

Modelo numérico del golpe de ariete con Scilab

A numerical water-hammer model using Scilab

Wilson Rodríguez Calderón¹ y Myriam Rocío Pallares Muñoz²

RESUMEN

El golpe de ariete puede generar consecuencias severas en la integridad de las tuberías, y debido a ello, la simulación es un requisito esencial para asegurar el correcto diseño y operación de los sistemas de distribución de agua. En este sentido, el artículo pretende demostrar la importancia de los métodos numéricos en la resolución de este tipo de problemas. Para la simulación numérica del fenómeno se desarrolló un código en Scilab³ que permite representar la propagación de las ondas de presión haciendo uso del método de las características, aplicado a un caso clásico de la literatura. Este método emplea un esquema de diferencias finitas para resolver las ecuaciones de masa y momento. En el artículo se presentan las ecuaciones que gobiernan el problema desde el punto de vista numérico, se analiza el comportamiento del fenómeno y finalmente, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos por la vía numérica y la solución teórica.

Palabras clave: métodos numéricos, Scilab, método de solución de las características, golpe de ariete.

ABSTRACT

A water hammer can produce severe consequences regarding pipe integrity; simulation thus becomes an essential requirement for ensuring proper water distribution system design and operation. This article thus tries to demonstrate the importance of numerical methods in resolving such problems. A Scilab code allowing pressure propagation to be represented using the characteristics' method applied to a case of classic literature was thus developed for numerically simulating this phenomenon. This method uses a finite difference scheme for resolving mass and momentum equations. The article presents equations governing the problem from the numerical point of view, the phenomenon's behaviour is analysed and results obtained by the numerical approach (calculating finite differences) are compared to those obtained with Scilab and the theoretical solution.

Keywords: numerical methods, Scilab, characteristics method, water hammer.

Recibido: abril 20 de 2007

Aceptado: octubre 16 de 2007

Introducción

Un buen número de métodos numéricos para la solución del sistema de ecuaciones diferenciales parciales del golpe de ariete se encuentran en la literatura. Entre ellos se destacan: el método de las características (MC), los de diferencias finitas (DF), los de Elementos Finitos (MEF) y los híbridos (MH). Todos estos métodos numéricos subdividen o discretizan el espacio posición - tiempo en intervalos finitos, y, calculan las variables de estado: Caudal (Q) o Velocidad (V) y la altura piezométrica (H), en dichos puntos (Franzini y Finnemore, 1999; Giles y Evett, 1994).

En general, cada método posee distintas propiedades numéricas que afectan su exactitud, estabilidad (convergencia) y tiempo de ejecución, lo cual restringe también su campo de acción y define sus ventajas y desventajas relativas. El de las *características* es el método de uso común en el análisis del golpe de ariete. Este, ha sido el método explícito más utilizado en el análisis de flujo no permanente en tuberías, debido principalmente a la facilidad para introducir diferentes dispositivos y condiciones de borde (bombas, válvulas, estanques hidroneumáticos, etc.) (Mott, 1996; Munson *et al.*, 2002).

¹ Ingeniero civil. Especialista y Magíster en Métodos Numéricos. Profesor, Facultad de Ingeniería, Departamento de Matemáticas y Ciencias Naturales, Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia. wrodriguez@puj.edu.co

² Ingeniera civil. Especialista y Magíster en Métodos Numéricos. Profesora, División de Ingenierías, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia. myriampallares@correo.usta.edu.co

³ Scilab es un programa gratuito de cálculo numérico especialmente diseñado para aplicaciones científicas y de ingeniería. Desarrollado desde 1990 por investigadores del INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique) y del ENPC (Ecole Nationale de Ponts et Chaussées), es mantenido y desarrollado desde mayo del 2003 por Scilab Consortium.

⁴ Scilab es un lenguaje de programación de alto nivel para cálculo científico, interactivo de libre uso y disponible en múltiples sistemas operativos (Unix, GNU/Linux, Windows, Solaris, Alpha). Realiza cálculos numéricos y simbólicos. Posee numerosas funciones matemáticas y la posibilidad de integrar programas en los lenguajes más usados (Fortran, Java y C y C++). Fue desarrollado como un sistema abierto donde el usuario puede definir nuevos tipos de datos y operaciones entre los mismos.

El desarrollo de herramientas de modelación en Scilab⁴ o cualquier otro paquete matemático constituye un ejercicio de interiorización teórica y práctica de fenómenos naturales o procesos que de otra manera serían muy difíciles de explicar desde el punto de vista cuantitativo y aun cualitativo. Por tanto, el artículo busca rescatar y promover la mística hacia el desarrollo de herramientas computacionales propias (Allaire y Kaber, 2002).

El artículo no pretende ser un compendio de la fundamentación analítica preliminar del problema, por tal razón se recomienda al lector estudiar estos temas en cualquier texto de mecánica de fluidos básico. Más bien, se busca destacar el poder de las herramientas de modelación numérica que permiten resolver de manera efectiva y segura problemas de flujo no permanente en tuberías, cuya solución analítica completa es poco viable (Burden y Faires, 1998).

