SULLE OSCILLAZIONI LIBERE DEL LAGO DI CALDONAZZO

P. Caloi - M. C. Spadea

1. — Il lago di Caldonazzo si trova all'incirca a 46° 1′ Nord, 11° 15′ Est. Gr. (1). La sua superficie ha un'altitudine media sul livello del mare di 449 metri ca. Ha una lunghezza massima di km 4,1, una larghezza massima di km 1 ed un perimetro di km 12 ca. La sua profondità massima è di m 50 ca.

Il dosso di Tenna lo separa dal Lago di Levico. Gli emissari dei due laghi si uniscono poi per formare il fiume Brenta.

Come per il lago di Levico (2), per la deduzione degli elementi che intervengono nel calcolo, ci siamo valsi di una carta batimetrica al 5.000.

Il lago fu diviso in quarantun sezioni, con l'equidistanza di 100 m, a partire dall'estremo Sud (Bagni di Caldonazzo). Come al solito, le distanze delle singole sezioni sono state valutate lungo la linea di valle (figg. 1 e 2).

La larghezza $b(x)$ in superficie delle singole sezioni, l'area $S(x)$ delle stesse, l'area $v(x)$ della superficie libera del lago fra due sezioni consecutive, l'area $V(x)$ fra le varie sezioni — contate da 1 a 41 — e l'estremo Sud del lago e i valori della funzione $\sigma(x)$, pari al prodotto $S(x) \,.\, v(x)$, per le 41 sezioni sono riportate nelle tabelle I e III.

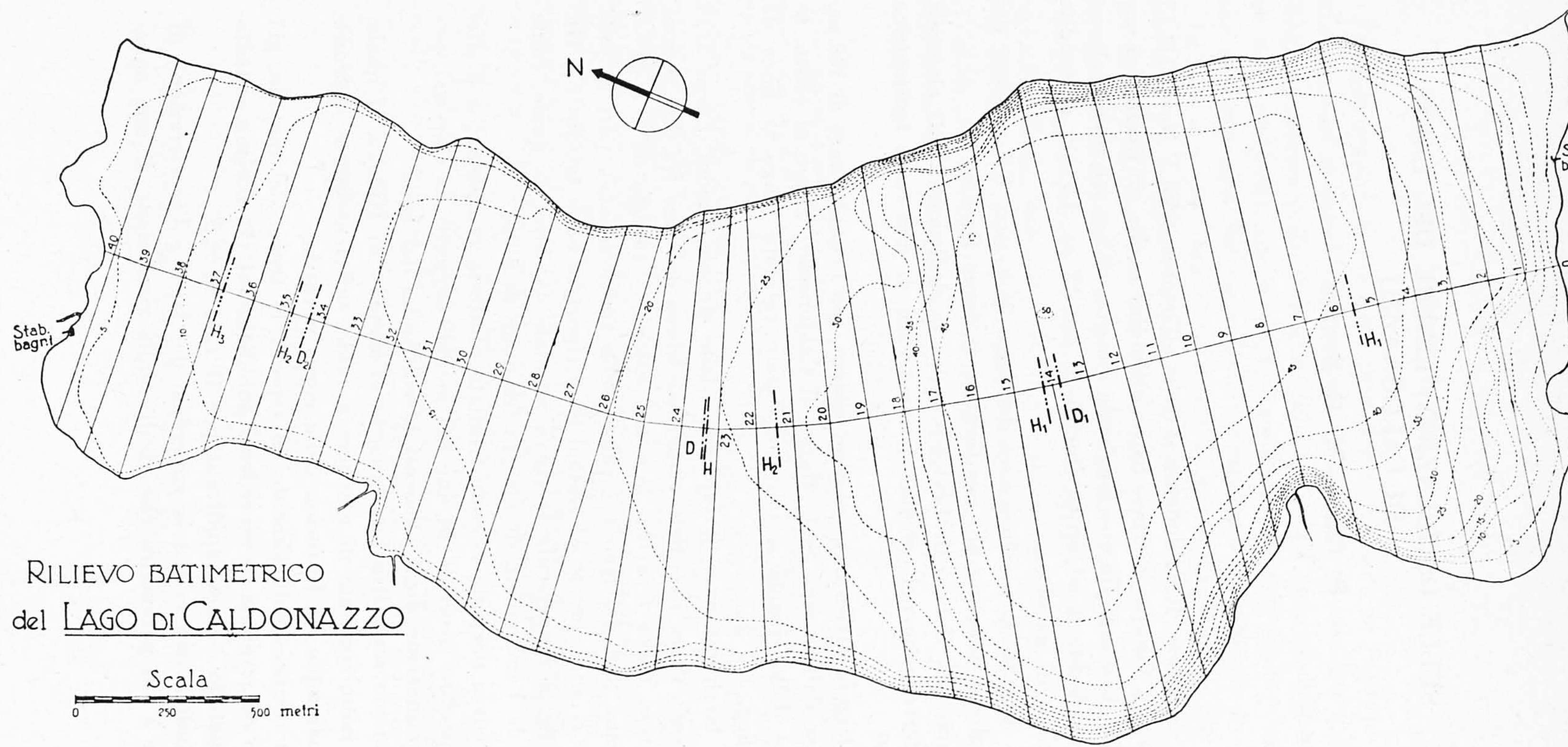
La fig. 3 rappresenta la curva normale del lago, la quale, come è noto, dà l'andamento di $\sigma(x)$ in funzione di $V(x)$.

