

# TEORIA DEL MICROBAROGRAFO ALFANI

FERRUCCIO MOSETTI

1. *Microbarografi.* — Per misurare e registrare le oscillazioni bariche di ampiezza piccolissima (fino a  $10^{-2}$  mm Hg) con periodi di frazione di secondo, si usano i microbarografi, o variografi, che registrano il flusso dell'aria da un recipiente, per effetto delle variazioni della pressione esterna.

I tipi più noti sono quelli di Schmidt <sup>(6)</sup> ideato nei primi anni del secolo, quello costruito nel 1936 di Padre Alfani e di Benndorff-Zimmermann <sup>(2)</sup> 1938.

Il microbarografo di Schmidt consiste in un recipiente della capacità di una cinquantina di litri, pieno di gas illuminante; esso comunica con un tubo per il quale vi è un flusso, dello stesso gas, regolato in modo da essere il più costante possibile e del valore di 2 o 3 cm<sup>3</sup> al sec. Il gas brucia in un sottile becco; rimanendo inalterata la qualità del combustibile, è ovvio che se il flusso rimane costante sarà pure costante la quantità di calore che viene trasmessa ad un piccolo termometro appeso ad un braccio di una bilancetta, che col l'altro braccio sostiene l'indice registratore. Col variare della pressione esterna parte del gas contenuto nel recipiente sarà sollecitato ad uscire e, sommandosi questo nuovo flusso a quello costante, vi sarà una variazione nel momento d'inerzia del sistema oscillante, il quale appunto, con le sue oscillazioni rispecchierà l'andamento della pressione. La sensibilità di tale strumento è tanto più grande quanto maggiore è la capacità del recipiente; manca una precisa teoria che legghi quantitativamente i vari fenomeni in questione.

Il microbarografo di Benndorff e Zimmermann consiste in un grosso recipiente pieno d'aria, comunicante con l'esterno mediante un tubo di qualche centimetro di diametro. Nel tubo, mediante un filo di torsione coassiale, è sospesa una leggerissima elica a più palette connessa con uno specchietto, che serve a riflettere su di un registratore fotografico l'immagine di una fessura luminosa.

Gli Autori dimostrarono che, almeno per piccoli spostamenti, l'altezza della traccia luminosa è proporzionale alla velocità di efflusso

del gas; e questa, a sua volta, dipende linearmente dalla variazione di pressione, sicché, in definitiva, detta  $E$  una costante, si ha:

$$s = E \frac{dp}{dt},$$

ove  $s$  è lo spostamento della traccia,  $E$  l'ingrandimento statico dello strumento.

Si dimostra pure facilmente che, quando la pressione varia con legge periodica, l'ingrandimento dinamico è dato dalla espressione:

$$\zeta = \frac{D}{\sqrt{(D - I\omega^2)^2 + \omega^2 K^2}} E$$

con  $K$  = momento resistente

$I$  = momento d'inerzia

$D$  = momento di torsione

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ , con  $T$  periodo dell'onda di pressione.

Questa formula dice che, a parità di  $E$  e delle altre grandezze in gioco, l'ingrandimento dinamico di un'onda è in generale tanto più piccolo quanto maggiore è la frequenza di essa.

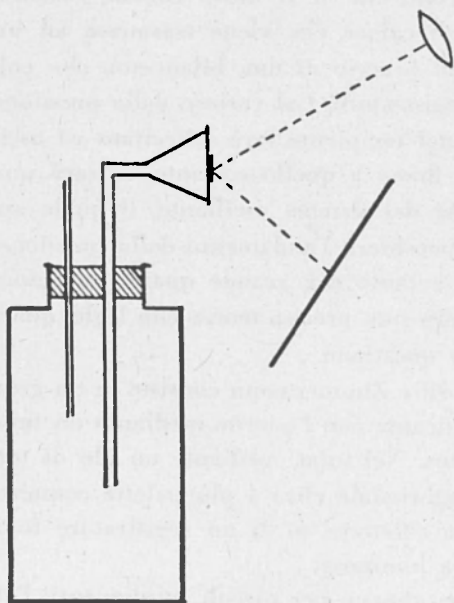


Fig. 1

2. *Descrizione del micro-barografo Alfani.* — Gli strumenti Alfani sono di due tipi; il primo rispecchia uno degli ultimi variografi costruiti dallo Schmidt e si fonda su un principio analogo a quello della capsula manometrica del König usata in acustica; la registrazione avviene fotograficamente per mezzo di un raggio luminoso riflesso sulla carta sensibile da uno specchio connesso alla lamina vibrante. Questa è un foglio di gomma tesa su una specie di imbuto comunicante con un recipiente della capacità

di circa 50 litri. Il recipiente può esser chiuso completamente, o comunicare con l'esterno mediante un capillare, la cui funzione sarà esaminata nel seguito.