Marco teórico

Cuando se interrumpe con rapidez la circulación de un líquido que transita a cierta velocidad por un conducto se originan fuertes variaciones de presión sobre sus paredes interiores y en el dispositivo que frena el caudal suministrado, como consecuencia del cambio brusco en el desplazamiento del líquido al interior de la tubería. Conjuntamente con las deformaciones originadas por las sobrepresiones y depresiones, se producen vibraciones y otras consecuencias que pueden originar roturas, aplastamientos y otras averías en las tuberías y sus equipos (Potter y Wiggert, 2002).

El *golpe de ariete* se produce en las tuberías cuando se realizan operaciones rápidas en los equipos que abren, cierran o regulan el deslizamiento del agua, como son: válvulas, compuertas, anclajes, etc. Este fenómeno también puede presentarse cuando existen reducciones bruscas de la potencia requerida en un generador accionado por una turbina hidráulica (Saldarriaga, 1998).

La acción del golpe de ariete puede atenuarse e incluso impedirse si se accionan lenta y progresivamente los dispositivos de control del caudal, y principalmente, a través del emplazamiento de chimeneas de equilibrio. Estas últimas amortiguan las variaciones de presión al comportarse como pozos piezométricos. Los efectos del golpe de ariete son más significativos en conductos de gran longitud y tienen mayor fuerza cuando se trunca abruptamente el paso del líquido.

El estudio del golpe de ariete tiene su fundamento en la "teoría de la onda elástica", la cual implica el desplazamiento a una velocidad dada de las variaciones de presión a lo largo de una tubería. Con esta teoría se deja de lado la idealización de la tubería de conducción como un cuerpo rígido.

La velocidad recibe el nombre de celeridad de la onda, y se refiere a la velocidad del sonido dentro del sistema considerado, estando condicionada por el diámetro, el espesor y la elasticidad de la tubería, así como por la densidad y la compresibilidad del líquido. El valor de la longitud del

conducto no influye, y los valores de las presiones originadas en el golpe de ariete están en razón directa con el cambio brusco de velocidad del líquido.

Por último, se entiende por período crítico de una tubería el tiempo que tarda una onda en desplazarse desde el origen de la perturbación hasta el extremo libre y su regreso (Sotelo, 1999).

Descripción del fenómeno

El golpe de ariete puede presentarse aguas arriba o aguas abajo de un dispositivo de control de caudal en una tubería. Por ejemplo, cuando se cierra una válvula, la cantidad de movimiento aguas arriba debe reducirse a cero muy rápidamente, lo que ocasiona una gran presión en la válvula y causa una onda de alta presión que se mueve hacia arriba de ella. Aguas abajo de la válvula, la cantidad de movimiento del líquido hace que continúe desplazándose hacia abajo, a menos que la presión estática sea suficientemente alta para obligarlo a permanecer en reposo, en tanto la presión se reduce en la válvula.

El fenómeno de cavitación se presenta aguas abajo. Ocasionalmente, el líquido llega al reposo y después es acelerado aguas arriba hacia la válvula, condensando el vapor y permitiendo el impacto de la columna líquida contra la válvula. Esto desarrolla una onda de alta presión que se mueve en dirección aguas abajo (Streeter, 2000).

Antes de comenzar la deducción de la solución del golpe de ariete, se presenta una descripción de los sucesos que se producen cuando se cierra súbitamente una válvula en el extremo aguas abajo de una tubería que viene de un depósito (Figura 1).

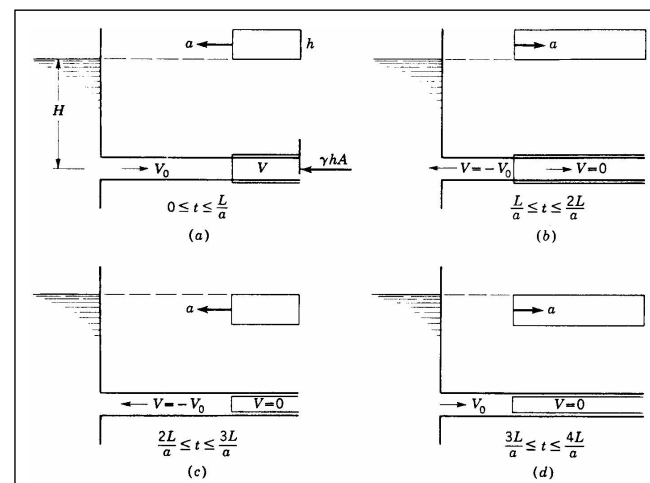


Figura 1. Secuencia de sucesos para un ciclo de cierre rápido de una válvula

En el instante en que se cierra la válvula, el fluido más próximo a ella se comprime, se lleva al reposo, y la pared de la tubería se dilata. En el momento que se comprime la primera capa, el proceso se repite a la siguiente. El fluido aguas arriba de la válvula sigue moviéndose hacia abajo con

una velocidad sin disminuir hasta que se han comprimido capas sucesivas detrás de la válvula. La alta presión se mueve hacia arriba como una onda, dejando pasar el fluido en reposo, comprimiendo el fluido y ensanchando la tubería; todo el fluido está bajo la altura extra, se ha perdido toda la cantidad de movimiento y toda la energía cinética se ha convertido en energía elástica (Figura 1a).

