Postoji još jedna mogućnost transformacije intervalnog linearnog programa u obični linearni program sa uglavnom istim negativnim posljedicama. Može se u (1) supstituirati

$$y = Ax \tag{9}$$

i staviti

$$x = x^{+} - x^{-}, \; (x^{+}, x^{-} \geq 0)$$

u (1) i (9) pa se dobije slijedeći ekvivalentni problem:

$$\begin{aligned} & max\ (c'x^{+} - c'x^{-}) \\ & Ax^{+} - Ax^{-} - y = 0 \\ & b^{-} \leq y \leq b^{+} \\ & x^{+}, x^{-} \geq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

Ovaj problem sa omeđenim varijablama y_i rješava se ili Dantzigovom direktnom metodom ili Wagnerovom dualnom metodom za gornje ograde. Naime, donjih ograda se možemo lako osloboditi ako uvedemo novi vektor $y— \geq 0$ tako da je $b— + y— = y$ (usporediti Lj. Martić [3], str. 308). Problem (10) ima m primarnih i m sekundarnih ograničenja sa $2(n + m)$ varijabli, uključivši artificijelne.

Optimalna rješenja mogu se eksplicite napisati, kako su pokazali A. Ben-Israel i A. Charnes [2], ako je intervalni program (1) ograničen a matrica A ima rang jednak broju redaka, tj. $r(A) = m$. S. Zlobec i A. Ben-Israel [6] su proširili taj rezultat na slučaj kad je A proizvoljnog ranga. Sva ta eksplicitna rješenja temelje se na nekim rezultatima R. Penrosea [4], A. Ben-Israela i A. Charnesa [1] o generaliziranim inverznim matricama. U posljednjem citiranom radu nalazi se i jedan mali prilog pisca ovih redaka.

Polazeći od rezultata Ben-Israela i Charnesa, riješio je Philip D. Robers [5] opći problem intervalnog linearnog programiranja. On je našao dvije konačne interativne metode: tzv. suboptimalnu metodu i jedan algoritam baziran na Dantzig — Wolfeovom principu dekompozicije. U dodatku svojoj disertaciji Robers je dao za suboptimalnu metodu program pisan u Fortranu IV za CDC 6400 kompjutor. Do sada izvršeni eksperimenti u numeričkom centru Northwestern univerziteta pokazali su da suboptimalna metoda znatno brže rješava problem (1) nego simpleks metoda ekvivalentni problem (5).

Na kraju se ponovno vraćamo primjenama intervalnog linearnog programiranja. Postoji više aplikacija linearnog programiranja koje na prirodni način dolaze u formi intervalnih linearnih programa ili se u tu formu mogu lako transformirati. Osim proizvodnih linearnih programa tu spadaju i neki programi investicija, neki problemi iz strukturalne analize, problemi blendinga i smjese sa tolerancijama i drugi. Modeli za te probleme su u pravilu velikih dimenzija pa je traženje efikasnijih metoda za njihovo rješavanje od velikog praktičkog značenja.

Ljubomir MARTIĆ

Fakultet ekonomskih nauka,
Zagreb

LITERATURA

[1] A. Ben-Israel and A. Charnes, »*Contributions to the Theory of Generalized Inverses*«, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 11 (1963), 667—699.

[2] A. Ben-Israel and A. Charnes, An Explicit Solution of a Special Class of Linear Programming Problems, Operations Research, vol. 16, 1968, No 6, 1166—1175.

[3] Lj. Martić, *Matematičke metode za ekonomske analize*, II svezak, Zagreb, 1966.

[4] R. Penrose, »A Generalized Inverse for Matrices«, Proc. *Cambridge Philos. Soc.* 51(1955), 406—413.

[5] Ph. D. Robers, *Interval Linear Programming*, Dissertation, Northwestern University, Evanston, August 1968.

[6] S. Zlobec and A. Ben-Israel, *On Explicit Solutions of Interval Linear Programs*, Systems Research Memorandum No. 210, Northwestern University, Septembar, 1968.

NEKI ASPEKTI PROBLEMA RASPODELE DOPUNSKIH SREDSTAVA NERAZVIJENIM PODRUČJIMA

Dosadašnja istraživanja[1]) su pokazala da jedan od osnovnih problema u raspodeli dopunskih sredstava nerazvijenim područjima jeste određivanje potreba i sopstvenih mogućnosti. Ovo je istovremeno i jedan od najtežih problema bez čijeg rešavanja nije moguće vršiti rapodelu na objektivan način. No, sagledavanjem potreba i mogućnosti ne bi bili rešeni svi problemi raspodele. Ovde ćemo razmatrati ona pitanja koja treba rešavati nakon određivanja potreba i mogućnosti. Imamo u vidu pre svega budžetsku potrošnju, no, kao što će se videti kasnije, slična analiza se može izvesti i kod drugih vidova potrošnje.

Ako su potrebe i sopstvene mogućnosti određene za svako područje tada treba posmatrati razlike između ovih dveju veličina. Ako sa P_i označimo potrebe područja i, a sa M njegove sopstvene mogućnosti da finansira te potrebe, tada, uopšte uzev, mogu da nastupe sledeći slučajevi:

a) Potrebe su veće od mogućnosti: $P_i > M_i$, tj. $P_i - M_i > 0$

b) Potrebe su jednake mogućnostima: $P_i = M_i$, tj. $P_i - M_i = 0$

c) Potrebe su manje od mogućnosti: $P_i < M_i$, tj. $P_i - M_i < 0$

U slučajevima b) i c) područje i može samo da finansira svoje potrebe. Zadržaćemo se na slučaju a).

