	17
034	42	STD	093	42	STD	153	71	SBR
035	17	17	094	23	23	154	89	†
036	43	RCL	095	61	GTO	155	42	STD
037	12	12	096	01	01	156	22	22
038	77	GE	097	63	63	157	43	RCL
039	00	00	098	43	RCL	158	16	16
040	98	98	099	01	01	159	71	SBR
041	33	X²	100	33	X²	160	89	†
042	65	x	101	65	x	161	42	STD
043	43	RCL	102	43	RCL	162	23	23
044	02	02	103	02	02	163	43	RCL
045	95	=	104	55	+	164	08	08
046	42	STD	105	02	2	165	55	+
047	18	18	106	65	x	166	53	(
048	43	RCL	107	53	(	167	43	RCL
049	03	03	108	01	1	168	20	20
050	65	x	109	75	-	169	85	+
051	53	(	110	02	2	170	43	RCL
052	43	RCL	111	65	x	171	22	22
053	12	12	112	43	RCL	172	54	)
054	33	X²	113	17	17	173	55	+
055	75	-	114	54	)	174	43	RCL
056	53	(	115	95	=	175	19	19
057	43	RCL	116	42	STD	176	34	FX
058	12	12	117	18	18	177	95	=
			118	43	RCL	178	42	STD

179	24	24	239	13	13	299	43	RCL
180	43	RCL	240	45	YX	300	02	02
181	08	08	241	05	5	301	55	+
182	55	+	242	22	INV	302	02	2
183	53	(	243	45	YX	303	65	x
184	43	RCL	244	04	4	304	43	RCL
185	21	21	245	65	x	305	12	12
186	85	+	246	53	(	306	94	+/-
187	43	RCL	247	43	RCL	307	85	+
188	23	23	248	23	23	308	43	RCL
189	54	)	249	85	+	309	11	11
190	55	+	250	53	(	310	95	=
191	43	RCL	251	43	RCL	311	75	-
192	13	13	252	25	25	312	43	RCL
193	34	FX	253	33	X²	313	28	28
194	95	=	254	85	+	314	95	=
195	42	STD	255	53	(	315	42	STD
196	25	25	256	43	RCL	316	29	29
197	43	RCL	257	21	21	317	65	x
198	09	09	258	75	-	318	53	(
199	65	x	259	43	RCL	319	43	RCL
200	53	(	260	23	23	320	20	20
201	53	(	261	54	)	321	75	-
202	43	RCL	262	33	X²	322	43	RCL
203	19	19	263	54	)	323	22	22
204	45	YX	264	34	FX	324	54	)
205	05	5	265	54	)	325	55	+
206	22	INV	266	54	)	326	43	RCL
207	45	YX	267	45	YX	327	24	24
208	04	4	268	04	4	328	85	+
209	65	x	269	22	INV	329	43	RCL
210	53	(	270	45	YX	330	22	22
211	43	RCL	271	03	3	331	95	=
212	22	22	272	54	)	332	42	STD
213	85	+	273	65	x	333	30	30
214	53	(	274	43	RCL	334	04	4
215	43	RCL	275	00	00	335	04	4
216	24	24	276	95	=	336	69	DP
217	33	X²	277	44	SUM	337	04	04
218	85	+	278	26	26	338	43	RCL
219	53	(	279	43	RCL	339	12	12
220	43	RCL	280	10	10	340	95	=
221	20	20	281	75	-	341	69	DP
222	75	-	282	43	RCL	342	06	06
223	43	RCL	283	18	18	343	01	1
224	22	22	284	75	-	344	04	4
225	54	)	285	43	RCL	345	06	6
226	33	X²	286	26	26	346	03	3
227	54	)	287	95	=	347	00	0
228	34	FX	288	42	STD	348	03	3
229	54	)	289	27	27	349	69	DP
230	54	)	290	75	-	350	04	04
231	45	YX	291	43	RCL	351	43	RCL
232	04	4	292	24	24	352	22	22
233	22	INV	293	95	=	353	95	=
234	45	YX	294	42	STD	354	69	DP
235	03	3	295	28	28	355	06	06
236	85	+	296	43	RCL	356	03	3
237	53	(	297	01	01	357	07	7
238	43	RCL	298	65	x	358	06	6

zo de la transición.

$(\Sigma \Delta hf)_i$  = Fricción acumulada hasta la sección i.

A esta altura del proceso de cálculo es cuando se procede a elaborar, en papel aritmético, un gráfico como el de la Figura 6, en el que se espera que los puntos de las respectivas curvas hagan de éstas líneas suaves.

**LOCALIZACION DEL BORDE DEL REVESTIMIENTO**

De acuerdo con el caudal de diseño, se escoge el valor de  $h_{rev}$  (hasta donde debe llevarse el revestimiento por encima del nivel del flujo) igual para la entrada y salida de la transición, Figura 6, y se considera además, que entre esos extremos  $Z_L$  varía linealmente con X:

$$Z_L = k_{11} - 0,5k_1k_2X_i \tag{17}$$

En donde:

$$k_{11} = h_o + h_{rev}$$

Con relación a la solera, el borde del revestimiento tiene una elevación:

$$H_L = Z_L - Z_{oi} \tag{18}$$

En tanto que el semiancho está expresado por:

$$0,5W_i = [(0,5T_i - 0,5b_i)H_L/Y_i] + 0,5b_i \tag{19}$$

según muestra la Figura 7.