In America questo strumento ha trovato largo impiego in ricerche del Macelwane (\*) e del Benjoff, con varie modifiche nel sistema di registrazione (fig. 2). Alla lamina elastica, in luogo dello specchietto, è applicato un leggerissimo solenoide percorso da corrente; quando la capsula vibra, il solenoide segue fedelmente il moto di questa, e sviluppa in un secondario fisso una corrente variabile proporzionale alla velocità di spostamento della lamina.

La corrente indotta opportunamente amplificata passa in un comune strumento di misura a specchio, in modo che si possono registrare fotograficamente gli spostamenti di un raggio luminoso.

In questi tipi di microbarografo a lamina elastica, la sensibilità diminuisce col tempo, perché varia l'elasticità della membrana; registrazioni eseguite in tempi diversi non sono confrontabili.

Per ovviare a questo grave inconveniente, Silvio Polli (5) sostituì alla membrana elastica un nuovo registratore chiamato « capsula idropneumatica ». Questa è una bacinella metallica, nella quale penetra assialmente un tubo metallico connesso con tubo di gomma ad un grosso recipiente di « sensibilità ». Nella bacinella si mette un liquido inossidante e leggero, di solito petrolio, fino ad un livello poco al di sotto dell'estremità superiore del tubo metallico (fig. 3).

L'estremità del tubo emergente dal petrolio è chiusa con una capsula cilindrica di leggerissima foglia di ottone, parzialmente immersa nel liquido.

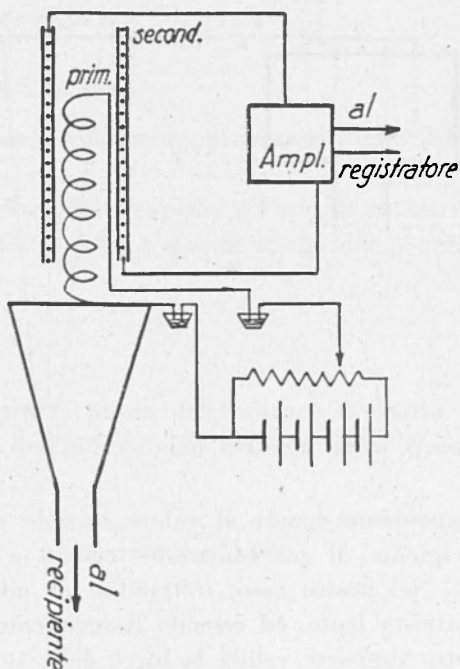


Fig. 2

Al variare della pressione atmosferica muta quindi l'altezza della capsula sul livello del petrolio. Il baricentro di questa è connesso all'estremo di una bilancetta che porta, all'altro estremo, la punta registratrice. L'asse di rotazione è costituito da un sottilissimo filo d'acciaio contorto. Nello strumento funzionante nell'Osservatorio Geofisico di Trieste, l'ago registratore (un sottile filo di acciaio) è sospeso all'estremo libero della bilancetta e traccia il diagramma su carta affumicata. Il foglio, lungo 128 cm e alto 21, è incollato alle estremità e sospeso su di un rullo girevole, che descrive un'elica cilindrica con velocità regolabile fra 9 e 22 mm al minuto. Il tempo viene segnato mediante un'elettrocalamita, che ogni minuto solleva per qualche istante l'ago. Il recipiente « di sensibilità » è costituito di due damigiane

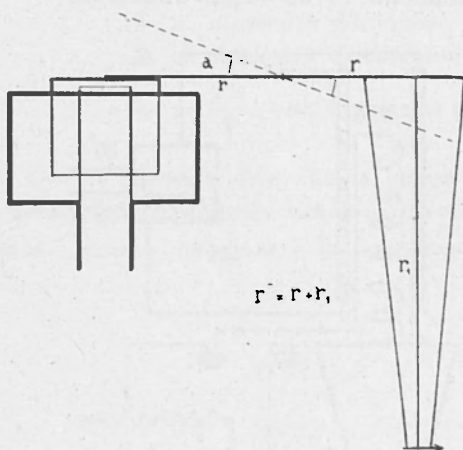


Fig. 3

intercomunicanti, contenute in una cassa piena di farina di legno, per isolamento termica. I due recipienti, oltre che con la capsula, comunicano con un capillare, il quale consente di limitare l'ingrandimento delle onde lunghe, di solito troppo ampie.