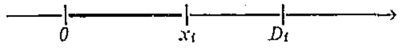
Ako su ukupna dopunska sredstva sa kojima raspolaže zajednica dovoljna da se pokriju sve razlike $P_i - M_i$, tada daljih problema u raspodeli dopunskih sredstava zapravo i nema. Procedura rapodele je u tom slučaju

1) Videti:
a) *Finansiranje društveno-političkih zajednica u SR Srbiji* — naučnoistraživački projekt Instituta društvenih nauka, Beograd, 1968.
b) *Izučavanje problema dodele dopunskih sredstava republikama na trajnoj osnovi* — naučnoistraživački projekt Jugoslovenskog instituta za ekonomska istraživanja, Beograd, 1968.

veoma jednostavna. Pretpostavimo sada da je ukupna masa dopunskih sredstava S nedovoljna da pokrije sve razlike $P_i - M_i$, tj. da važi relacija:

$$(1) \qquad S < \sum_{i=1}^{n} (P_i - M_i), \quad (P_i - M_i > 0, \; i = 1,2 \ldots, n),$$

pri čemu je n broj područja kod kojih je razlika između potreba i mogućnosti pozitivna. U tom slučaju moguće je pokriti samo jedan deo tih razlika. Ako razliku $P_i - M_i$ označimo sa D_i, a veličinu dopunskih sredstava koju treba dodeliti području i označimo sa x_i (na početku raspodele x_i je nepoznata veličina), tada bi se slučaj mogao predstaviti na brojnoj liniji ovako:



ili nejednakostima:

$$(2) \qquad 0 \leq x_i \leq D_i = P_i - M_i, \quad i = 1,2, \ldots, n.$$

Sada treba potražiti odgovor na pitanje o tome koliko dopunskih sredstava dodeliti svakom području i. Drugim rečima, hoćemo li nekom području pokriti svu razliku D_i ili samo jedan njen deo i koji deo, ili ćemo mu čitavu tu razliku ostaviti nepokrivenom, bez obzira na njegove potrebe koje smo ranije utvrdili.

Da bi se dao odgovor na ovo pitanje, neophodno je znati šta se želi postići raspodelom dopunskih sredstava. Prema tome, prethodno treba utvrditi ciljeve raspodele. Osim toga moramo voditi računa i o određenim uslovima ili ograničenjima pod kojima treba izvršiti raspodelu. Po svojoj suštini, dakle, problem raspodele dopunskih sredstava ima karakter optimalizacije. Drugim rečima, od svih mogućih raspodela treba odabrati onu koja je, sa stanovišta postavljenih ciljeva ili kriterija, najpovoljnija. Očigledno je da sve raspodele nemaju tu osobinu. Ovde ćemo diskutovati nekoliko mogućih kriterija i uslova za pomenutu raspodelu.

1. JEDNAKO ZADOVOLJENJE POTREBA

U slučaju kada važi relacija (1), jedan od ciljeva raspodele bi mogao biti sledeći: želimo da izvršimo takvu raspodelu dopunskih sredstava, tj. da odredimo nepoznate x_i tako da potrebe P_i u svim područjima kojima dodeljujemo sredstva budu zadovoljene u jednakoj meri. Zato posmatrajmo odnos:

$$(3) \qquad \lambda_i = \frac{M_i + x_i}{P_i},$$

gde P_i označava ukupne budžetske potrebe područja i, M_i njegove ukupne sopstvene mogućnosti da finansira potrebe P_i, a x_i za sada nepoznata dopunska sredstva u ukupnom iznosu, koja treba dodeliti području i. Sve tri veličine mogu biti posmatrane i u iznosima po glavi stanovnika, no, lako je pokazati da to nema uticaja na krajnja rešenja.

Izraz (3) označava nivo zadovoljenja potreba područja i. On zapravo izražava procenat zadovoljenja tih potreba. Ako društveni organ, koji vrši raspodelu dopunskih sredstava želi da potrebe svih područja čije su razlike $P_i - M_i$ pozitivne zadovolji u jednakoj meri, onda očigledno moraju važiti relacije

$$(4) \qquad \frac{M_1 + x_1}{P_1} = \frac{M_2 + x_2}{P_2} = \ldots = \frac{M_n + x_n}{P_n} = \lambda,$$

gde je λ za sada nepoznata konstanta, koja zapravo izražava meru zadovoljenja potreba P_i.

Relacije (4) matematički izražavaju cilj koji se želi ostvariti raspodelom. Pri tome je neophodno voditi računa o uslovu da suma dodeljenih sredstava pojedinačnim područjima ne može biti veća od ukupne raspoložive količine dopunskih sredstava S. Prema tome mora važiti relacija:

$$(5) \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i \leq S.$$

Za sada nema razloga protiv raspodele *ukupne* veličine S. Naime, ako su sredstva S već raspoloživa, a razlike $P_i - M_i$ se ne mogu pokriti u celini, onda je prirodno da se ide na raspodelu čitavog iznosa S. Zato ćemo staviti:

$$(6) \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = S.$$

Sada se, dakle, postavlja zadatak da se odrede veličine x_i (konkretni iznosi dopunskih sredstava za svako područje i) i veličina λ tako da budu zadovoljene jednakosti (4) i (6), pod pretpostavkom da su veličine P_i, M_i i S date. Zadatak je jednostavno rešiti. Pre svega iz relacija (4) dobijamo:

$$(7) \qquad \begin{aligned} x_1 &= \lambda \, P_1 - M_1, \\ x_1 &= \lambda \, P_2 - M_2, \\ &\;\;\vdots \\ x_n &= \lambda \, P_n - M_n. \end{aligned}$$

Sabirajući jednakosti (7) i vodeći računa o relaciji (6) dobijamo:

$$(8) \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = \lambda \sum_{i=1}^{n} P_i - \sum_{i=1}^{n} M_i = S,$$

odakle sledi

$$(9) \qquad \lambda = \frac{S + \sum\limits_{i=1}^{n} M_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} P_i} = a\, S + b,$$

gde su $a = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} P_i}$, $b = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i}$ konstante. Kako je po uvedenoj pretpostavci i S konstanta to se za λ dobija numerička vrednost. Njeno unošenje u jednakosti (7) daje numeričke vrednosti za x , tj. konkretnu visinu dopunskih sredstava za područje i. Time bi problem raspodele dopunskih sredstava bio rešen, pod uslovom da smo usvojili cilj (4) i jedini uslov za raspodelu (6).