La curva normale essendo risultata piuttosto complessa, si è ritenuto superfluo ricorrere ad uno dei metodi suggeriti da Chrystal, per la determinazione degli elementi idrodinamici del lago.

Abbiamo senz'altro fatto ricorso al metodo di Hidaka, il quale, come è noto, consente di giungere a valori sufficientemente approssimati, qualunque sia la forma della curva normale.

Non staremo naturalmente ad esporre la teoria del metodo, già riassunta ed ampliata in precedenti pubblicazioni (3). Diremo soltanto che il metodo è stato applicato per il caso $m = 2$.

Se indichiamo con a la superficie del lago, g l'accelerazione di gravità e λ un parametro che risulta dalla risoluzione di una equa-



RILIEVO BATIMETRICO
del LAGO DI CALDONAZZO
Scala
0
250
500 metri
N
Stab. bagni
Stab. bagni
H_1
H_1
D_1
H_2
D
H
H_2
D_2
H_3

Fig. 1

zione di terzo grado. i periodi delle sesse si traggono dalla formula

$$T = \frac{2\,\pi \cdot a}{\sqrt{g\,\lambda}} \quad . \qquad [1]$$

L'equazione di terzo grado in λ, per i vari tipi di oscillazione libera, ha dei coefficienti che risultano da combinazioni di certe grandezze I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, i cui valori possono essere dedotti dai dati che caratterizzano la forma del lago. Questi dati sono contenuti nella tabella I. A causa della complessità della curva normale, l'equazione di Chrystal è stata risolta mediante integrazione numerica. Gli integrali risultano avere i seguenti valori:

$$\begin{aligned} I_0 &= 0{,}88735 \\ I_1 &= 0{,}56402 \\ I_2 &= 0{,}39245 \\ I_3 &= 0{,}28730 \\ I_4 &= 0{,}21772. \end{aligned}$$

Con questi valori, l'equazione di terzo grado in λ risulta:

$$58\,\lambda^3 - 311\,\lambda^2 + 389{,}7\,\lambda - 95{,}24 = 0.$$

Risolta tale equazione con il metodo delle approssimazioni successive, si sono ottenuti per λ i seguenti tre valori:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0{,}32231 \\ \lambda_2 &= 1{,}39957 \\ \lambda_3 &= 3{,}64026. \end{aligned}$$

La superficie del lago vale $a = 5{,}1744$ km². Conseguono allora dalla [1]

$$\begin{aligned} T_1 &= 9^{m}{,}65 \\ T_2 &= 4^{m}{,}6 \\ T_3 &= 2^{m}{,}9 \ , \end{aligned} \qquad [1]$$

che costituiscono i periodi delle sesse uninodale, binodale e trinodale del lago di Caldonazzo.

I nodi possono essere determinati ricorrendo al procedimento indicato in uno dei lavori sopra citati ([3]), sempre naturalmente nel caso $m = 2$.

Per quanto si riferisce all'oscillazione libera uninodale, siamo pervenuti alla seguente equazione di terzo grado:

$$5{,}172\ z^3 - 1{,}286\ z^2 + 0{,}271\ z - 1 = \ , \qquad [2]$$

dove z è uguale a V/a. z quindi è una funzione che può variare tra 0 ed 1. Pertanto, nel caso in esame, una sola delle soluzioni della [2] sarà compresa tra 0 ed 1. Essa vale:

$$z = 0{,}6394\ .$$

L'uninodo dista quindi dall'estremo Sud m 2330.

L'equazione dei nodi relativa all'oscillazione libera binodale è risultata la seguente:

$$33{,}3332\ z^3 - 38{,}6604\ z^2 + 7{,}1070\ z + 1 = 0\ , \qquad [3]$$

le cui soluzioni comprese tra 0 ed 1 sono:

$$z_1 = 0{,}37323$$
$$z_2 = 0{,}87812\ .$$

Se ne deduce che il binodo Sud dista dall'estremo Sud del lago m 1375, mentre il binodo Nord dista dallo stesso estremo m 3490.

Riportiamo qui di seguito l'equazione dei nodi per la sessa trinodale:

$$12{,}1276\ z^3 - 20{,}1075\ z^2 + 9{,}3412\ z - 1 = 0\ . \qquad [4]$$

La [4] ha, naturalmente, tutte le radici comprese tra 0 ed 1; esse sono:

$$z_1 = 0{,}1525$$
$$z_2 = 0{,}5916$$
$$z_3 = 0{,}9139\ .$$

Le distanze dei nodi corrispondenti dall'estremo Sud sono: per il trinodo Sud m 565, per il trinodo medio m 2145, per il trinodo Nord m 3675.

Siamo passati quindi alla determinazione degli spostamenti verticali della superficie del lago, valutati in corrispondenza della linea di valle.