En la Figura 8 se presenta el diagrama de flujo del problema, y posteriormente un programa elaborado para resolverlo en una calculadora TI-59.

359	03	3	419	95	=	479	33	X²
360	00	0	420	69	DP	480	53	(
361	03	3	421	06	06	481	54	)
362	69	DP	422	04	4	482	65	x
363	04	04	423	03	3	483	43	RCL
364	43	RCL	424	06	6	484	05	05
365	20	20	425	03	3	485	85	+
366	95	=	426	00	0	486	43	RCL
367	69	DP	427	03	3	487	04	04
368	06	06	428	69	DP	488	54	)
369	07	7	429	04	04	489	92	RTN
370	07	7	430	43	RCL	490	76	LBL
371	02	2	431	30	30	491	89	π
372	01	1	432	95	=	492	53	(
373	03	3	433	69	DP	493	54	)
374	05	5	434	06	06	494	65	x
375	69	DP	435	43	RCL	495	43	RCL
376	04	04	436	19	19	496	07	07
377	43	RCL	437	42	STD	497	85	+
378	26	26	438	13	13	498	43	RCL
379	95	=	439	98	ADV	499	06	06
380	69	DP	440	91	R/S	500	54	)
381	06	06	441	81	RST	501	92	RTN
382	04	4	442	76	LBL			
383	05	5	443	24	CE			
384	69	DP	444	53	(			
385	04	04	445	53	(			
386	43	RCL	446	33	X²			
387	24	24	447	94	+/-			
388	95	=	448	85	+			
389	69	DP	449	93	.			
390	06	06	450	05	5			
391	04	4	451	54	)			
392	06	6	452	65	x			
393	69	DP	453	43	RCL			
394	04	04	454	05	05			
395	43	RCL	455	85	+			
396	27	27	456	43	RCL			
397	95	=	457	04	04			
398	69	DP	458	54	)			
399	06	06	459	92	RTN			
400	04	4	460	76	LBL			
401	06	6	461	25	CLR			
402	00	0	462	53	(			
403	01	1	463	53	(			
404	69	DP	464	33	X²			
405	04	04	465	94	+/-			
406	43	RCL	466	85	+			
407	28	28	467	93	.			
408	95	=	468	05	5			
409	69	DP	469	54	)			
410	06	06	470	65	x			
411	02	2	471	43	RCL			
412	03	3	472	07	07			
413	02	2	473	85	+			
414	07	7	474	43	RCL			
415	69	DP	475	06	06			
416	04	04	476	54	)			
417	43	RCL	477	92	RTN			
418	29	29	478	76	LBL			

$h_{v1} = 0,0427 \text{ m.}$

b) Para el canal rectangular:

$0,5T_2 = 0,5b_2 = 1,20 \text{ m; } h_{v2} = 0,1503 \text{ m.}$

Como  $Q = 6,3 \text{ m}^3/\text{seg} = 222 \text{ pies}^3/\text{seg}$ , entonces  $h_{rev} = 0,7' = 0,21 \text{ m.}$

$\Delta h_{v1,2} = 0,1076 \text{ m.}$

$L = (3,7087 - 1,20)/\tan 12,5^\circ = 11,30 \text{ m.}$

**Datos de entrada**

$k_0 = 1,0$	$k_7 = 1,30$
$k_1 = 11,30$	$k_8 = 1,423$
$k_2 = 0,00185$	$k_9 = 0,003024$
$k_3 = 0,00168$	$k_{10} = 500,00$
$k_4 = 1,20$	$k_{11} = 500,21$
$k_5 = 5,0174$	$k_{13} = 0,0427$
$k_6 = 1,20$	

El subíndice identifica la respectiva memoria.

En el siguiente listado aparecen los resultados correspondientes al diseño, y en la Figura 9 el perfil de la transición.

0.00	X	3.00	X	6.00	X
1.85	B/2	1.76	B/2	1.49	B/2
3.71	T/2	3.36	T/2	2.30	T/2
0.00	ZFR	0.00	ZFR	0.00	ZFR
1.24	Y	1.16	Y	1.16	Y
500.00	Z	499.98	Z	499.93	Z
498.76	ZO	498.83	ZO	498.77	ZO
1.45	HL	1.35	HL	1.38	HL
4.02	M/2	3.63	M/2	2.46	M/2
1.00	X	4.00	X	7.00	X
1.84	B/2	1.69	B/2	1.39	B/2
3.67	T/2	3.08	T/2	1.93	T/2
0.00	ZFR	0.00	ZFR	0.00	ZFR
1.23	Y	1.13	Y	1.24	Y
500.00	Z	499.97	Z	499.91	Z
498.77	ZO	498.84	ZO	498.68	ZO
1.43	HL	1.33	HL	1.48	HL
3.97	M/2	3.32	M/2	2.02	M/2
2.00	X	5.00	X	8.00	X
1.81	B/2	1.60	B/2	1.31	B/2
3.55	T/2	2.73	T/2	1.63	T/2
0.00	ZFR	0.00	ZFR	0.00	ZFR
1.19	Y	1.13	Y	1.33	Y
499.99	Z	499.95	Z	499.90	Z
498.80	ZO	498.82	ZO	498.57	ZO
1.39	HL	1.34	HL	1.56	HL
3.84	M/2	2.93	M/2	1.68	M/2