Ostaju još neki aspekti ovako izraženog problema za diskusiju.

a) *Granice za veličinu x_i.*

Relacijom (2) su postavljene granice za nepoznatu veličinu x_i. One su nam u početku izgledale logične, jer u određivanju konkretne visine dopunskih sredstava za područje i formalno može da nastupi jedan od sledeća tri slučaja:

1) ili područje i neće dobiti nikakva sredstva, kada će važiti jednakost $x_i = 0$,

2) ili će područje i dobiti neka sredstva, ali manja od razlike D_i, kada će važiti nejednakosti $0 < x_i \quad D_i$,

3) ili će područje i dobiti tačno onoliko koliko će mu biti potrebno da pokrije razliku D_i, kada će važiti jednakost $x_i = D_i$.

Na početku razmatranja problema raspodele, kada nismo znali cilj i uslove raspodele, nismo mogli tačno znati vrednost za x_i, pa prema tome ni to koja će od tri navedene mogućnosti nastupiti. Međutim, imajući u vidu cilj (4), uslov (6) i osnovnu pretpostavku (1), pitanje je nisu li granice (2) suvišne ili kontradiktorne cilju, uslovu i pretpostavci.

Pokazaćemo prethodno da je gornja granica za x_i iz nejednakosti (2) suvišna, tj. da je ona direktna posledica naše osnovne pretpostavke izražene nejednakošću (1). Pre svega, nejednakost (1) može da se napiše u obliku:

$$S < \sum_{i=1}^{n} P_i - \sum_{i=1}^{n} M_i \tag{10}$$

ili

$$S + \sum_{i=1}^{n} M_i < \sum_{i=1}^{n} P_i . \tag{11}$$

Deobom ove nejednakosti sa konstantom $\sum_{i=1}^{n} P_i$ i vodeći računa o jednakosti (9) koja određuje λ, direktno zaključujemo da je $\lambda < 1$. Iz jednakosti (9) takođe se da zaključiti da je λ pozitivan broj. Prema tome važi nejednakost:

$$0 < \lambda < 1. \tag{12}$$

Kako je još $M_i > 0$ za svaku vrednost indeksa i, to iz nejednakosti

$$\lambda P_i < P_i ,\ i = 1,2, \ldots , n$$

sledi

$$x_i = \lambda P_i - M_i < P_i - M_i ,\ i = 1,2, \ldots , n. \tag{13}$$

Prema tome, gornja granica iz nejednakosti (2) je posledica naše pretpostavke (1), pa u modelu raspodele (4) — (6) o njoj ne treba posebno voditi računa.

Što se tiče donje granice za x_i, ona se na osnovu novih pretpostavki i već izvedenih zaključaka može odrediti na sledeći način. Na osnovu činjenice da je $P_i > 0$, $i = 1,2,\ldots, n$, kao i na osnovu nejednakosti (12) mora biti:

$$M_i + x_i > 0,\ i = 1,2, \ldots , n, \tag{14}$$

odakle sledi:

$$x_i > - M_i ,\ i = 1,2, \ldots , n. \tag{15}$$

Iz poslednje nejednakosti sledi da pod uslovom $x_i \geqslant 0$ ne bi bilo moguće uvek rešiti sistem jednačina (4) i (6). Mora se, dakle, dopustiti da x_i bude i negativna veličina. Ovakva konstatacija otvara nove probleme.

Ako se dopusti da neko x_i bude negativno to će značiti da području i treba oduzeti iznos x_i od njegovih sopstvenih mogućnosti i tu sumu dodeliti nekom drugom području da bi se ostvario cilj zadovoljenja potreba u jednakoj meri. Međutim, takva nova preraspodela unutar nerazvijenih područja bi bila veoma nepodesna iz mnogih razloga. Interesantno je videti pod kojim uslovima će na nju ipak morati da se ide, odnosno pod kojim uslovima do nje neće doći. Potražimo prvo uslove koji neće dovesti do preraspodele, tj. do negativnih rešenja za x_i. Ako se zahteva da važi nejednakost $x_i \geqslant 0$, $i = 1,2,\ldots, n$, tada bi na osnovu jednakosti (7) moralo biti:

$$x_i = \lambda P_i - M_i \geqslant 0,\ i = 1,2, \ldots , n, \tag{16}$$

tj.

$$\frac{M_i}{P_i} \leqslant \lambda,\ i = 1,2, \ldots , n \tag{17}$$

Lako se pokazuje i obratno: da iz uslova (17) sledi $x_i \geqslant 0$. Prema tome, preraspodele unutar nerazvijenih neće biti tada i samo tada kada važi uslov (17). Međutim, ako važi relacija

$$\frac{M_i}{P_i} > \lambda, \tag{18}$$

bar za jednu vrednost indeksa i tada će odgovarajuće x_i biti negativno (ali ne manje od $- M_i$) što će implicirati preraspodelu.

b) *Per capita veličine*

Do sada smo potrebe P_i, mogućnosti M_i i dopunska sredstva x_i posmatrali kao globalne veličine. Napomenuli smo da je rešenje modela (4) —

(6) isto ako ove veličine uzmemo u per capita iznosu. Relacija (6) u tom slučaju izgleda:

$$\sum_{i=1}^{n} s_i \overline{x}_i = S, \tag{19}$$

gde je s_i broj stanovnika područja i, a $\overline{x}_i$ per capita iznos dopunskih sredstava za područje i.