$\xi' = -\ 5{,}172\ z^3 - 1{,}286\ z^2 + 0{,}271\ z - 1$ per la sessa uninodale
$\xi'' = -\ 33{,}3332\ z^3 + 38{,}6604\ z^2 - 7{,}1070\ z - 1$ per la sessa binodale
$\xi''' = -\ 12{,}1276\ z^3 - 20{,}1075\ z^2 + 9{,}3412\ z - 1$ per la sessa trinodale.

L'andamento degli spostamenti verticali per le tre sesse, di sezione in sezione, prendendo uguale ad 1 lo spostamento iniziale all'estremo

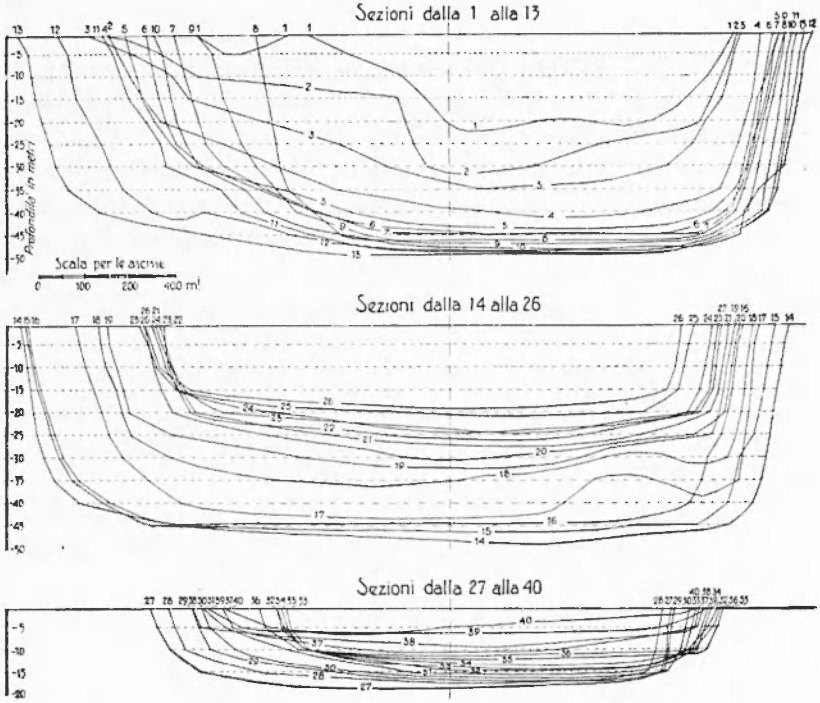

Sezioni dalla 1 alla 13
Profondità in metri
Scala per le ascisse
0 100 200 400 m
Sezioni dalla 14 alla 26
Sezioni dalla 27 alla 40

Fig. 2

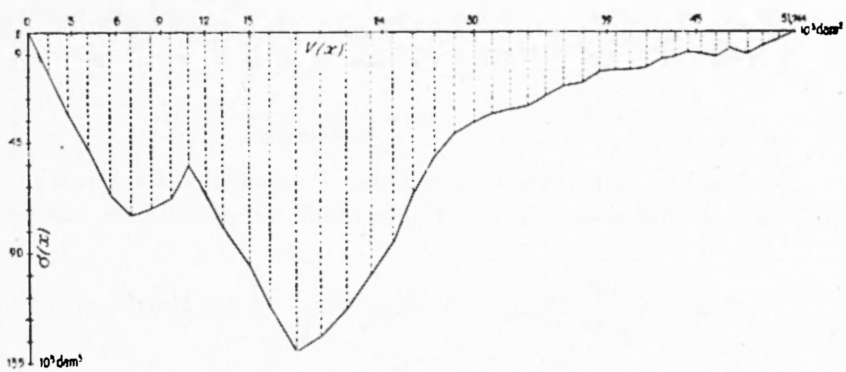

V(x)
σ(x)

Fig. 3

Sud, è dato dalla tabella II, ed è graficamente rappresentato nella fig. 4.

2. — È stato poi applicato il metodo di Defant. Come è noto, tale metodo prende le mosse dalle equazioni differenziali dell'idrodinamica. L'origine delle coordinate viene scelta ad un estremo del lago, la cui superficie libera costituisce il piano delle coordinate stesse, con l'asse delle x nella direzione dell'asse longitudinale del lago e l'asse delle y ad essa normale. L'asse delle z è diretta positivamente verso l'alto. Se x rappresenta l'ascissa di un punto P del lago, $S(x)$ la sezione trasversale, $b(x)$ la larghezza del lago nel punto considerato, la massa d'acqua tra la sezione $S(x)$ e la sezione successiva $S(x+dx)$ sarà espressa da $S(x)dx$. Se gli strati di spessore dx compiono uno spostamento orizzontale pari a ξ ed uno verticale uguale ad η, dalle equazioni di moto e di continuità dell'idrodinamica, si traggono le equazioni differenziali

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = g \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{b(x)} \cdot \frac{\partial S(x) \cdot \xi}{\partial x}\right] \quad , \quad \eta = -\frac{1}{b(x)} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(S(x) \cdot \xi\right).$$

La prima può essere messa sotto la forma

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = g \frac{\partial \eta}{\partial x}.$$