Hay una situación de desequilibrio en el extremo de aguas arriba de la tubería (depósito) en el instante de la llegada de la onda de presión, dado que la presión en el depósito no ha cambiado. El fluido comienza a moverse hacia atrás, empezando en el extremo aguas arriba. Este flujo, hace que la presión en la válvula vuelva al valor normal que tenía antes del cierre y que la pared de la tubería vuelva a la posición normal que tenía antes del cierre, la pared de la tubería vuelve a su tensión normal y el fluido adquiere una velocidad V_0 dirigida hacia atrás. Este proceso de transformación sigue aguas abajo hacia la válvula a la velocidad del sonido a en la tubería. En el instante $2L/a$ la onda llega a la válvula, las presiones vuelven a ser normales a lo largo de la tubería y la velocidad en todas partes es V_0 en la dirección hacia atrás (Figura 1b).

Como la válvula está cerrada no hay flujo a través de ella y se desarrolla una baja presión ($-h$) tal que el fluido es llevado al reposo. Esta onda de baja presión viaja hacia aguas arriba a la velocidad a haciendo que el fluido llegue al reposo en todos los puntos, produciendo una expansión a causa de la baja presión y permitiendo a las paredes de la tubería contraerse (Figura 1c). En el instante en que la onda de presión negativa llega al extremo aguas arriba de la tubería, $3L/a$ segundos después del cierre, el fluido está en reposo, pero con una altura uniforme $-h$ menor que antes del cierre. Esto produce una situación de desequilibrio en el depósito y el fluido se mueve dentro de la tubería, adquiriendo una velocidad V_0 hacia delante y haciendo volver al fluido a las condiciones normales mientras la onda llega a la válvula, transcurridos $4L/a$ segundos las condiciones son exactamente las mismas que en el instante del cierre (Figura 1c).

Este proceso, por tanto, se repite cada $4L/a$ segundos. La acción de rozamiento del fluido, la imperfecta elasticidad del fluido y de la pared de la tubería, despreciada hasta ahora, hacen que se amortigüen las vibraciones y que el fluido llegue a alcanzar de forma permanente el equilibrio. El cierre de una válvula en menos de $2L/a$ se llama cierre rápido, y el cierre lento se refiere a tiempos de cierre mayores a este valor. $2L/a$ es denominado tiempo de retorno T_r .

El método de solución de las características⁵

Las ecuaciones diferenciales para calcular el golpe de ariete resultan de la aplicación de las dos ecuaciones básicas de

la mecánica en un segmento corto de flujo: la segunda ley de Newton y la ecuación de continuidad. Las variables dependientes son: la altura de la línea piezométrica H por encima de un eje de referencia fijo y , la velocidad media V en una sección transversal. Las variables independientes son: la distancia x a lo largo de la tubería medida desde el extremo aguas arriba y el tiempo t . Por tanto, $H = H(x, t)$ y $V = V(x, t)$. En la deducción de las ecuaciones del golpe de ariete no se tiene en cuenta el efecto de Poisson⁶ y se considera que el rozamiento es proporcional al cuadrado de la velocidad [21].

Del segundo principio de Newton del movimiento en la dirección axial de la tubería, resulta la ecuación diferencial parcial, L_2 :

$$L_2 = g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (1)$$

y de la ecuación de continuidad resulta la ecuación diferencial parcial L_1 :

$$L_1 = \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \sin \theta = 0 \quad (2)$$

En las ecuaciones (1) y (2), la variable D es el diámetro de la tubería, f es el coeficiente de fricción de la ecuación de Darcy - Weisbach para pérdidas en tuberías, g es la aceleración de la gravedad y θ es el ángulo del eje de la tubería medido respecto a la horizontal.

L_1 y L_2 son dos ecuaciones diferenciales parciales no lineales en V y H , en función de las variables independientes x y t . No se conoce solución general de estas ecuaciones, pero se pueden resolver por el método de las características para una solución adecuada en diferencias finitas a través del computador.

Las ecuaciones L_1 y L_2 se pueden combinar con un multiplicador desconocido, tal como $L = L_1 + \lambda L_2$. Un par de valores λ , reales y distintos, proporcionan un par de ecuaciones en V y H que contienen todo el significado físico de las ecuaciones originales L_1 y L_2 y que pueden sustituirlas para cualquier solución. Puede suceder que se encuentre una gran simplificación, si se determinan dos valores particulares de λ . L_1 y L_2 se sustituyen en la ecuación de L con cierto reagrupamiento.

$$L = \left[\frac{\partial H}{\partial x} (V + \lambda g) + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \lambda \left[\frac{\partial V}{\partial x} \left(V + \frac{a^2}{g\lambda} \right) + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + V \sin \theta + \lambda * \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3)$$

⁵ El programa comercial Hammer, p. ej., utiliza el método de las características como norma de referencia y, sin duda, es el más riguroso y robusto algoritmo de análisis de flujos transitorios hidráulicos. El método de las características calcula los resultados a lo largo de la tubería y captura con precisión cambios críticos.

⁶ Poisson no se tiene en cuenta para tuberías con juntas de expansión.

Dado que,

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \quad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

la expresión (3) se ordena de modo que el primer término entre corchetes sea la derivada total dH/dt y el segundo término dV/dt . Para esto,

$$\frac{dx}{dt} = V + g\lambda \quad (4)$$

$$\frac{dx}{dt} = V + \frac{a^2}{g\lambda} \quad (5)$$

Las ecuaciones 4 y 5 deben ser equivalentes:

$$V + \lambda g = V + \frac{a^2}{g\lambda} \quad (6)$$

Despejando λ , se obtiene:

$$\lambda = \pm \frac{a}{g} \quad (7)$$

Por tanto, se han encontrado dos valores de λ reales y distintos que convierten las dos ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en un par de ecuaciones diferenciales ordinarias limitadas por las ecuaciones 4 y 5.