Interesantno je ukazati na jednu činjenicu u vezi sa prosečnim potrebama po stanovniku. Naime, ako iz bilo kojih razloga moramo uzeti u razmatranje prosečne potrebe po glavi stanovnika, koje ćemo označiti sa $\overline{P}$ — recimo da to bude jugoslovenski prosek, tada se može pokazati da rešenja x_i ne zavise od tako definisanih potreba, pod uslovom da je S data veličina, koja je manja od razlike između ukupnih potreba i ukupnih sopstvenih mogućnosti svih područja kojima se dodeljuju dopunska sredstva. Pretpostavimo, dakle, da sva područja imaju jednake potrebe $\overline{P}$ po glavi stanovnika, zatim da su njihove mogućnosti $\overline{M}_i$ takođe izražene po stanovniku, no, naravno različite i da $\overline{x}_i$ predstavlja nepoznata dopunska sredstva po glavi stanovnika za područje i. Tada bi se jednakosti (4) svele na:

$$\frac{\overline{M}_i + \overline{x}_i}{\overline{P}} = \lambda, \quad i = 1,2,\ldots,n. \tag{20}$$

Vodeći računa o jednakostima (19) i (20) vrednost konstante λ data je izrazom:

$$\lambda = \frac{S + \sum_{i=1}^{n} s_i \overline{M}_i}{\overline{P} \sum_{i=1}^{n} s_i} = \overline{a}\, S + \overline{b}, \tag{21}$$

pri čemu je $\overline{a} = \dfrac{1}{\overline{P} \sum_{i=1}^{n} s_i}$ i $\overline{b} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} s_i \overline{M}_i}{\overline{P} \sum_{i=1}^{n} s_i}$

Rešenja x_i data su izrazima:

$$\overline{x}_i = \lambda\, \overline{P} - \overline{M}_i, \quad i = 1,2,\ldots,n, \tag{22}$$

Globalni iznosi dopunskih sredstava za svako područje se dobijaju kada se jednakosti (22) pomnože sa konstantama s_i:

$$x_i = s_i \overline{x}_i = \lambda\, \overline{P} \cdot s_i - s_i M_i, \quad i = 1,2,\ldots,n. \tag{23}$$

Zamenjujući vrednost za λ iz (21) u (22) i (23) respektivno, dobijamo:

$$\overline{x}_i = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} s_i} S + \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i \overline{M}_i}{\sum_{i=1}^{n} s_i} - \overline{M}_i, \quad i = 1,2,\ldots n, \tag{24}$$

odnosno:

$$x_i = s_i \overline{x}_i = \frac{s_i}{\sum_{i=1}^{n} s_i} S + \frac{s_i \sum_{i=1}^{n} s_i M_i}{\sum_{i=1}^{n} s_i} - s_i \overline{M}_i, \quad i = 1,2,\ldots,n, \tag{25}$$

odakle se vidi da ni visina dopunskih sredstava po glavi stanovnika niti njihov globalni iznos za područje i ne zavise od prosečnih potreba po glavi stanovnika $\overline{P}$, ma kako ih mi visoko uzeli.

Iz obrasca (21) se vidi da λ zavisi od S i $\overline{P}$. U slučaju kada je S data veličina tada povećanje $\overline{P}$ smanjuje λ. To, drugim rečima, znači da povećanje prosečnih potreba smanjuje nivo njihovog zadovoljenja. No, videli smo da takve promene ne utiču na konkretnu visinu dopunskih sredstava (pod pretpostavkom da je S konstanta).

Treba napomenuti da je ovaj zaključak interesantan samo u slučaju kada ukupnim raspoloživim sredstvima S nije moguće pokriti sve potrebe. Dakle, cela diskusija pod tačkom b) i njeni zaključci važe samo pod pretpostavkom da je zbir razlika između potreba $\overline{P}$ i mogućnosti M_i veća od raspoloživog ukupnog iznosa S. Drugim rečima, naši zaključci važe pod pretpostavkom da važi nejednakost:

$$S < \sum_{i=1}^{n} s_i (\overline{P} - \overline{M}_i). \tag{26}$$

U slučaju da važi jednakost ili obratna nejednakost procedura raspodele je jednostavna.

c) *Relacija* $\lambda = a\, S + b$.

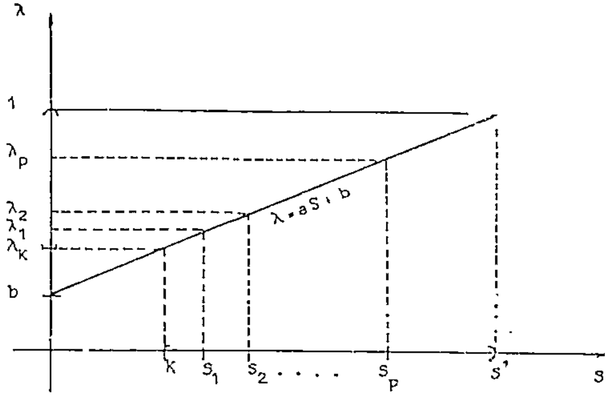
Jednakosti (9) i (21) daju nam vezu između λ, S, potreba P_i i $\overline{P}$ i mogućnosti M_i i $\overline{M}_i$. Ako su potrebe i mogućnosti unapred utvrđene tada pomenute jednakosti izražavaju jednu linearnu vezu između λ i S tipa $\lambda = aS + b$ ili $\lambda = \overline{a}\, S + \overline{b}$ u zavisnosti od toga da li posmatramo ukupne ili per capita veličine, pri čemu su a, b, $\overline{a}$ i $\overline{b}$ dati izrazima:

$$a = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} P_i}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i} \tag{27}$$

i

$$\overline{a} = \frac{1}{\overline{P} \sum_{i=1}^{n} s_i}, \quad \overline{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i M_i}{\overline{P} \sum_{i=1}^{n} s_i} \tag{28}$$

Pomenuta linearna zavisnost između λ i S može i grafički da se predstavi ovako:



Sl. 1.

Ovakva veza između S i λ omogućuje da se analizira nivo zadovoljenja potreba ako se menja S i obratno, da se vidi koliki mora biti S da bi se zadovoljio dati nivo potreba. Ako bi se odlučivalo o raspodeli dopunskih sredstava na osnovu napred izloženog modela, tada bi bilo nužno da se jedna od veličina S ili λ egzogeno odredi.

Relacije (9) i (21) daju mogućnost da se ispita proizvoljan broj varijanti u pogledu konkretnih veličina S i λ.