Le soluzioni di questa equazione sono funzioni periodiche di t e si possono scrivere

$$\xi = \xi_0(x) \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varepsilon\right) \quad , \quad \eta = \eta_0(x) \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varepsilon\right).$$

Le ampiezze dei moti orizzontali e verticali, dipendenti solo da x e non da t che noi indicheremo con ξ_0, η_0, soddisfano allora alle relazioni

$$\frac{4\pi^2}{T^2} \xi_0 = g \frac{d\eta_0}{dx} \quad , \quad \eta_0 = -\frac{1}{b(x)} \frac{d}{dx}\left(S(x) \cdot \xi_0\right).$$

Sostituendo nella prima equazione al quoziente differenziale il quoziente di differenze finite ed integrando la seconda, si ottiene:

$$2\,\Delta\eta_0 = \frac{4\pi^2}{g\,T^2} 2\,\xi_0\,\Delta x \quad , \quad 2\,\xi_0 = -\frac{1}{S(x)} \int_0^x 2\eta_0\, b(x)\, dx. \quad [5]$$

Nella [5], $2\eta_0$ e $2\xi_0$ sono le ampiezze delle oscillazioni lungo il lago,

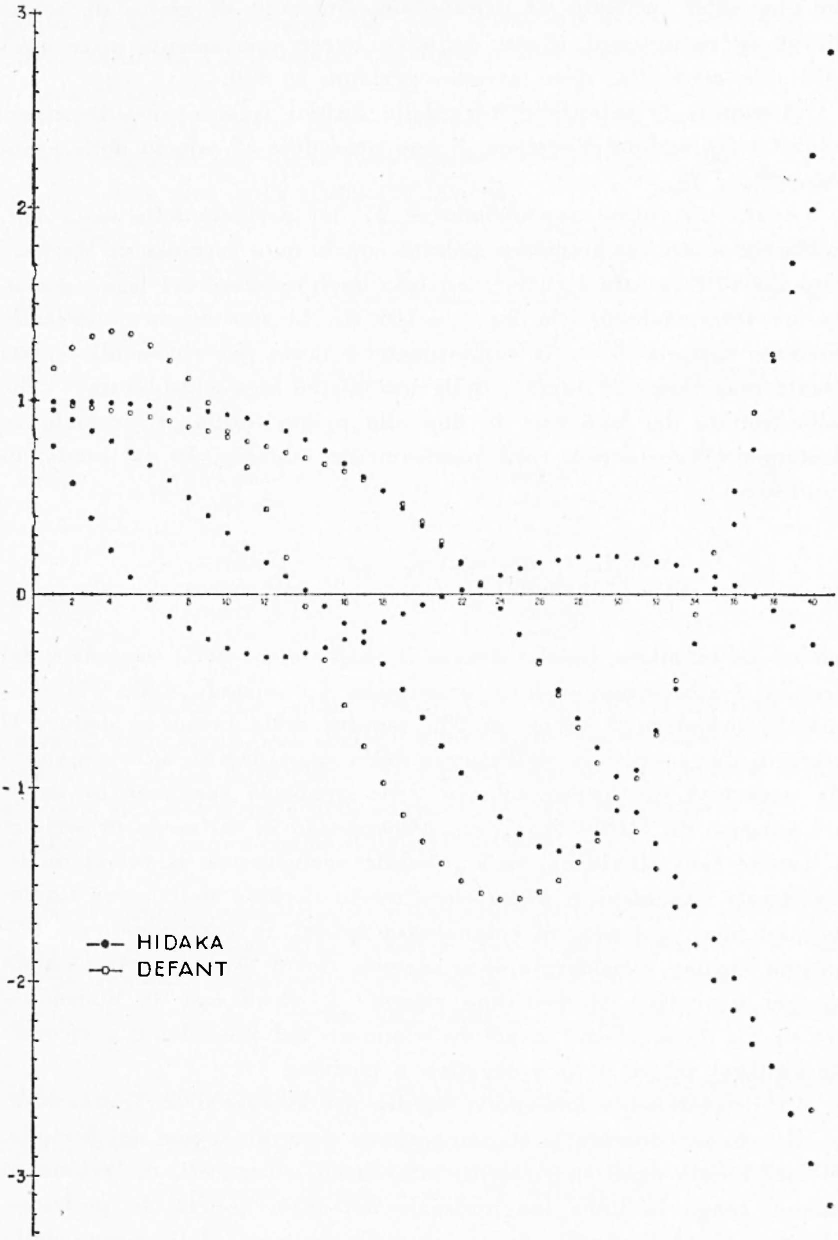

3
2
1
0
-1
-2
-3
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34
36
38
40
HIDAKA
DEFANT

Fig. 4

nei due sensi verticale ed orizzontale. Nel caso di masse di acqua chiuse, le oscillazioni libere debbono avere spostamenti orizzontali nulli alle estremità, dove avremo pertanto $\xi = 0$.

Assegnate le superficie $S(x)$ delle sezioni trasversali e le superficie $v(x)$ fra sezione e sezione, si può procedere al calcolo delle grandezze $2\eta_0$ e $2\xi_0$.