Sustituyendo la expresión de λ , las ecuaciones (3) y (4) se convierten en:

$$\frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + V \operatorname{sen} \theta + \frac{afV|V|}{2gD} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{dx}{dt} = V + a \quad (9)$$

$$\frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + V \operatorname{sen} \theta - \frac{afV|V|}{2gD} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{dx}{dt} = V - a \quad (11)$$

Las ecuaciones (8) y (9) son válidas para la curva C^+ , y las ecuaciones (10) y (11) lo son para la curva C^- . Para entender el significado de estas últimas cuatro ecuaciones es conveniente considerar que la solución se obtiene en un diagrama $x-t$ (Figura 2), suponiendo que se conocen V y H en los dos puntos conocidos R y S . La curva denominada C^+ es un diagrama de la ecuación (9) y la ecuación (8) sólo es válida a lo largo de la característica de C^+ . La curva denominada C^- es un diagrama de la ecuación (11) y la ecuación (10) es válida a lo largo de la característica C^- .

Cada ecuación (8) y (10) sólo contienen dos incógnitas para un punto conocido sobre su característica, pero en la intersección P de C^+ y C^- , ambas ecuaciones se pueden resolver

para encontrar VP y HP . En este punto las ecuaciones (9) y (11) también se pueden resolver para determinar x y t . Por tanto, se obtiene la solución a lo largo de las características, partiendo de condiciones conocidas y encontrando nuevas intersecciones, de manera que se hallen alturas y velocidades para tiempos posteriores.

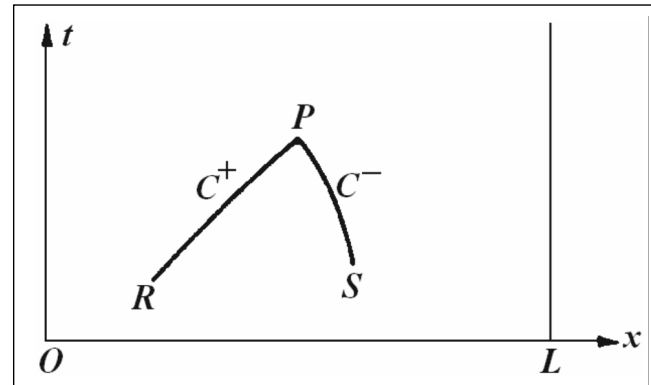


Figura 2. Diagrama $x-t$ de las características a lo largo de las que se obtiene la solución

En los cálculos de golpe de ariete en tuberías metálicas, V es muy pequeña comparada con a , y se puede eliminar de las ecuaciones (9) y (11). De esta manera, las líneas características son rectas de pendientes $\pm a$, donde a es la velocidad de la onda de presión a lo largo de la tubería. Se considera que la tubería está construida con N tramos iguales (Figura 3) y H y V se conocen inicialmente en cada una de las secciones en que se ha dividido la tubería. Entonces, se puede obtener la solución del problema de golpe de ariete en las intersecciones de las líneas características, como lo indican los puntos rellenos en la Figura 3. Se debe tener presente que la solución se obtiene sólo sobre una región limitada, a menos que se proporcione de alguna manera algún dato en $x = 0$ y $x = L$ como condición externa en función del tiempo. A esto, se le conoce como condiciones de contorno.

En la malla de la Figura 3, el intervalo de tiempo de cálculo es. $\Delta t = \frac{\Delta x}{a}$

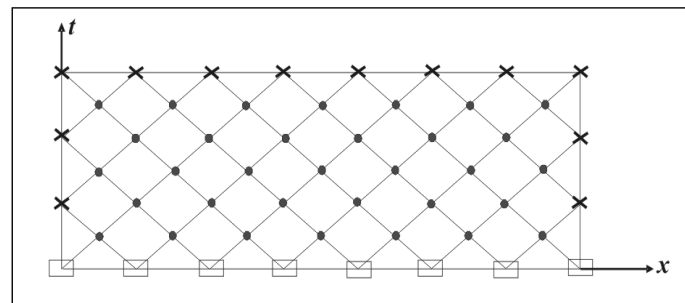


Figura 3. Red rectangular para la solución de las ecuaciones características

En el reticulado, x y t se conocen en cada intersección y no hace falta considerar más las ecuaciones (9) y (11). Las ecuaciones (8) y (10) se escriben en notación de diferencias finitas de acuerdo a la Figura 4.