Pre nego što kažemo nešto o građenju tih varijanti pokazaćemo da je interval varijacije veličine λ znatno uži nego što to izražavaju nejednakosti (12). Naime, iz jednačine $\lambda = a\,S + b$, za $S = 0$ sledi $\lambda = b$. Kako je $S \geqslant 0$, $a > 0$ i $b > 0$, sledi da je $\lambda = b$ najniža granica za λ. Prema tome interval varijacije za λ je izražen nejednakostima:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i} \leqslant \lambda < 1 \tag{29}$$

što se vidi i sa slike 1, pri čemu b označava onaj deo ukupnih potreba svih nerazvijenih područja koji ona sama finansiraju.

Sada bi se interval $[b, 1)$ mogao tačkama podeliti na proizvoljan broj podintervala. Svaka od deonih tačaka bi predstavljala jednu vrednost za λ. Za svaku takvu vrednost moguće je izračunati odgovarajuću visinu dopunskih sredstava u ukupnom iznosu S.

Slično bi se moglo postupiti i sa veličinom S. Gornja granica za S je data nejednakošću (1), a najniža donja granica je nula. Ako bi se nekom drugom analizom utvrdila veća donja granica za S, recimo K, pri čemu je $K > 0$, tabi bi, deobom intervala $\left[K, \sum_{i=1}^{n} P_i - \sum_{i=1}^{n} M_i\right)$ na manje podintervale, mogli za S uzimati razne vrednosti unutar intervala i izračunati korespodentne vrednosti za λ kao i odgovarajuće raspodele x_i.

Dakle, varijante se mogu graditi proizvoljno u pogledu jedne od dveju veličina λ i S (naravno unutar pomenutih intervala) dok se za drugu od njih

računom dobijaju korespodentne vrednosti. Intervali varijacije za S i λ prikazani su na slici 1.

Na isti način bi se mogle analizirati i per capita veličine.

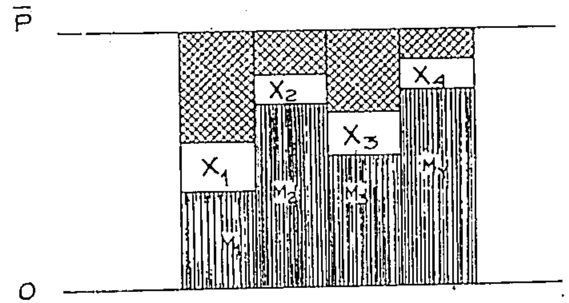
2. NEKI DRUGI KRITERIJI ZA RASPODELU

Sva dosadašnja razmatranja modela raspodele dopunskih sredstava su izvedena imajući u vidu da organ koji vrši raspodelu ima samo jedan cilj, da potrebe nerazvijenih područja budu pokrivene u jednakoj meri, pod jednim jedinim uslovom, da zbir dopunskih sredstava dodeljen'h pojedinim područjima ne premaši ukupnu raspoloživu sumu tih sredstava S. Ovo, naravno, pod pretpostavkom da su prethodno određene potrebe i mogućnosti ili da je već donesena odluka o tome na koje se prosečne potrebe treba orijentisati. Polazeći od istih pretpostavki dalje ćemo diskutovati još neke, alternativne ciljeve i uslove za raspodelu dopunskih sredstava.

Prirodno se nameće pitanje: šta bi, osim zadovoljenja potreba u jednakoj meri, mogao biti cilj raspodele dopunskih sredstava? U kontekstu celokupnog razmišljanja o ovom pitanju izgledaju nam logične tri mogućnosti. Razmotrićemo ukratko svaku od njih, pri čemu ćemo se uvek držati pretpostavke da su ukupne potrebe u svim područjima veće od njihovih sopstvenih mogućnosti da finansiraju svoje budžetske rashode.

a) Maksimiziranje ukupnog nivoa zadovoljenja potreba po glavi stanovnika na područjima koja primaju dotaciju

Pođimo opet od prosečnih potreba po glavi stanovnika $\overline{P}$ (recimo da to bude jugoslovenski prosek). Neka nam opet $\overline{M}_i$ označavaju sopstvene mogućnosti po glavi stanovnika u području i, a $\overline{x}_i$ dopunska sredstva po glavi stanovnika koja treba dodeliti području i. Za svako područje ove tri veličine predstavimo grafički na sledeći način:



Sl. 2.

Sa slike se jasno vidi da izraz $\overline{M}_i + \overline{x}_i$ predstavlja nivo zadovoljenja prosečnih potreba $\overline{P}$ za područje i, a izraz $\overline{P} - (\overline{M}_i + x_i)$ predstavlja nepokriveni deo potreba (duplo šrafirana površina na slici).

Sada bi se mogao postaviti sledeći cilj raspodele dopunskih sredstava: minimizirati ukupnu sumu nepokrivenih potreba (celo duplo šrafirano područje na grafikonu). Matematički izraz ovako izraženog cilja je sledeći:

$$(30) \qquad min \sum_{i=1}^{n} [\overline{P} - (\overline{M_i} + \overline{x_i})] = f(\overline{x_i}),$$

tj. želimo odrediti visinu dopunskih sredstava po glavi stanovnika za svako područje tako da funkcija (3) ima minimalnu vrednost.

Ako bismo procenjivali ukupne potrebe P_i za svako područje i njihove globalne mogućnosti M_i i postavili isti cilj raspodele, tada bi matematička forma toga cilja bila slična onoj u jednakosti (30). Jednakost (30) se može napisati u obliku:

$$(31) \qquad min \left\{ \sum_{i=1}^{n} (\overline{P} - \overline{M_i}) - \sum_{i=1}^{n} \overline{x_i} \right\} = f(\overline{x_i}),$$

odakle se vidi da će funkcija $f(\overline{x_i})$ dostići svoj minimum ako zbir $\sum_{i=1}^{n} \overline{x_i}$ dostigne maksimalnu vrednost, jer je $\sum_{i=1}^{n} (\overline{P} - \overline{M_i})$ konstanta, zbog pretpostavke da su $\overline{P}$ i $\overline{M_i}$ unapred određeni.