### 3. Teoria del microbarografo Alfani. —

Quando la pressione atmosferica  $p_e$  si discosta dal valore iniziale (che supponiamo eguale al valore iniziale della pressione interna  $p_i$  del recipiente) il gas contenuto tenderà a espandersi, o a comprimersi.

Nel nostro caso, trattandosi di misurare variazioni di pressione piuttosto lente, ed essendo il recipiente ben isolato termicamente, si potrà supporre valida la legge delle isoterme, per cui diremo che la variazione di volume del gas è legata a quella della pressione dalla:

$$\frac{dv}{v} = - \frac{dp}{p}$$

e poiché l'unica variazione di volume si ha proprio nell'innalzamento o abbassamento  $ds'$  della capsula idropneumatica, se con  $S$  si indica

la superficie di questa, sarà

$$dv = S ds'$$

cioè

$$ds' = - \frac{1}{S} \frac{v}{p} dp \quad [1]$$

(il segno — indica che per un aumento della pressione esterna diminuisce l'altezza della capsula sul liquido). La [1] dice che l'innalzamento della capsula, supponendo costante  $\frac{v}{Sp}$ , è proporzionale alla variazione di pressione. Posto  $-\frac{v}{Sp} = S_0$  e considerando spostamenti finiti scriveremo, a meno di una costante,

$$s' = S_0 \Delta p$$

cioè

$$s' = S_0 (p_e - p_i).$$

La costante  $S_0$  si determina sperimentalmente, provocando date differenze fra le due pressioni.

Se  $r$  è la distanza fra il centro della capsula e l'asse di rotazione, l'angolo descritto dall'equipaggio mobile, e quindi anche dal pennino scrivente, sarà

$$\alpha = \frac{s'}{r}$$

Detta poi  $r^*$  la distanza tra la punta dell'indice e il centro di oscillazione, lo spostamento  $s$  dell'indice, cioè l'altezza della traccia registrata, sarà data da

$$s = \alpha r^* \quad , \quad \text{cioè} \quad s = s' \frac{r^*}{r} = S_0 r^* \Delta p / r$$

In pratica si misura  $s$ , anziché  $s'$ ; per cui

$$\alpha = \frac{s}{r^*} = \frac{S_0}{r} \Delta p$$

Alla rotazione di un angolo  $\alpha$  corrisponde un momento

$$M = -K\alpha = -K \frac{S_0}{r} \Delta p$$

Sicché l'equazione del moto del sistema oscillante, avendo indicato con

- $I$  il momento d'inerzia del sistema  
 $C$  il momento resistente  
 $K$  il momento di richiamo (o di torsione del filo)

diventa

$$I\ddot{\alpha} + C\dot{\alpha} + K\alpha = -K \frac{S_0}{r} \Delta p \quad [2]$$

Sarà utile ora metter nella [2] al posto di  $\Delta p$  un'altra espressione più conveniente. Essendo  $\Delta p$  la differenza tra la pressione esterna e la pressione interna, poiché  $p$ , varia oltre che per espansioni e compressioni successive causate dall'andamento periodico di  $p_e$ , anche per il fatto che esiste un capillare per il quale più o meno lentamente parte del gas contenuto nel recipiente tende ad uscire, per determinare  $\Delta p$  bisognerà studiar prima come si evolve il fenomeno d'uscita del gas attraverso il capillare. Per non rompere il filo della dimostrazione riportiamo in Appendice come si ricavano le due formule sotto-riportate che ci danno l'espressione del variare del flusso nel tempo.