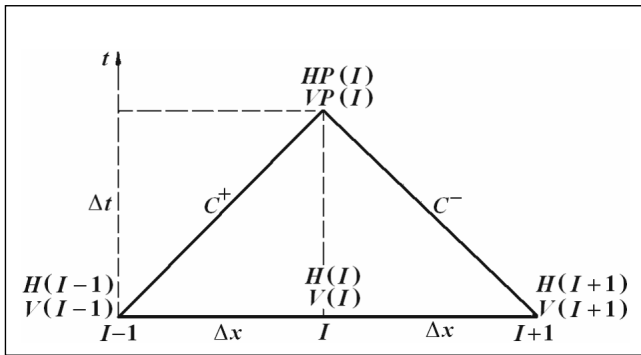


Figura 4. Notación de diferencias finitas

Para la ecuación (8) se tiene que:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{HP(I) - H(I-1)}{\Delta t} \quad \frac{dV}{dt} = \frac{VP(I) - V(I-1)}{\Delta t}$$

Entonces:

$$HP(I) - H(I-1) + \frac{a}{g}(VP(I) - V(I-1)) + V(I-1)\text{sen}\theta\Delta t + \frac{af\Delta t}{2gD}V(I-1)|V(I-1)| = 0 \quad (12)$$

Y análogamente, para la ecuación (10):

$$HP(I) - H(I+1) - \frac{a}{g}(VP(I) - V(I+1)) + V(I+1)\text{sen}\theta\Delta t - \frac{af\Delta t}{2gD}V(I+1)|V(I+1)| = 0 \quad (13)$$

Sumando las ecuaciones (12) y (13), se elimina VP (I) y se obtiene HP (I):

$$HP(I) = 0.5 \left(H(I-1) + H(I+1) + \frac{a}{g}(V(I-1) - V(I+1)) - \text{sen}\theta\Delta t(V(I-1) + V(I+1)) - \frac{a}{4gD}f\Delta t \{V(I-1)|V(I-1)| - V(I+1)|V(I+1)|\} \right) \quad (14)$$

Análogamente, al restar las ecuaciones (12) y (13) se obtiene VP (I):

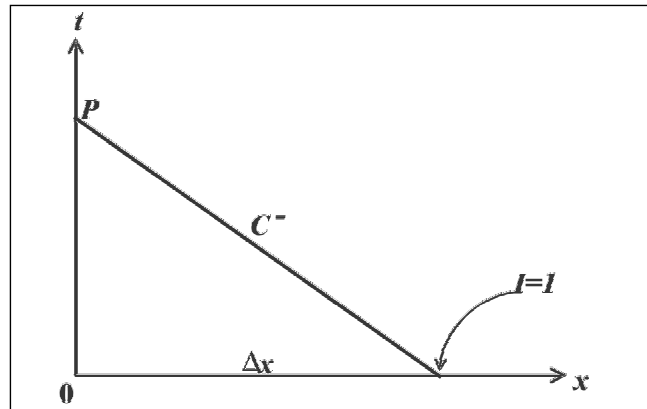
$$VP(I) = 0.5 \left(V(I-1) + V(I+1) + \frac{g}{a}(H(I-1) - H(I+1)) - \text{sen}\theta\Delta t(V(I-1) - V(I+1)) - \frac{f}{4D}\Delta t (V(I-1)|V(I-1)| + V(I+1)|V(I+1)|) \right) \quad (15)$$

Las ecuaciones (14) y (15) se emplean en un circuito continuo para despejar VP y HP desde I = 1 hasta I = N - 1. Por otra parte, se utilizan las condiciones de contorno para despejar HP(0), VP(0) y HP(N), VP(N). Obtenidas estas, se pueden escribir los resultados, y después se sustituyen los valores de V(I) y H(I) por los valores de VP(I) y HP(I), incrementando el tiempo y repitiendo el proceso.

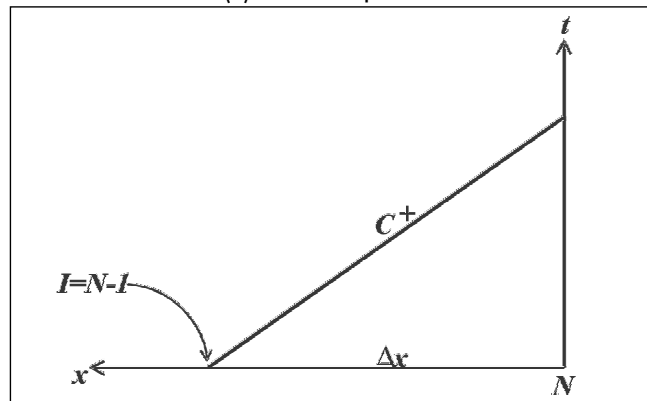
Condiciones de contorno

En el extremo aguas arriba o de la izquierda, la expresión (13) para la característica C- (para I = 0) proporciona una ecuación en las dos incógnitas VP(0) y HP(0) (Figura 5a). Se necesita una condición exterior a la tubería para resolver la ecuación. Por ejemplo, considerando un depósito en el extremo aguas arriba, con altura HR por encima de la línea central de la tubería. Despreciando las pérdidas menores en la entrada, se puede aplicar la ecuación de Euler no permanente, dando como resultado:

$$HR = HP(0) + \frac{(VP(0))^2}{2g} \quad (16)$$



(a) Extremo izquierdo



(b) Extremo derecho

Figura 5. Condiciones de contorno.

No obstante, para el flujo de retorno, HR = HP(0). Utilizando esta expresión y la ecuación (13) se determina HP(0) y VP(0). Otro ejemplo de una condición de contorno aguas arriba es el caudal en función del tiempo, lo que permite una solución fácil.