**EJEMPLO**

Se requiere diseñar, para  $Q = 6,3 \text{ m}^3/\text{seg}$ , una transición alabeada de entrada ( $C_i = 0,10$ ) para conectar un canal trapezoidal excavado en tierra ( $n = 0,020$ ;  $b = 3,70 \text{ m}$ ;  $m = 1,5$ ) con otro rectangular revestido en concreto ( $n = 0,014$ ;  $b = 2,40 \text{ m}$ ). Las pendientes longitudinales de las respectivas soleras son  $0,00042$  y  $0,00098$ . La elevación de la superficie libre en el canal trapezoidal es de  $500 \text{ m}$ .

Dimensionar la transición y dibujar su perfil longitudinal.

Al efectuar cálculos previos, se obtuvo:

- a) Para el canal trapezoidal:  
 $0,5T_1 = 3,708 \text{ m; } 0,5b_1 = 1,85 \text{ m;}$

9.00	X	11.00	X
1.25	B/2	1.20	B/2
1.41	T/2	1.20	T/2
0.00	ZFR	0.01	ZFR
1.42	Y	1.52	Y
499.89	Z	499.88	Z
498.47	ZO	498.35	ZO
1.64	HL	1.74	HL
1.43	M/2	1.20	M/2
10.00	X	11.30	X
1.22	B/2	1.20	B/2
1.27	T/2	1.20	T/2
0.01	ZFR	0.01	ZFR
1.49	Y	1.52	Y
499.88	Z	499.88	Z
498.39	ZO	498.35	ZO
1.71	HL	1.74	HL
1.27	M/2	1.20	M/2

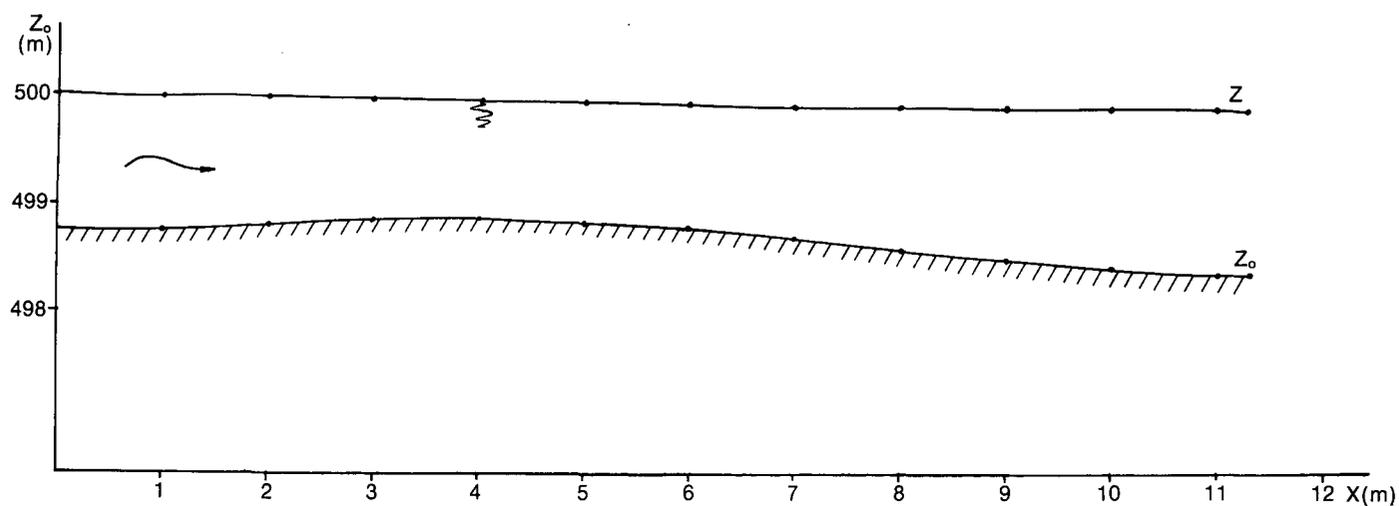


FIGURA 9. Perfil de la transición

### CONCLUSIONES

El hallazgo del ajuste a funciones continuas de ciertos parámetros trae consigo ventajas apreciables, ya que se puede hacer una mejor sistematización del problema que se trate.

En la Figura 9 se observa como, tanto el perfil del

flujo como el de la solera corresponden a contornos suaves.

Se puede, procediendo con un análisis similar, elaborar un programa para el diseño de una transición de salida.

### REFERENCIAS

- Ven Te Chow. *Open Channel Hydraulics*.  
 F. M. Henderson. *Open Channel Flow*.  
 Texas Instruments. *Personal Programing*.