Avuto un valore approssimativo T_1 del periodo della sessa uninodale (che può anche essere dedotto con la nota formula di Merian), resta fissato il fattore $4\pi^2/T_1^2$. Ad uno degli estremi del lago ($x = 0$, sezione trasversale 0), sia $2\eta = +100$ cm lo spostamento verticale. Dovremo supporre — e la supposizione è tanto più vicina alla verità quanto maggiore è il numero delle sezioni del lago considerato — che dall'estremità del lago ($x = 0$) fino alla prima sezione trasversale, lo spostamento considerato resti praticamente costante. In tal modo, la grandezza

$$q = \int_0^{x_1} 2\eta_0 \cdot b(x)\, dx = 2\eta_0 \cdot v(x_1)$$

può essere calcolata, poiché è noto il valore $v(x_1)$ della superficie del lago da 0 alla prima sezione trasversale. La seconda delle [5] consente di calcolare il valore di $2\xi_0$, mentre dalla prima si deduce il valore di $2\eta_0$ variazione dell'altezza dello spostamento dalla sezione 0 alla sezione 1, in corrispondenza della quale lo spostamento stesso sarà espresso da $(100 + 2\Delta\eta_0)$ cm. Procedendo in tal modo di sezione in sezione fino all'ultima, sarà possibile verificare se il valore di T_1 considerato conciderà o meno con l'esatto periodo della sessa uninodale del lago: nel caso di coincidenza infatti, in corrispondenza dell'ultima sezione, considerata di area nulla, dovrà aversi $q = 0$. Quando ciò non si verifica, si dovranno ripetere i calcoli con un nuovo valore di T_1, da scegliersi maggiore o minore del precedente a seconda che l'ultimo valore di q è negativo o positivo.

Un procedimento analogo si seguirà per le sesse di 2, 3, ecc. nodi.

Il metodo consente la contemporanea determinazione del periodo, dell'andamento degli spostamenti orizzontali e verticali, di sezione in sezione, lungo la linea longitudinale del lago, nonché la posizione delle linee nodali. Anche questo metodo prescinde dalla forma della curva normale.

Abbiamo applicato il metodo di Defant per la determinazione degli elementi relativi alle oscillazioni libere uninodali e binodali.

Per quanto concerne la sessa uninodale, con un periodo $T = 9^m,7$, si è avuto un residuo $q = 2,81 \, . \, 10^{10}$ cm^3. Possiamo concluderne che il periodo della sessa uninodale, calcolato con il metodo di Defant è dell'ordine di $9^m,65$.

La tabella III riporta pure i risultati relativi alla sessa binodale.

Nel prospetto che segue sono messi a confronto i risultati ottenuti con i due metodi di Hidaka e Defant:

Oscillazioni libere		Primo Metodo (Hidaka)	Secondo Metodo (Defant)
uninodale	periodo	$9^m,65$	$9^m,65$
	nodo (dall'estremo Sud)	2330 metri	2340 metri
binodale	periodo	$4^m,6$	$4^m,8$
	I binodo	1375 metri	1420 metri
	II binodo	3490 metri	3440 metri
trinodale	periodo	$2^m,9$	
	trinodo Sud	565 metri	
	trinodo medio	2145 metri	
	trinodo Nord	3675 metri	

Si nota subito che i due metodi hanno condotto a risultati praticamente coincidenti, ciò che si verifica piuttosto di rado. Questo è in parte dovuto al fatto che la forma del lago non si discosta molto da quella prevista dalla teoria ed in parte dall'aver diviso il lago in un numero di sezioni sufficientemente grande.

3. — Ancora non sono state compiute osservazioni sistematiche sui moti liberi del lago di Caldonazzo. Solo il prof. Polli ebbe a fare qualche saltuaria registrazione di sesse del lago in questione. Quella riportata nella fig. 5 è appunto un esempio di registrazione, ottenuto

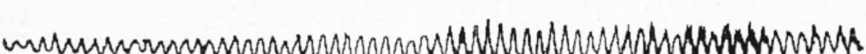


Fig. 5 - Sesse uninodali del lago di Caldonazzo registrate con limnografo Polli dalle 19^h30^m ca. del 10 aprile 1950 alle 7^h ca. dell'11 aprile 1950, presso i Bagni di Caldonazzo. (Ridotta a ca. i 3/5 dell'originale).

facendo stazione presso i Bagni di Caldonazzo, con un apparecchio ideato dallo stesso prof. Polli.