En el extremo aguas abajo o de la derecha de la tubería, ocurre la característica C^+ mediante la ecuación (12) para $l = N$ (Figura 5b). Se necesita una condición externa, que puede ser una válvula. Para flujo permanente a través de la válvula considerada como un orificio,

$$AV_0 = (C_d A_v)_0 \sqrt{2gH_0} \quad (17)$$

siendo A el área de la tubería, H_0 la altura a través de la válvula, $(C_d A_v)_0$ el área del orificio por el coeficiente de desagüe y V_0 la velocidad en régimen permanente en la tubería. En general, para otro orificio:

$$AVP(N) = C_d A_v \sqrt{2gHP(N)} \quad (18)$$

Dividiendo la ecuación (18) entre la (17), se obtiene:

$$\frac{VP(N)}{V_0} = \tau \sqrt{\frac{HP(N)}{H_0}} \quad (19)$$

Donde τ es el coeficiente de abertura de la válvula sin dimensión ($\tau = 1$ para flujo permanente y se reduce a cero cuando la válvula se cierra). Entre las ecuaciones (19) y (12) se obtienen $VP(N)$ y $HP(N)$. Generalmente, se proporciona τ en función de t . La solución implica resolver una ecuación cuadrática y es importante tomar bien el signo. La ecuación de τ para el cierre de la válvula es:

$$\tau = \left(1 - \frac{t}{T_c}\right)^m \quad (20)$$

Donde T_c es el tiempo de cierre de la válvula.

Descripción del problema

Se trata de desarrollar un motor de cálculo en Scilab que permita caracterizar el fenómeno del golpe de ariete al cierre de una válvula en el extremo aguas abajo de una tubería.

Datos del problema

$L = 5743.5$ ft	$a = 3927$ ft/s	$D = 4$ ft	$H_0 = 300$ ft
$V_0 = 3.6$ ft/s	$T_c = 6.2$ s	T máx. = 10 s	$\Delta H_{\text{teórico}}^- = \left \frac{2L\Delta V}{gt_c} \right $
$m = 3.2$	$Tr = \frac{2L}{a} = 2.93$ s	$f = 0.019$	$\Delta H_{\text{teórico}}^+ = \left \frac{2L\Delta V}{gt_r} \right $

Solución con Scilab y verificación con la solución teórica (Allaire y Kaber, 2002; Mora, 2005)

Antes de resolver el problema planteado es importante conocer si el cierre es rápido o lento, ya que esto determina diferencias significativas en el comportamiento de la

tubería ante el fenómeno de golpe de ariete. Para esto, se compara el tiempo de retorno Tr con el de cierre Tc . Si $Tc > Tr$, significa que el cierre es lento, lo contrario indica un cierre rápido.

En el problema el cierre es lento. Debido a esto existen cambios de presión diferentes del lado positivo y negativo de la válvula (ΔH y ΔH^+). Por tanto, es necesario determinar estos dos valores.

El ΔH negativo de acuerdo a la aproximación teórica es 207.14 ft ($\Delta V = 0 - 3.6 = -3.6$ ft/s). Por otra parte, de la simulación con Scilab se obtiene por interpolación lineal que el valor de H para $t = Tc$ es aproximadamente 73.72 ft. El valor de H para $t=0$ es $H_0=300$ ft. De tal manera que ΔH es aproximadamente:

$$\Delta H = |73.72 - 300| = 226.27 \text{ ft}$$

El porcentaje de variación entre el valor teórico y el de simulación es:

$$\% \text{ Variación} = \frac{(226.27 - 207.14)}{207.14} * 100 = 9.24 \%$$

El ΔH positivo de acuerdo a la aproximación teórica, es 354.30 ft ($\Delta V = -2.91$ ft/s). Se trabaja con Tr ya que el cierre lento de la válvula hace que en el tiempo Tr se genere una caída de presión que determina el límite máximo para el ΔH positivo. En el tiempo Tr , de acuerdo al cerrado de la válvula se registra una velocidad de 0.69 ft/s ($\Delta V = 0.69 - 3.6 = -2.91$ ft/s).

Por otra parte, de la simulación con Scilab se obtiene que el valor de H para $t = Tr$, es aproximadamente 658.13 ft. Para $t = 0$, el valor inicial de H es 300 ft, de tal manera que ΔH es:

$$\Delta H = |658.13 - 300| = 358.13 \text{ ft}$$

El porcentaje de variación entre el valor teórico y el de simulación es:

$$\% \text{ Variación} = \frac{(358.13 - 354.30)}{354.30} * 100 = 1.08 \%$$

De los resultados obtenidos en los porcentajes de variación, se puede observar que es muy satisfactoria la predicción de los cambios de presión, ya que estos porcentajes son realmente bajos, aclarando que la variación entre los ΔH negativos está justificada en el hecho de que la simulación con Scilab requirió de una interpolación lineal que introdujo error en el cálculo del porcentaje de variación, mientras que para ΔH positivo no hubo necesidad de realizarla.

De acuerdo con este análisis se puede concluir que es confiable emplear el simulador desarrollado en Scilab con el valor agregado de obtener toda la respuesta espacio-temporal del fenómeno que permite entender de manera más profunda la secuencia de ocurrencia del golpe de ariete.

Es importante notar que el ΔH negativo hallado no indica necesariamente la presencia de presiones negativas en la tubería, sino que la presión determinada en el tiempo de cierre es inferior a la registrada al inicio del cierre de la válvula.