Se la pressione esterna  $p_e$  varia seguendo la legge

$$p(t) = P + p_0' \cos(\omega t + \delta)$$

la variazione del flusso dal capillare è a meno d'un segno inessenziale

$$\frac{dn}{dt} = \frac{M\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} p_0 \sin(\omega t + \varphi) .$$

Per la legge di Poiseuille è anche

$$\frac{dm}{dt} = M(\bar{p}_e - \bar{p}_i) ;$$

confrontando queste due relazioni si ha

$$\Delta p = (p_e - p_i) = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} p_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Sicché l'equazione del moto [2] dovrà diventare:

$$I\ddot{\alpha} + C\dot{\alpha} + K\alpha = -K \frac{S_0}{r} \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} p_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad [2']$$

Esiste, come al solito, un integrale della [2'] del tipo

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \vartheta),$$

purché si ponga

$$\alpha_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} \frac{KS_0}{r} \frac{1}{\sqrt{C^2\omega^2 + (K - I\omega^2)^2}} P_0$$

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{C\omega}{I\omega^2 - K}$$

Consegue per la  $s = ur^*$

$$s_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} \frac{r^*}{r} \frac{KS_0}{\sqrt{C^2\omega^2 + (K - I\omega^2)^2}} P_0 \quad [3]$$

L'ingrandimento dinamico  $\Sigma$  del microbarografo è dato da

$$\Sigma = \frac{s_0}{p_0} = \frac{r^* K S_0}{r \sqrt{C^2\omega^2 + (K - I\omega^2)^2}} \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} \quad [4]$$

Tale ingrandimento è il prodotto di due termini: il secondo di essi dipende dal flusso del gas dal capillare, il primo dal movimento del sistema meccanico di registrazione. Se il capillare è chiuso,  $A = 0$ , e  $\Sigma$  si riduce all'ingrandimento meccanico

$$\Sigma_0 = \frac{r^*}{r} \frac{K S_0}{\sqrt{C^2\omega^2 + (K - I\omega^2)^2}} \quad [4']$$

4. APPENDICE. *Studio di un flusso di gas da un capillare.* — Sia  $L$  un recipiente (fig. 4) pieno d'aria che comunichi con l'esterno mediante un capillare  $c$ . Se la pressione  $p_i$  nel recipiente è diversa da quella  $p_e$  esterna, vi sarà un flusso attraverso il capillare. per la legge di Poiseuille la quantità  $m$  di aria che attraversa il capillare nel tempo  $t$  è proporzionale alla differenza di pressione esistente fra gli estremi, cioè

$$m = \frac{\pi^3}{8\eta} \frac{p_i - p_e}{l} r^4 t$$

ove  $\eta$  è la viscosità del gas,  $r$  il raggio e  $l$  la lunghezza del capillare.

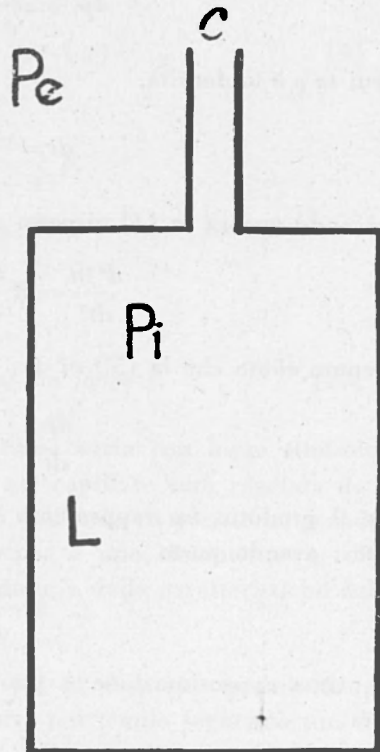


Fig. 4

Si deduce la velocità di efflusso:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\pi}{8 \eta} \frac{p_e - p_i}{l} r^4 \quad \text{o anche} \quad \frac{dm}{dt} = M(p_e - p_i) \quad [4]$$

avendo posto  $M = \frac{\pi}{8 \eta} \frac{r^4}{l}$

Supponiamo che per il volume  $v$  del gas contenuto in  $L$  valga la legge delle adiabatiche.

$$p_i v^k = \text{cost.} = p_{i_0} v_0^k \quad [5]$$

Come caso limite, per la lentezza del moto, le trasformazioni potrebbero essere isoterme;  $k$  soddisferà dunque alla disuguaglianza

$$1 \leq k \leq \frac{c_p}{c_v} = 1,41$$

Differenziando la [5] si ottiene

$$dp_i + \frac{kp_i}{v} dv = 0 \quad , \quad [5']$$

in cui se  $\rho$  è la densità,

$$dv = - \frac{1}{\rho} dm$$

Derivando ancora la [4] rispetto a  $t$ , abbiamo

$$\frac{d^2 m}{dt^2} = M \frac{dp_e}{dt} - M \frac{d^2 p_i}{dt^2} \quad [6]$$

e, tenuto conto che la [5'] ci dà

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{kp_i}{\rho v} \frac{dn}{dt}$$

(ove il prodotto  $kp$  rappresenta il modulo adiabatico di compressibilità); avendo posto

$$M \frac{kp_i}{\rho v} = A$$

(in prima approssimazione  $A$  può essere ritenuta costante) la [6] diventa

$$m'' + Am' = M \frac{dp_e}{dt} \quad . \quad [7]$$



Due casi interessanti si presentano nell'integrazione di questa equazione.