Come media di oltre 17^h di registrazione, il periodo osservato per

Tabella I

Sezioni	Δx m	$S(x)$ 10^3 m^2	$b(x)$ m	$V(x)$ 10^3 m^2	$\sigma(x)$ dam^3	$z = \frac{V}{a}$	$\frac{z^2(1-z)^2}{\sigma(z)}$ [Km^{-2}]	Δz	$M = \frac{z^2(1-z)^2}{\sigma(z)} \Delta z$	Mz 10^{-2}	Mz^2 10^{-2}	Mz^3 10^{-2}	Mz^4 10^{-2}
0	0	0	0	0	0								
1	100	14,1	1190	138,75	16779	.026315	.04053	.026815	.00109	.00292	.00008	.00000	.00000
2	200	24,2	1390	265,75	33638	.051359	.07075	.024544	.00174	.00893	.00046	.00002	.00000
3	300	33,4	1435	402,25	47929	.077738	.10724	.025379	.00283	.02200	.00171	.00013	.00001
4	400	45,9	1460	549,25	67014	.106147	.13430	.028419	.00381	.04044	.00429	.00046	.00005
5	500	52,15	1440	695,75	75096	.134460	.18030	.028313	.00510	.06857	.00922	.00124	.00017
6	600	52,4	1380	831,95	72312	.160782	.25182	.026322	.00663	.10660	.01714	.00276	.00044
7	700	50,95	1340	966,95	68273	.186872	.33820	.026090	.00882	.16482	.03030	.00576	.00108
8	800	46,6	1165	1078,45	54289	.208420	.50139	.021518	.01080	.22509	.04691	.00978	.00204
9	900	50,7	1305	1200,20	65163	.231949	.47972	.023529	.01129	.26187	.06074	.01409	.00327
10	1000	57,0	1395	1329,70	79515	.256576	.45853	.025027	.01148	.29501	.07531	.01948	.00501
11	1100	61,9	1520	1474,70	94088	.284999	.44120	.028023	.01237	.35254	.10047	.02863	.00816
12	1200	68,25	1660	1633,40	113295	.315669	.41193	.031670	.01263	.39869	.12536	.03973	.01254
13	1300	75,0	1730	1803,90	129750	.348520	.39746	.032951	.01310	.45669	.15922	.05551	.01935
14	1400	73,5	1700	1974,40	124950	.381571	.44562	.032951	.01468	.56015	.21374	.08156	.03112
15	1500	68,0	1655	2154,65	119540	.416106	.52479	.031835	.01828	.76119	.31697	.13199	.05496
16	1600	63,2	1575	2314,90	99540	.447375	.61402	.030959	.01902	.85091	.38057	.17030	.07519
17	1700	55,9	1505	2463,65	84130	.476123	.73915	.023748	.02126	1,01224	.48194	.22946	.10025
18	1800	44,5	1445	2606,65	64303	.503759	.97181	.027636	.02686	1,35310	.68163	.34338	.17298
19	1900	37,2	1385	2746,65	51522	.530815	1,20376	.027056	.03257	1,72886	.91769	.48712	.25857
20	2000	32,85	1310	2881,65	41986	.556905	1,45025	.026090	.03784	2,10733	1,17357	.65357	.36397
21	2100	28,7	1265	3009,90	36305	.581690	1,63030	.024785	.04042	2,35119	1,36765	.79555	.46276
22	2200	27,15	1230	3132,40	33395	.605364	1,70894	.023674	.04046	2,44930	1,48274	.89760	.54338
23	2300	25,2	1240	3256,15	31248	.629280	1,74155	.023916	.04165	2,62095	1,64930	1,03787	.65311
24	2400	25,0	1235	3375,90	30875	.652423	1,66512	.023143	.03854	2,51444	1,64049	1,07030	.69329
25	2500	21,6	1215	3504,65	26244	.677305	1,82022	.024832	.04529	3,06751	2,07763	1,40719	.95309
26	2600	18,75	1180	3635,15	22125	.702525	1,97379	.025220	.04978	3,49717	2,45634	1,72599	1,21255
27	2700	18,0	1155	3750,65	20790	.724847	1,91312	.022322	.04271	3,09582	2,24398	1,62654	1,17399
28	2800	15,45	1090	3861,90	16840	.746347	2,12827	.021530	.04576	3,41528	2,54897	1,90242	1,41985
29	2900	14,75	1065	3965,65	15709	.766398	2,04023	.020051	.04091	3,13533	2,40293	1,84160	1,41141
30	3000	14,65	1075	4073,65	15749	.787270	1,78106	.020872	.03717	2,92628	2,30376	1,81368	1,42785
31	3100	13,1	1115	4183,15	14606	.808431	1,64247	.021161	.03476	2,81011	2,27177	1,83657	1,48474
32	3200	11,7	970	4283,65	11349	.827854	1,78958	.019423	.03476	2,87762	2,38224	1,97215	1,63264
33	3300	11,2	900	4374,65	10080	.845440	1,69414	.017586	.02980	2,51941	2,13001	1,80080	1,52247
34	3400	10,0	895	4461,40	8950	.862206	1,57765	.016766	.02645	2,28053	1,96629	1,69535	1,46174
35	3500	9,5	970	4553,65	9215	.880034	1,20890	.017828	.02155	1,89647	1,66896	1,46874	1,29254
36	3600	10,0	1015	4650,65	10150	.898780	.81478	.018746	.01527	1,37244	1,23353	1,10867	.99546
37	3700	7,1	1050	4753,90	7455	.918734	.74715	.019954	.01491	1,36983	1,25851	1,15623	1,06227
38	3800	8,0	1130	4862,90	9040	.939800	.35398	.021056	.00716	.70109	.65838	.61922	.58194
39	3900	5,3	1050	4971,40	5777	.960768	.24530	.020958	.00515	.49480	.47538	.45673	.43881
40	4000	2,9	1040	5076,15	3016	.981012	.11605	.020244	.00235	.23054	.22616	.22187	.21765
41	4100	0	0	5174,40	0	1.000000	0	.018988	0	0	0	0	
									.88735	56,40406	39,24494	28,73004	21,77170
									I_0	$I_1 \cdot 10^2$	$I_2 \cdot 10^2$	$I_3 \cdot 10^2$	$I_4 \cdot 10^2$