Drugim rečima, to znači da će ukupna suma nepokrivenih per capita potreba biti najmanja ako je ukupna suma raspodeljenih per capita dopunskih sredstava svim područjima najveća.

Ako se ne bi vodilo računa o izvesnim ograničenjima ili uslovima u raspodeli dopunskih sredstava, već bi se raspodela izvršila imajući u vidu samo postavljeni cilj, tada bi funkcija (31), očigledno, dostigla minimalnu vrednost koja je jednaka 0, ako bi za $\overline{x_i}$ stavili:

$$(32) \qquad \overline{x_i} = \overline{P} - \overline{M_i}, \quad i = 1,2, \ldots, n$$

tj. ako bi svakom području potpuno pokrili razliku između potreba $\overline{P}$ i mogućnosti $\overline{M_i}$.

Međutim, mi moramo voditi računa o našoj osnovnoj pretpostavci da nemamo dovoljno sredstava da pokrijemo sve razlike, koja je izražena nejednakošću (26). Osim toga mora se voditi računa i o uslovu (19). U tom slučaju naš zadatak raspodele dopunskih sredstava bi se sveo na sledeći zadatak linearnog programiranja:

$$(33) \qquad max \sum_{i=1}^{n} \overline{x_i}$$

pod uslovima:

$$(34) \qquad \sum_{i=1}^{n} s_i \overline{x_i} = S$$

$$(35) \qquad \overline{x_i} \geqslant 0, \quad i = 1,2, \ldots, n.$$

Uslovi (34) i (35) impliciraju sledeće gornje granice za veličine $\overline{x_i}$:

$$(36) \qquad \overline{x_i} \leqslant \frac{S}{s_i}, \quad i = 1,2, \ldots, n,$$

koji imaju sledeće značenje: ako se želi da nema preraspodele unutar nerazvijenih područja tj. da važe nejednakosti (35) za svako i, tada per capita dopunska sredstva za jedno područje ne mogu biti veća od per capita iznosa ukupnih sredstava S za to isto područje.

Model (33) — (35) ne reguliše međusobne odnose u raspodeli između područja. On prosto vrši takvu raspodelu koja ima za cilj da nerazvijenim područjima dodeli što više sredstava po glavi stanovnika, vodeći računa o uslovima (34) i (35), tj. o uslovu da se ne raspodeli više nego što se ima ukupnih sredstava i o uslovu da nema preraspodele unutar nerazvijenih područja. Moglo bi se pokazati da bi ovakav model vršio raspodelu u korist područja sa manjim brojem stanovnika, naime, područje sa najmanjim brojem stanovnika bi dobilo najviše dopunskih sredstava. U slučaju da područje ima mali broj stanovnika a velike sopstvene mogućnosti raspodela po modelu (33) — (35) ne bi imala smisla.

I pored pomenutog nedostatka model smo ipak formulisali i diskutovali, jer je polazeći od njega, moguće izvesti dalja razmatranja.

Kako smo već napomenuli, prezentirani model ne reguliše međusobne odnose u raspodeli između pojedinih nerazvijenih područja. Prirodno je, međutim, da društveni organ, koji vrši raspodelu, kaže ili unapred utvrdi kakve odnose želi da uspostavi. Da bi on to mogao, neophodno je analizirati ne samo ekonomske, već i socijalne, političke i druge aspekte koje ovde ne možemo razmatrati. Za sada nam je moguće, a to izgleda i opravdano da našem modelu (33) — (35) dodamo novi uslov koji područjima obezbeđuje pokrivanje per capita potreba u jednakoj meri. O ovom uslovu je diskutovano ranije i njegova matematička formulacija je data u jednakostima (20). Tako bi prošireni model (33) — (35) izgledao:

$$(37) \qquad max \sum_{i=1}^{n} \overline{x_i},$$

pod uslovima:

$$(38) \qquad \sum_{i=1}^{n} s_i \overline{x_i} = S$$

$$(39) \qquad \frac{\overline{M_i} + \overline{x_i}}{\overline{P}} = \lambda, \quad i = 1,2, \ldots, n,$$

$$(40) \qquad x_i \geqslant 0, \quad i = 1,2, \ldots, n,$$

gde je S konstanta manja od broja $\sum_{i=1}^{n} s_i, (\overline{P} - \overline{M_i})$, a λ za sada nepoznata veličina. Dakle, zadatak se svodi na to da se odrede per capita dopunska sredstva $\overline{x_i}$ za svako područje i i nepoznata veličina λ (koja označava meru zadovoljenja per capita potreba $\overline{P}$), tako da ukupno raspodeljena per capita sredstva budu maksimalna, zatim da se raspodele sva dopunska sredstva, da potrebe $\overline{P}$ budu zadovoljene u jednakoj meri i da nema preraspodele među nerazvijenim područjima.

Lako je uočiti da je model (37) — (40) jednostavan i da između njega i modela (19) — (20), diskutovanog u odeljku 1. b), postoji određena ekvivalencija.

Pre svega, iz modela (19) — (20) sledi da će nivo potreba λ biti tim više zadovoljen ako je veći ukupni iznos dopunskih sredstava S, što je i inače jasno. Dakle, λ je maksimalan ako je S maksimalno (vidi relaciju (21).).

S druge strane, ako se vrednosti za $\overline{x}_i$ iz jednakosti (22), koje se dobijaju i iz uslova (39), uvrste u funkciju (37) dobija se:

$$(41) \qquad \sum_{i=1}^{n} \overline{x}_i = \sum_{i=1}^{n} (\lambda \overline{P} - \overline{M}_i) =$$

$$= \left\{ n\lambda \overline{P} - \sum_{i=1}^{n} \overline{M}_i \right\}$$

Kako je izraz $\sum_{i=1}^{n} M_i$ konstanta, to će izraz $\sum_{i=1}^{n} \overline{x}_i$ biti maksimalan ako je λ maksimalno. Uslovi (38) i (39), iz kojih sledi relacija (21), pokazuju da će λ biti maksimalno ako je S maksimalno. S obzirom na prethodni zaključak o modelu (19) — (20), sledi da su modeli (19) — (20) i (37) — (40) ekvivalentni. Prema tome raspodela dopunskih sredstava će biti ista i u jednom i u drugom slučaju.