1) La pressione esterna si mantenga costante; si provoca artificialmente (per es. iniettando del gas nel recipiente) uno squilibrio nella pressione interna; vale allora l'equazione omogenea

$$m'' + Am' = 0 ,$$

che integrata dà la legge con cui esce, dal capillare, il gas iniettato:

$$m = m_0 e^{-At} \quad [8]$$

2) La pressione esterna varia con la legge  $p = p_0 \sin \omega t$ , da cui  $p' = \omega p_0 \cos \omega t$ . Avremo l'espressione

$$m'' + Am' = M \omega p_0 \cos \omega t .$$

Poiché il termine transiente dell'integrale (dato dall'integrale dall'omogenea associata alla [7]) diventa in breve tempo trascurabile, la soluzione è data dall'integrale particolare

$$m = m_0 \cos (\omega t + \varphi) \quad [9]$$

in cui

$$m_0 = \frac{M}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} p_0$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A}{\omega}$$

Si deduce a meno del segno

$$\frac{dm}{dt} = \frac{M\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} p_0 \sin (\omega t + \varphi) . \quad [10]$$

Si conclude che se la pressione esterna varia con legge sinusoidale, anche la velocità del flusso del gas nel capillare sarà regolata da una legge analoga, avrà lo stesso periodo dell'onda di pressione, grandezza decrescente col crescere della frequenza e uno sfasamento  $\varphi$  dipendente dalla frequenza dell'onda entrante e dalle caratteristiche del gas e del recipiente.

5. *Conclusioni.* — La formula [3] ci dice che quando la pressione da un valore iniziale  $p_0$  si evolve nel tempo seguendo una legge del tipo

$$p(t) = P + p_0 \cos (\omega t + \varphi) ,$$

la traccia segnata dall'ago sul foglio registratore sarà data dalla funzione

$$s(t) = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} \frac{r^3}{r} \frac{K S_0}{\sqrt{C^2 \omega^2 + (K - I\omega^2)^2}} p_0 \cos(\omega t + \vartheta)$$

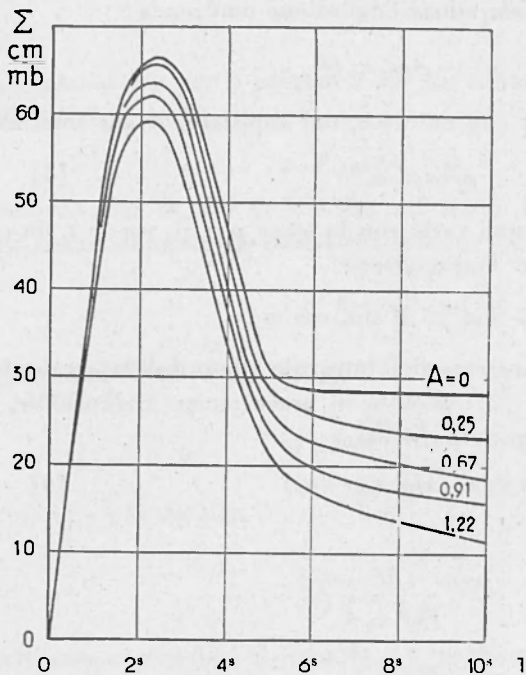


Grafico 1 - Sensibilità dello strumento per piccoli periodi dell'onda entrante e per varie aperture del capillare

con  $\vartheta$  generalmente diversa da  $\varphi$ .

A parità delle altre grandezze, l'ampiezza dell'onda registrata è tanto minore quanto più aperto è il capillare (vedasi a tal proposito il grafico 2), e questo vale tanto più quanto più grande è il periodo. L'ampiezza stessa, a parità di apertura, varia con il periodo e precisamente cresce fino al periodo di risonanza meccanico, per cui si ha

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K}{I}}$$

e poi decresce asintoticamente avvicinandosi allo 0 per  $T \rightarrow \infty$  come dimostrano i grafici 1 e 1 bis.