TABELLA II

Sezioni	ζ'	ζ''	ζ'''
0	—1. 0	—1	1—
1	— .994	—1,163	—.764
2	— .989	—1,268	—.572
3	— .984	—1,334	—.390
4	— .979	—1,359	—.220
5	— .974	—1,338	—.078
6	— .968	—1,282	+.033
7	— .960	—1,196	+.122
8	— .953	—1,108	+.183
9	— .942	— .984	+.236
10	— .927	— .839	+.278
11	— .907	— .657	+.310
12	— .880	— .440	+.327
13	— .843	— .191	+.326
14	— .769	+ .065	+.310
15	— .737	+ .338	+.279
16	— .673	+ .574	+.240
17	— .604	+ .782	+.198
18	— .529	+ .969	+.153
19	— .445	+1.135	+.107
20	— .355	+1.275	+.061
21	— .259	+1.386	+.017
22	— .160	+1.471	—.023
23	— .050	+1.530	—.062
24	+ .066	+1.562	—.096
25	+ .201	+1.564	—.129
26	+ .349	+1.530	—.156
27	+ .490	+1.466	—.175
28	+ .636	+1.373	—.187
29	+ .781	+1.256	—.192
30	+ .940	+1.102	—.191
31	+1.111	+ .909	—.182
32	+1.277	+ .700	—.167
33	+1.435	+ .482	—.146
34	+1.593	+ .247	—.120
35	+1.767	— .032	—.086
36	+1.960	— .359	—.042
37	+2.174	— .746	+.015
38	+2.412	—1.202	+.086
39	+2.660	—1.704	+.169
40	+2.911	—2.236	+.262
41	+3.157	—2.780	+.361

Tabella III

Sezioni	$S(x)$ 10^7 cm^2	$v(x)$ 10^7 cm^2	$T = 9,^{m}6$; $\alpha.\Delta x = 1,21296.10^{-3}$ cm^{-1} ; $\alpha = \frac{4\pi^2}{gT^2}$ — q 10^{10} cm^3	$2\,\xi_0$ 10^3 cm	2Δ[illegible]$_0$ cm	$2\eta_0$ cm	$T = 4,^{m}8$; $\alpha\,.\,\Delta x = 4,85185.10^{-3}$ cm^{-1} — q 10^{10} cm^3	$2\,\xi_0$ 10^3 cm	$2\,\Lambda\eta_0$ cm	2 [illegible]$_0$ cm
0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0
1	14,1	138,75	13,875	— 0,984	— 1,19	98,81	13,875	— 0,984	— 4.77	95.23
2	24,2	127,0	26,43	— 1,09	— 1,32	97,49	25,97	— 1.07	— 5.19	90.04
3	33,4	136,5	39,74	— 1,19	— 1,44	96,05	38,26	— 1.15	— 5.58	84.46
4	45,9	147,0	53,86	— 1,17	— 1,42	94,63	50,68	— 1.10	— 5.34	79.12
5	52,15	146,5	67,72	— 1,30	— 1,58	93,05	62,27	— 1.19	— 5.77	73.35
6	52,4	136,2	80,39	— 1,53	— 1,86	91,19	72,26	— 1.38	— 6.70	66.65
7	50,95	135,0	92,70	— 1,82	— 2,21	88,98	81,26	— 1.59	— 7.71	58.94
8	46,6	111,5	102,62	— 2,20	— 2,67	86,31	87,83	— 1.88	— 9.12	49.82
9	50,7	121,75	113,13	— 2,23	— 2,70	83,61	93,90	— 1.85	— 8.98	40.84
10	57,0	129,5	123,96	— 2,17	— 2,63	80,98	99,19	— 1.74	— 8.44	32.40
11	61,9	145,0	135,70	— 2,19	— 2,66	78,32	103.89	— 1.68	— 8.15	24.25
12	68,25	158,7	148,13	— 2,17	— 2,63	75,69	107,74	— 1.58	— 7.67	16.58
13	75,0	170,5	161,04	— 2,15	— 2,61	73,08	110,57	— 1.47	— 7.13	9.45
14	73,5	170,5	173,50	— 2,36	— 2,86	70,22	112,18	— 1.53	— 7.42	2.03
15	68,0	180,25	186,16	— 2,74	— 3,32	66,90	112.55	— 1.66	— 8,05	— 6,02
16	63,2	160,25	196,88	— 3,12	— 3,78	63,12	111.59	— 1,77	— 8,59	— 14,61
17	55,9	148,75	206,27	— 3,69	— 4,48	58,64	109,42	— 1,96	— 9.51	— 24.12
18	44,5	143,0	214,66	— 4,82	— 5,85	52,79	105,97	— 2.38	— 11.55	— 35.67
19	37,2	140,0	222,05	— 5,97	— 7,24	46,55	100.98	— 2.71	— 13.15	— 48.82
20	32,05	135,0	228,20	— 7,12	— 8,64	36,91	94,39	— 2.95	— 14.31	— 63.13
21	28,7	128,25	232,93	— 8,12	— 9,85	27,06	86,29	— 3.01	— 14.60	— 77.73
22	27,15	122,5	236,24	— 8,70	— 10,55	16,51	76,77	— 2.83	— 13.73	— 91.46
23	25,2	123,75	238,28	— 9,46	— 11,47	5,04	65,45	— 2.60	— 12.61	— 104.07
24	25,0	119,75	238,88	— 9,56	— 11,60	— 6,59	52,99	— 2.12	— 10.29	— 114.36
25	21,6	128,75	238,09	— 11,02	— 11,37	— 19,93	38,27	— 1.77	— 8.59	— 122.95
26	18,75	130,5	235,19	— 12,56	— 15,23	— 35,16	22,23	— 1.19	— 5.77	— 128.72
27	18,0	115,5	231,43	— 12,86	— 15,60	— 50,76	7,36	— .41	— 1.99	— 130.71
28	15,45	111,25	225,78	— 14,61	— 17,72	— 68,48	— 7,18	+ .465	+ 2.26	— 128.45
29	14,75	103,75	218,68	— 14,83	— 17,99	— 86,47	— 20,51	+ 1.39	+ 6.74	— 121.71
30	14,65	108,0	209,34	— 14,29	— 17,33	— 103,80	— 33,65	+ 2.30	+ 11.16	— 110.55
31	13,1	109,5	197,97	— 15,11	— 18,33	— 122,13	— 45,76	+ 3.49	+ 16.93	— 93.62
32	11,7	100,5	185,70	— 15,87	— 19,25	— 141,38	— 55,17	+ 4.72	+ 22.90	— 70.72
33	11,2	91,0	172,83	— 15,43	— 18,72	— 160,10	— 61,61	+ 5.50	+ 26.69	— 44.03
34	10,0	86,75	158,94	— 15,89	— 19,27	— 179,37	— 65,43	+ 6.54	+ 31.73	— 12.30
35	9,5	92,25	142,39	— 14,99	— 18,18	— 197,55	— 66,56	+ 7,01	+ 34,01	+ 21,71
36	10,0	97,0	123,23	— 12,32	— 14,94	— 212,49	— 64,45	+ 6,45	+ 31,29	+ 53,00
37	7,1	103,25	101,29	— 14,27	— 17,31	— 229,80	— 58,98	+ 8.31	+ 40.32	+ 93.32
38	8,0	109,0	76,24	— 9,53	— 11,56	— 241,36	— 48,81	+ 6.10	+ 29.60	+ 122.92
39	5,3	108,5	50,05	— 9,44	— 11,45	— 252,81	— 35,47	+ 6.69	+ 32.46	+ 155.38
40	2,9	104,75	23,57	— 8,13	— 9,86	— 262,67	— 19,19	+ 6.62	+ 32.12	+ 187.50
41	0	98,25	— 2,24				— 0,77			