Model (37) — (40) bi bio interesantan jedino u slučaju ako bi na mesto uslova (39) prihvatili neki drugi uslov koji bi na drugačiji način definisao odnose u raspodeli među nerazvijenim područjima. Napomenimo samo to da ako bi, na primer, iz političkih ili drugih razloga, bilo neophodno da neka područja ne dobiju manje dopunskih sredstava nego prethodne godine, dok bi druga područja, recimo, trebalo da dobiju dopunska sredstva koja su u srazmeri sa porastom njihovih nacionalnih dohodaka, tada bi takva, verbalno izražena ograničenja mogla dobiti svoj matematički izraz, koji bi zamenio relaciju (39). U tom slučaju bi model (37) — (40) izgledao drugačije.

b) *Smanjivanje razlika između razvijenih i nerazvijenih*

U kontekstu politike raspodele dopunskih sredstava posebno su značajne razlike između razvijenih i nerazvijenih područja. Ako se iz bilo kojih razloga mora dopustiti da postoje razlike u nivou i kvalitetu pojedinih delatnosti, koje se finansiraju iz budžeta, onda se postavlja pitanje kolike te razlike treba da budu. Poznato je, na primer, da je razlika u nivou i kvalitetu obrazovne delatnosti između pojedinih područja jako velika. Razlike su znatne i u drugim delatnostima i sa stanovišta celokupne društvene zajednice moglo bi biti poželjno da te razlike budu minimalne. Politikom raspodele dopunskih sredstava moguće je smanjivati razlike u nivou i kvalitetu delatnosti, ako se pretpostavi da će određena delatnost u području biti obav-

ljena onako i onoliko koliko se za nju obezbedi finansijskih sredstava, pod uslovom da se sredstva racionalno koriste.

Da bi se jedan ovakav cilj raspodele dopunskih sredstava ostvario, neophodno je analizom obuhvatiti mnoštvo faktora među kojima je i način upotrebe raspoloživih sredstava, efektivnost, zatim nivo i kvalitet svih delatnosti po područjima i drugo. Tek nakon toga bi bilo moguće vršiti određena merenja i upoređenja, testiranje relevantnih parametara i konstruisanje upotrebljivog matematičkog modela. S obzirom da je to posao za dugoročna istraživanja, ovde nam nije bilo moguće da se detaljnije upuštamo u analizu takvog karaktera. Ipak ukazujemo na ovakav aspekt problema koji bi mogao da otvori nove pravce istraživanja u domenu finansiranja društveno-političkih zajednica.

c) *Stimulacija kao cilj raspodele*

Kao jedan od sledećih ciljeva mogla bi da bude stimulacija. Organ koji dodeljuje dopunska sredstva želi ne samo da pomogne nerazvijenim područjima dodatnim sredstvima već i da ih stimuliše na veće sopstveno učešće u finansiranju budžetskih potreba. S obzirom na to da je osnovna namena dopunskih sredstava da, koliko je moguće, neutrališe nepovoljne efekte tržišta i posledice nejednake ekonomske razvijenosti područja, bilo bi necelishodno da se ukupna masa dopunskih sredstava raspodeljuje po kriterijumu stimulacije. Međutim, ako se ipak želi ovaj kriterijum ugraditi u sistem raspodele dopunskih sredstava, onda bi se samo jedan deo ukupnih sredstava S mogao raspodeliti po njemu, dok bi se drugi deo delio na osnovu drugih kriterija.

Ako organi Federacije žele da se neke delatnosti u nerazvijenim republikama odvijaju uspešnije iz godine u godinu (na primer školstvo), tada bi se deo sredstava namenjenih za stimulaciju mogao dodeljivati namenski, što ne isključuje mogućnost i nenamenske dodele sredstava po principu stimulacije.

Podelimo, dakle, ukupnu sumu dopunskih sredstava S na dva dela S_1 i S_2. Pretpostavimo da suma S_1 treba da se podeli po osnovu stimulacije. Označimo sa m_i sopstveno učešće područja i u finansiranju određenih delatnosti. Tada bi dotacija području i iznosila:

$$(42) \qquad x_i = k\, m_i, \quad i = 1,2, \ldots, n,$$

uz uslov:

$$(43) \qquad k \sum_{i=1}^{n} m_i = S_1,$$

a ukupna sredstva za finansiranje posmatranih delatnosti bi bila:

$$(44) \qquad b_i = (1 + k)\, m_i, \quad i = 1,2, \ldots, n.$$

U vezi sa ovakvom raspodelom postavljaju se sledeća pitanja:

1. Kako izvršiti deobu ukupne sume S na delove S_1 i S_2?

2. Koliki treba da bude koeficijent k, tj. kakav treba da bude odnos između dotacije i sopstvenog učešća?

Osim toga treba analizirati i pitanje da li koeficijent k treba da bude jednak za sva područja ili ne. U traženju odgovora na ova pitanja vidimo takođe pravce daljih, detaljnijih istraživanja.