Inoltre poiché la pressione non varia secondo una sola frequenza, ma secondo uno spettro di  $n$  frequenze,

$$p(t) = P + \sum_{i=1}^{i=n} p_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$$

la registrazione risulterà ancora data da un'espressione come la [3] pur di sostituire alla  $P + p_0 \cos(\omega t + \varphi)$  la  $P + \sum_{i=1}^{i=n} p_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$  in cui però ogni onda componente viene amplificata della quantità

$$\frac{\omega_i}{\sqrt{\omega_i^2 + A^2}} \frac{K S_0}{\sqrt{C^2 \omega_i^2 + (K - I\omega_i^2)^2}}$$

e sfasata di un certo angolo

$$\varphi_i = \frac{C \omega_i}{I \omega_i^2 - K}$$

La registrazione insomma potrà apparire di una forma che è completamente diversa dal reale aspetto della funzione  $p(t)$ , nel senso che registrazioni ottenute nelle medesime circostanze con due o più strumenti non saranno eguali, a meno che tutti questi strumenti abbiano le medesime costanti  $I$ ,  $K$ ,  $C$  e  $A$ . Solo il periodo rimane invariato nella registrazione. Sicché, se noi volessimo avere il reale aspetto della

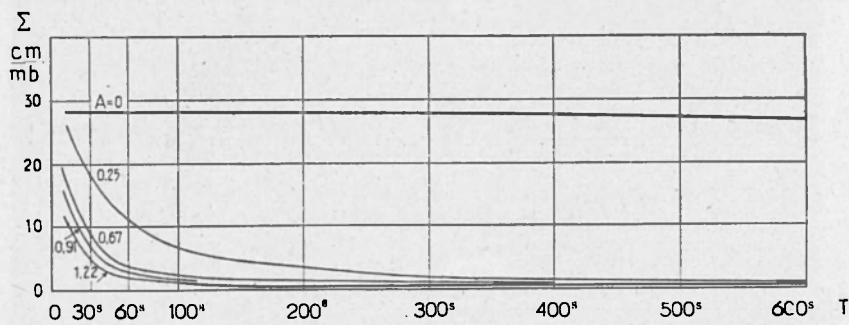


Grafico 1 bis - Sensibilità del microbarografo per periodi maggiori e per le varie aperture del capillare

$p(t)$  dovremmo sottoporre il diagramma all'analisi periodale, e fare poi la sintesi delle componenti ottenute, dopo averle amplificate ognuna per un coefficiente, e sfasate di un certo angolo.

Riguardo alle varie misure che necessitano per la taratura dell'apparecchio, diremo che  $A$  si può ottenere dalla [8] misurando il tempo in cui si dimezza l'ordinata della curva esponenziale registrata, e risolvendo l'equazione corrispondente.

$I$ ,  $C$ , e  $K$  si determinano come d'uso, ricavando il periodo e il decremento logaritmico delle oscillazioni libere dello strumento, ricorrendo a qualche artificio o a una misura diretta per ottenere delle tre incognite (preferibilmente la  $I$ ).

Si nota ancora che il momento di richiamo  $K$  non dipende solo dalla torsione del filo, ma anche dall'aria che vien compressa nel recipiente; esso dipende dunque dal volume di questo; con semplici posizioni e passaggi si ha che questa dipendenza è data almeno in prima approssimazione dalla

$$K = K^0 + \frac{S^2 pk}{v} \quad [11]$$

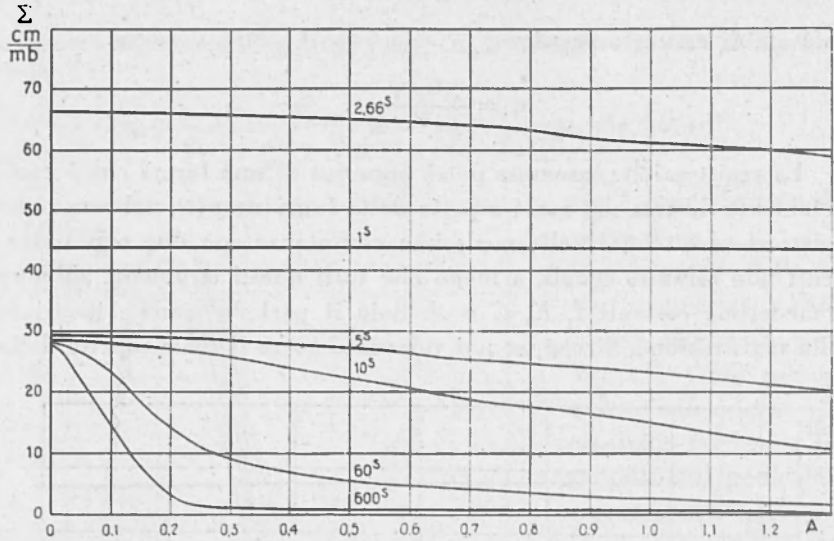


Gráfico 2 - Sensibilità in funzione dell'apertura del capillare per alcuni valori del periodo delle onde bariche