En la Figura 6 se presenta el comportamiento de las velocidades y la altura piezométrica en el extremo aguas arriba, en la mitad y en el extremo aguas abajo de donde se encuentra la válvula. Los resultados son muy interesantes y merecen algunos análisis como los siguientes:

- 1) En la gráfica de velocidad aguas arriba puede observarse que para $t=1.465s$ (correspondiente a L/a) se empieza a registrar una caída en la velocidad, ya que, justo en este tiempo la onda llega a este punto y empieza a retornar hacia la válvula aguas abajo. Esto hace que la velocidad aguas arriba comience a disminuir y que se inicie un pequeño incremento en la presión o altura piezométrica, que puede justificarse en el hecho que el cierre es lento y por tanto, el incremento de la presión es moderado, ante la presencia de una frontera parcialmente cerrada en el instante de llegada de la onda en el punto aguas arriba.
- 2) En la gráfica de H aguas arriba puede notarse que para $t=5.86s$ (correspondiente a $4L/a$) se inicia un pequeño descenso en la presión, dado que justo en este tiempo la onda llega a la válvula y se refleja hacia aguas arriba, sin que aún esté cerrada totalmente la válvula, ya que el tiempo de cierre es $T_c = 6.2s > 5.86s$.
- 3) El comportamiento de las gráficas de velocidad y altura piezométrica en la mitad de la tubería muestran que los cambios de velocidad son menos fuertes que aguas arriba. Sin embargo, el volumen de control es más confinado y por tanto los incrementos de presión son drásticos respecto a los que se presentan aguas arriba.
- 4) En el extremo aguas debajo de donde se encuentra la válvula se presentan los incrementos de presión más críticos, al soportar la mayor columna de agua. Además es el punto donde se genera la onda inicialmente.
- 5) Por último, puede verse en la gráfica H aguas abajo, que en $t=2.93s$ (correspondiente a $Tr=2L/a$) comienza a disminuir la presión debido a que en este instante aún no se ha cerrado totalmente la válvula y por tanto es posible disipar la presión con la salida de fluido. Si el cierre fuera rápido la presión se mantendría constante y luego descendería hasta presentarse valores negativos que pueden generar cavitación. En contraste, cuando el

cierre es lento inmediatamente llega la onda a la válvula después de haberse reflejado del punto aguas arriba, la presión generada puede disiparse con la salida de fluido y se puede prevenir la aparición de presiones negativas nocivas para cualquier sistema hidráulico.

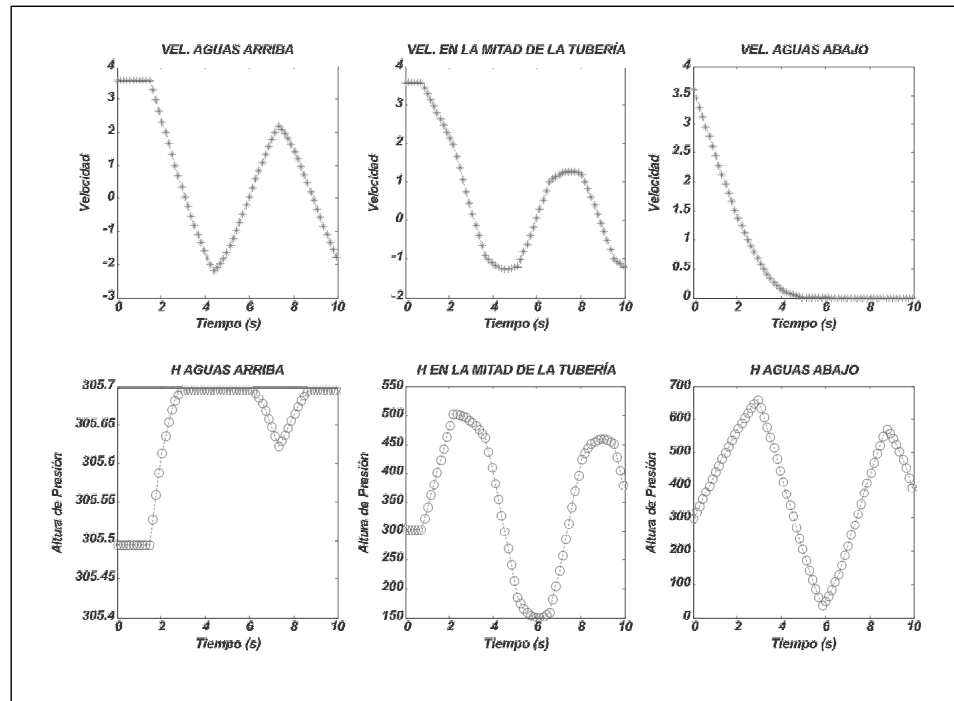


Figura 6. Evolución del golpe de ariete aguas arriba, aguas abajo y en la mitad de la tubería.

Conclusiones y recomendaciones

La solución computacional del problema del golpe de ariete con Scilab mediante el método de características permite entender de manera más completa y eficiente el comportamiento de las variables de estado: velocidad y altura piezométrica, y existe la posibilidad de variar las condiciones de frontera para diferentes casos como cierres rápidos o lentos. Estos aspectos generan una flexibilidad inigualable frente a las rígidas soluciones teóricas con las cuales se obtienen resultados parciales del fenómeno, como son: los cambios máximos de velocidad y presión.