3. SINTETIČKA FUNKCIJA KRITERIJA

Problematici raspodele dopunskih sredstava moglo bi se prići tako da se pokuša pronaći matematički model koji bi istovremeno obuhvatio sve pomenute kriterije zajedno. Međutim, to bi bio veoma težak zadatak kako sa stanovišta kvalitativne, tako i sa stanovišta kvantitativne analize problema. Prva teškoća se sastoji u tome da se konstruiše jedinstvena agregatna ili sintetička funkcija kriterija koja bi u sebi sadržavala pomenute ili druge relevantne, parcijalne kriterije. Prvi, elementarni pokušaji su tek nedavno učinjeni od strane teoretičara matematičkog programiranja i njihovi rezultati su još uvek daleko od toga da mogu biti primenjeni u rešavanju jednog ovakvog, složenog, praktičnog problema. Neophodno je, dakle, preduzeti dalja, fundamentalna istraživanja u ovom pravcu. Druga teškoća leži u tome što bi model sa sintetičkom funkcijom kriterija, koja svakako ne bi bila linearna, bilo teško rešiti. U domenu nelinearnog programiranja veoma je uska klasa problema za koje su razrađeni matematički postupci ili algoritmi pomoću kojih se dolazi do rešenja. Za druge probleme algoritme tek treba pronalaziti.

Institut ekonomskih nauka,
Beograd

Milan ŽIVKOVIĆ

ULOGA DOPUNSKIH SREDSTAVA U FORMIRANJU UKUPNIH BUDŽETSKIH PRIHODA NA KOSOVU U PERIODU OD 1958. DO 1966. G.

Princip povezanosti kretanja budžetske potrošnje i sopstvenih ekonomskih mogućnosti, a pre svega ličnih dohodaka građana, postavljen je još u Rezoluciji Savezne narodne skupštine o perspektivnom razvoju opšte potrošnje od oktobra 1957. god. ne samo kao generalni princip koji bi važio za finansiranje globalnog nivoa budžetske potrošnje već je eksplicitno naglašeno da će on dominirati u raspodeli globalne budžetske potrošnje po područjima. No naporedo sa tim javlja se drugi bitni princip koji je takođe izrazito podvučen. To je princip da odnosi između razvijenih i nerazvijenih područja ne smeju biti pogoršavani. Taj drugi princip dat je u vidu ograničenja dejstva osnovnog principa, a prema tome kako je koncipiran, može se reći da nije ni mogao poslužiti da se preseku dugoročne i rezistentne disproporcije u regionalnim nivoima budžetske potrošnje; insistiralo se na minimalnom zahtevu da se postojeće disproporcije barem ne produbljuju.

Budžetska reforma iz 1959. god. propraćena je posebnim naporima u pravcu objektivnog formiranja kriterijuma prostorne disperzije sredstava za budžetsku potrošnju u smislu da se respektuju postojeće relacije između finansijskih mogućnosti datih područja. No, te intencije politike raspodele naišle su u praksi na niz ozbiljnih teškoća, tako da je umesno pitati se u kojoj su se meri ostvarile. U svetlu jako izraženih prostornih disproporcija u ekonomskoj strukturi i stepenu razvijenosti može se očekivati da će takve intencije naići na vrlo čvrste limite od strane navedenog drugog principa. Nije sporno da je problem izbora metoda i kriterijuma za prelivanje sredstava u korist budžeta onih društveno-političkih zajednica koje ne mogu da namire potrebna sredstva iz sopstvene finansijske baze složen i suptilan. No, isto tako nema sumnje da bez rešenja tog problema sistem raspodele budžetskih prihoda nije završen, da bez toga umesto dograđene celine ostaje samo torzo. Zapravo, pretpostavka invencije svakog novog budžetskog sistema jeste prethodna valorizacija regionalnih mogućnosti, jer se tek na osnovu toga može steći globalna predstava o primenljivosti toga sistema.

Ako se zahteva neposrednije vezivanje budžetske potrošnje za odgovarajuću finansijsku i materijalnu podlogu svakog područja, onda se sigurno unapred računa sa ograničenjima koje nerazvijenost nekih područja postavlja kao prepreku barem aproksimativno celovitom ispunjenju tog cilja, pa se, dakle, mora pribeći i mehanizmu prelivanja koji obezbeđuje i takvim područjima da neophodnu budžetsku potrošnju realizuju. Ali, princip globalnog i regionalnog vezivanja budžetske potrošnje za odgovarajuće finansijske mogućnosti kvalitativna je odredba. Ona se kvantificira tek kad su date kvantitativne proporcije raspodele društvenog proizvoda, odnosno kvantitativni ciljevi ekonomske politike u određenom vremenu. Ako je prioritet ciljeva privredne politike takav da se u određenom periodu u domenu budžetske potrošnje sprovodi naglašena restrikcija, tada se rašćenje globalne budžetske potrošnje rangira, kvantitativno uzevši, ispod ostalih vidova potrošnje. U uslovima depresirane globalne budžetske potrošnje, depresirane u smislu da je predodređena za najsporije rastuću komponentu ukupne potrošnje, i mehanizam prelivanja očigledno gubi prostor za širi razmah i njegovo delovanje biće ograničeno. Držimo da se veoma grubo ovako može objasniti zašto mehanizam prelivanja od 1960. god. pruža snažan utisak da je cilj racionalizacije budžetske potrošnje naslanjanjem na sopstvenu materijalnu osnovu otežavao implicitni dugoročni cilj otklanjanja regionalnih disproporcija u samoj toj budžetskoj potrošnji.

Strategijska koncepcija da budžetsku potrošnju treba namirivati u skladu sa sopstvenim mogućnostima, prvenstveno fiskalnim zahvatanjem iz ličnih dohodaka, a da radi zadovoljenja minimuma društvenih potreba, odnosno onih funkcija budžeta za čiju je egzistenciju zainteresovano i o čijem uvođenju odlučuje društvo kao celina, tome treba dodati mehanizam prelivanja sredstava u korist deficitarnih budžeta, ponovljena je i 1965. god. Istovremeno su se ponovili apeli da se vodi računa o osnovnim intencijama makro raspodele i da se u oblasti budžetske potrošnje štedi, mada se uočila potreba za širim razmicanjem granica društvene solidarnosti u oblasti budžetske potrošnje i za odlučnijim smanjivanjem teritorijalnih razlika.

Nije nam cilj da razmatramo kako su evoluirala sistemska rešenja ova dva principa. Hoćemo da empirijski proverimo rigoroznost postavke o orijentaciji formiranja budžetske potrošnje u zavisnosti od finansijskih mo-