la sessa uninodale è risultato di ca. 10^m: gli esempi più netti però e più numerosi, hanno periodi di $9^m,5$, che risulta pertanto il valore predominante.

L'accordo con i valori calcolati non potrebbe essere migliore. Ad ogni modo, le osservazioni sistematiche che ci proponiamo di fare ci consentiranno di precisare ulteriormente il valore del periodo osservato.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Agosto 1951.

RIASSUNTO

È stato fatto, per il lago di Caldonazzo, un lavoro analogo a quello compiuto per la ricerca delle oscillazioni libere del lago di Levico.

In questo primo contributo vengono riportati i risultati dell'applicazione di due diversi metodi analitici per la determinazione dei periodi, dei nodi e dell'andamento delle ampiezze relativi alle prime tre sesse del lago.

I risultati sono in ottimo accordo tra loro; accordo che molto raramente si realizza.

Per quanto riguarda la sessa uninodale, viene riportato un esempio di registrazione, che dà, per i periodi, valori conformi a quelli ottenuti con il calcolo.

È nostra intenzione completare il lavoro con una sistematica serie di osservazioni, che ci riserviamo di eseguire non appena possibile.

SUMMARY

The same research on free oscillations of the water, which had been effected for the Levico Lake, has been effected also for the Caldonazzo Lake.

In this first article are reported the results obtained by the application of two different analytical methods for the period determination, as well as for the determination of nodes and amplitude variations referred to the three first seiches of the lake.

Results match very satisfactorily, though such a concordance is rather exceptional.

As for the uninodal seiche, a recording example has been reported,

which gives recorded period values agreeing with the values obtained by calculation.

We intend to complete our exposition by reporting a systematic series of observations which we will publish as soon as possible.

BIBLIOGRAFIA

(1) Riccardi R.: *I laghi d'Italia.* Boll. della Soc. Geog. Ital., Roma 1925.

(2) Caloi P.: *Oscillazioni libere del lago di Levico.* Annali di Geof. IV, 2, 1951.

(3) Caloi P.: *Le sesse del Lago di Garda.* Parte I e II, Annali di Geof. I, 1 e 2, 1948.