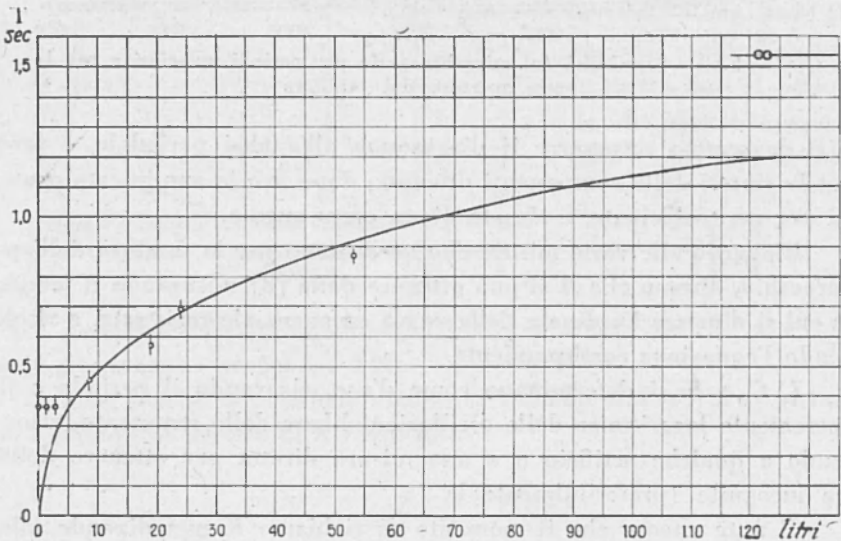


Gráfico 3 - Il periodo proprio del microbarografo in funzione della capacità del recipiente connesso

dove  $K^{\circ}$  dipende solo dalla torsione del filo,  $S$  è la sezione del tubo d'uscita collegato al recipiente,  $v$  il volume di questo e  $pk$  il modulo di compressibilità adiabatica dell'aria.