Los porcentajes de variación obtenidos de 9.24% para ΔH negativo y 1.08% para ΔH positivo muestran una buena confiabilidad de la aplicación desarrollada en Scilab. Sin embargo, debe aclararse que el porcentaje de 9.24% para ΔH negativo se encuentra afectado por los errores de la interpolación lineal que se realizó previamente para el cálculo de este porcentaje, mientras que el porcentaje de 1.08 no está afectado sino por los errores de redondeo propios del método numérico. En definitiva los errores reales están alrededor del 1%, lo cual garantiza un grado de confianza muy satisfactorio para la herramienta de simulación.

Los resultados gráficos de altura piezométrica H del ejemplo de cierre lento muestran que existe una asimetría entre los cambios positivos y negativos ΔH , característica represen-

tativa del cierre lento, mientras que en cierres rápidos la literatura muestra que la curva es simétrica en la magnitud de sus ΔH positivo y negativo.

La verificación de los valores de velocidad y altura piezométrica en otros programas comerciales es difícil de realizar ya que no existen muchos paquetes para la simulación de transitorios hidráulicos y los que existen son muy costosos y de acceso restringido.

De manera cotidiana se usa *software* comercial para la simulación de diferentes fenómenos naturales con muy buenos resultados; sin embargo, esto hace que exista una dependencia tecnológica fuerte respecto a los productos que ofrece el mercado. El desarrollo de herramientas propias exige un "compromiso total" del investigador, ya que este debe adentrarse de manera profunda en los aspectos conceptuales, físicos, matemáticos y computacionales de los fenómenos y por tanto el valor agregado para quienes "hacen directamente" sus propias herramientas es que pueden manipularlas, mejorarlas o adecuarlas a las necesidades propias de su actividad académica, científica o de consultoría.

El desarrollo de *software* es una actividad que lleva un buen tiempo, que exige un compromiso personal y que no se puede delegar; sin embargo, con pasos firmes pueden lograrse resultados satisfactorios.

Nomenclatura

L : longitud de la tubería

a : velocidad del sonido

D : diámetro de la tubería

f : factor de fricción

V_o : velocidad del fluido

T_c : tiempo de cierre

T máx. : tiempo máximo

T_r : tiempo de retorno

Bibliografía

- Allaire, G.; Kaber, S.M., *Introduction à Scilab*, 2002.
 Balbás, A., Gil, J. A., *Programación Matemática.*, Ed. Ac., 1990.

Bratley, B., Fox, L. A., *Guide to Simulation.*, Second Edition, Ed. Springer Verlag, 1996

Burden and Faires., *Análisis Numérico*, 6ª Edición, Ed. Thomson Internacional, 1998.

Caro, A., Sepúlveda, C., *Fundamentos de Scilab y Aplicaciones*, Licencia GNUFDL, 2004⁷.

Franzini, J. B., Finnemore, E. J., *Mecánica de Fluidos con Aplicaciones en Ingeniería.*, Novena Edición, Mcgraw-Hill Interamericana, 1999.

Fourer, R., Gay, D. Kernighan B. W., *A Modeling Language for Math Programming Package.*, Ed. Duxbury Press, 1999.

Giles, R. V., Evett, J. B., *Mecánica de los Fluidos e Hidráulica.*, Tercera Edición, Mcgraw-Hill Interamericana, 1994.

Gómez, C., *Engineering and Scientific Computing with Scilab.*, Ed. Birkhauser, 1997.

Mora, H., *Introducción a Scilab.*, Universidad Nacional de Colombia, 2005.

Mott, R. L., *Mecánica de Fluidos Aplicada.*, Cuarta Edición, Ed. Prentice-Hall, 1996.

Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H., *Fundamentos de Mecánica de Fluidos.*, Ed. Limusa, 2002.

Potter, M. C., Wiggert, D. C., *Mecánica de Fluidos.*, Tercera Edición, Ed. Thomson, 2002.

Ríos, D., Martín, J., *Simulación: Métodos y Aplicaciones.*, Ed. Ra-Ma, 1997.

Rodriguez, W., Pallares, M. R., *Desarrollo del Motor de Cálculo Condens 1.0 en Diferencias Finitas para Modelar Problemas Electroestáticos 2D.*, *Revista Ing. Investig.*, Vol. 54, 2004, pp. 85 -94.

Rosen, K. H., *Discrete Mathematics and its Applications.*, Ed. Mcgraw-Hill, 1995.

Saldarriaga, J., *Hidráulica de Tuberías.*, Ed. Mcgraw-Hill, 1998.

Sotelo, G., *Hidráulica General.*, Ed. Limusa, 1999.

Streeter, V., Wylie, B., *Mecánica de Fluidos.*, Ed. Mcgraw-Hill, 2000.

Urroz, G., *Numerical and Statistical Methods with Scilab for Sciences and Engineering.* Booksurge, 2001.

White, F. M., *Fluid Mechanics.*, Third Edition, Ed. Mcgraw-Hill, 1994.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., *El Método de los Elementos Finitos.*, Ed. Mcgraw-Hill, 1994.

⁷ Copyright© 2004. Andrés Alfonso Caro & Cesar Valero Sepúlveda. Permiso para copiar, distribuir y/o modificar este documento bajo los términos de la Licencia de Documentación Libre GNU (GNUFDL), Versión 1.2 o cualquier otra versión posterior publicada por la Free Software Foundation