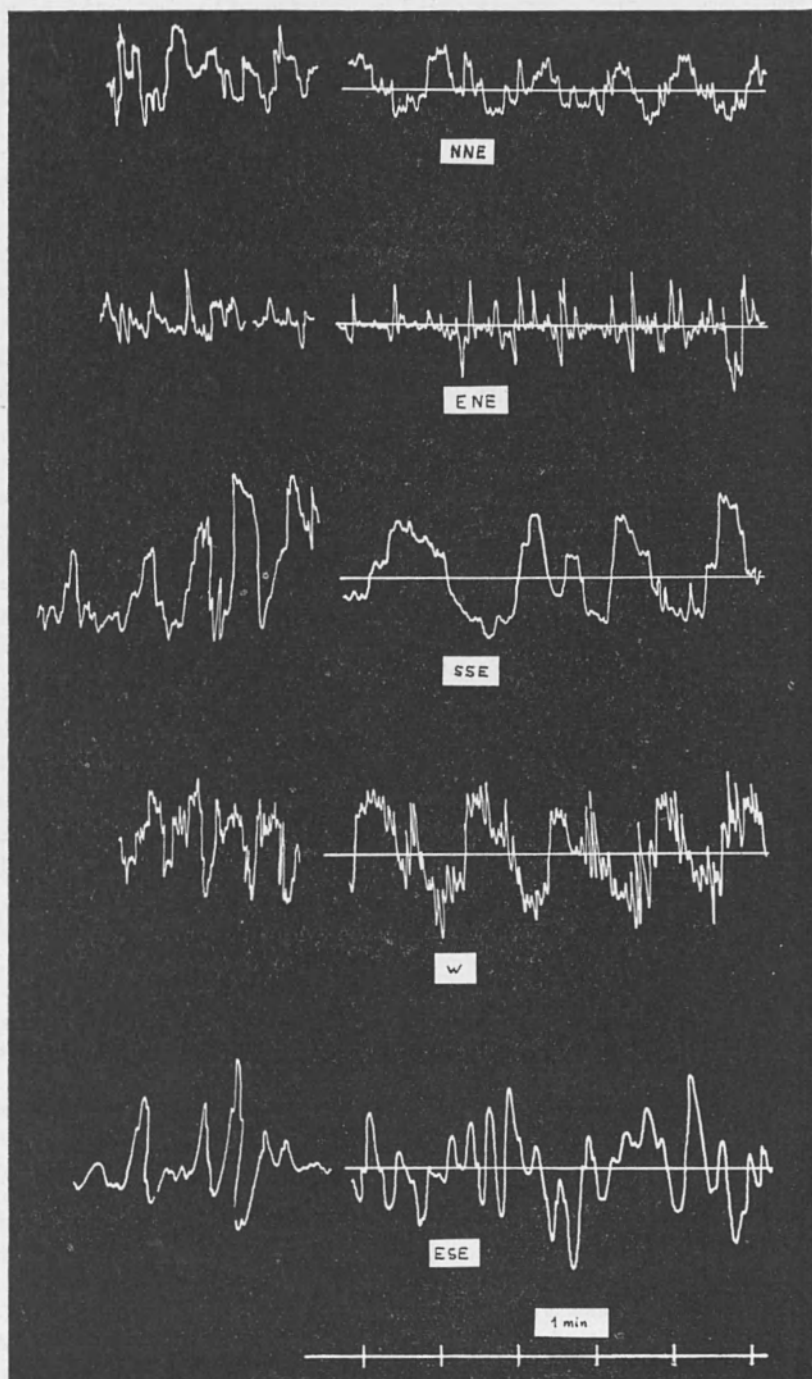


Grafico 4 - RegISTRAZIONI OTTENUTE COL MICROBAROGRAFO IN CORRISPONDENZA DI VENTI DI VARIA DIREZIONE

Così anche il periodo proprio di oscillazione dello strumento varia con il volume secondo la:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K^0}{I} - a^2 + \frac{1}{\nu} \frac{pk \cdot S^2}{I}}} \quad [12]$$

È questa la comune formula meccanica che lega  $T$  a  $I$ ,  $C$ ,  $K$  ove al posto di  $K$  si è messa la [11];

$a$  indica il decremento logaritmico, che in prima approssimazione si può supporre costante (nel grafico [3] diamo la curva teorica  $T = T(v)$  e la sua approssimazione pratica, definita dai puntini);

$S_0$  è una costante che si ottiene misurando lo spostamento ottenuto per una nota variazione di pressione ( $p_e - p_i$ ) nel nostro strumento  $S_0$  è di  $\frac{28 \text{ cm}}{1 \text{ mb}}$ .

Nei grafici 2, 1 e 1 bis si mostra come varia l'ingrandimento  $\Sigma$  in funzione di  $A$  e di  $T$ .

Già da parecchi mesi sono in corso presso l'Osservatorio Geofisico di Trieste osservazioni col microbarografo; dallo studio di queste si tende a cercare se e quali legami esistono tra le onde registrate e lo stato del tempo. I primi risultati ottenuti saranno esposti in un prossimo lavoro. Riportiamo, a puro titolo di esempio, alcune registrazioni microbarografiche per vari tipi di venti, tutti della velocità di 30 km/h.

*Istituto Naz. di Geofisica — Osserv. di Trieste — Maggio 1951.*

#### BIBLIOGRAFIA

(1) ALFANI: *Su di un microbarografo*. Meteor. pratica, anno XXI n. 3, Perugia 1940.

(2) BENNDORFF-ZIMMERMANN: *Über ein neuen einfachen Luftdruckvariograph*. Meteorol. Zeitschr. 1938.

(3) COUVOISIER: *Über Luftdruckvariographen und Luftdruckschwankungen*. Archiv. für Meteor. Geoph. und Bioklim. Serie A Bd I, HF 1 Wien 1948.

(4) Institute of Technology - Saint Louis University - (J. B. MACELWANE & Coll.): *Investigation of the nature and origin of micro-oscillations in the atmosphere*. VIII 1948.

(5) POLLI: *Su di un microbarografo modificato*. Annali di Geofisica, 1948.

(6) SCHMIDT: *Der Variograph, seine Aufzeichnungen und deren Verwendung in einigen Fragen der Gewitterforschung*. Meteor. Zeit. pg. 409-1912.

(7) SCHMIDT: *Über Luftwogen I, Variogramme von Innsbruck*. Meteor. Zeit. pg. 170-1914.