

DENSITA' ELETTRONICA NELL'ALTA ATMOSFERA E INTERPRETAZIONE DELLE CURVE $h'(f)$ DELL'ALTEZZA VIRTUALE DELLA IONOSFERA

PARTE II

F. MARIANI

In una precedente nota ⁽¹⁾ che nel presente lavoro indicheremo con *I* si è studiata la riflessione di onde elettromagnetiche dagli strati superiori della ionosfera allo scopo di ottenere informazioni sulle caratteristiche geometriche della distribuzione di densità elettronica in funzione della altezza vera. Nella nota *I*, adottando per semplicità di calcolo una legge di tipo parabolico per la distribuzione della densità elettronica coll'altezza che, come è noto, approssima la distribuzione di Chapman e prendendo nella dovuta considerazione il campo magnetico terrestre, si è sviluppato un metodo di analisi degli ionogrammi. Nella presente nota si determina, nelle stesse condizioni, il cammino ottico $f_c L_{h_1, h_2}$ che corrisponde a un intervallo di quote h_1, h_2 per un'onda di frequenza f allorché essa si propaga in uno strato di Chapman di frequenza critica f_c ; si confrontano i risultati con quelli ottenuti per il caso parabolico. Nel paragrafo 2 si studiano due ionogrammi tipici secondo il metodo proposto in *I*; interesse particolare presenta il secondo di essi nel quale si ha il caso di « sovrapposizione » delle distribuzioni di densità degli strati F_1 e F_2 : si mostra che il metodo di sovrapposizione lineare studiato in *I*, che sembra plausibilmente suggerito da una nota di Ratcliffe ⁽²⁾, non risulta, almeno quando si prenda in considerazione l'influenza del campo magnetico, aderente alla realtà fisica. Si riconsidera allora, nel paragrafo 3, da un punto di vista fisico l'equilibrio ioni elettroni negli strati prendendo in considerazione la ricombinazione degli ioni nella zona di sovrapposizione e si studia la distribuzione di densità risultante. Nel paragrafo 4, infine, si accenna ad un più complesso metodo di analisi degli ionogrammi che, sembra, possa permettere una più corretta interpretazione delle curve sperimentali della altezza virtuale.

1. La distribuzione di densità elettronica N in atmosfera isoterma si scrive, secondo Chapman

$$N(h) = \sqrt{\frac{I_0}{\alpha}} \exp \left[\frac{z}{2} + \frac{1}{2} (1 - \sec \chi \exp z) \right] \quad \text{ove} \quad [1]$$

h = quota rispetto al suolo

χ = angolo zenitale del sole

I_0 = numero di ioni prodotti per unità di tempo e di volume allorché $\chi = 0$ e $h = h_0$ = quota alla quale $N(h)$ è massimo per $\chi = 0$

α = coefficiente di ricombinazione, non dipendente dalla quota

$$z = \frac{h_0 - h}{H}$$

$H = \frac{kT}{mg}$ = scala delle altezze.

Convien eliminare nella [1] la dipendenza dall'angolo zenitale χ ; allorché $\chi \neq 0$ il massimo di densità è situato a una quota h_1 tale che

$$\exp \left[\frac{h_0 - h_1}{H} \right] = \cos \chi. \quad [2]$$

Ponendo allora

$h = h_1 + \psi$, cioè ponendo l'origine delle quote alla quota h_1 del massimo, la [1] diviene, con $z' = \frac{\psi}{H}$

$$N(z') = \sqrt{\frac{I_0 \cos^2 \chi}{\alpha}} \exp \left\{ \frac{1}{2} [-z' + 1 - \exp(-z')] \right\} \quad [3]$$

La distribuzione [3] ha un andamento abbastanza somigliante a quello «parabolico» per quote inferiori a quella del massimo di densità cioè per $z' < 0$; da esso invece sensibilmente si discosta allorché $z' > 0$; inoltre l'intervallo di definizione della [3] va convenientemente limitato in quanto la $N(z')$ non si annulla che per $z' \rightarrow \pm \infty$; questo non ha senso fisico e d'altra parte potrebbe introdurre delle diver-

genze nell'espressione del cammino ottico $L_{z'_A z'_B}(f)$. Considereremo allora una densità $N(z')$ così definita:

$$\tilde{N}(z') = \begin{cases} \sqrt{\frac{I_0 \cos \gamma}{c}} \exp \left\{ \frac{1}{2} [-z' + 1 - \exp(-z')] \right\} \\ \text{per } z'_A = -2,5 \leq z' \leq 8 = z'_B \\ \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad [4]$$

Il cammino ottico $L_{z'_A z'}(f)$ per $f < f_c$, tenuto conto che

$$x = \frac{f_0^2}{f^2} = \frac{e^2}{\pi m} \frac{N(z')}{f^2} = x(z') \quad [5]$$

si scrive allora

$$f_c L_{z'_A z'}(f) = H \int_{z'_A}^{z'} u' dz' = 2H \int_{x(z'_A)=x_0}^{x(z')=1} \frac{u'}{x[-1 + \exp(-z')]} dx \quad [6]$$

Ponendo $x = x_0 + (1 - x_0)(1 - \varrho^2)$ si ottiene infine

$$f_c L_{z'_A z'}(f) = 2H \left[2(1 - x_0) \int_0^1 \frac{u' \varrho}{[x_0 + (1 - x_0)(1 - \varrho^2)] [-1 + \exp(-z')]} d\varrho \right] \quad [7]$$

con $x_0 = 0.013 \frac{f_c^2}{f^2}$ per la [5]

Nel caso $f > f_c$ invece, caso che si verifica allorché si considera l'attraversamento di uno strato, poiché le due « metà » di questo non sono uguali occorre valutare il cammino ottico $L(f)$ relativo a ciascuna di esse rispettivamente definite dalle limitazioni $z'_A \leq z' \leq 0$ e $0 \leq z' \leq z'_B$.

Si ha allora

$$f_c L(f) = 2H \int_{\bar{x}_0}^{\bar{x}} \frac{u'}{x[-1 + \exp(-z')]} dx \quad [8]$$

ove $\bar{x} = \frac{f_c^2}{f^2}$ per ambedue i casi mentre $\bar{x}_0 = 0.013 \frac{f_c^2}{f^2}$ e $\bar{x}_0 = 0.030 \frac{f_c^2}{f^2}$

rispettivamente per la metà inferiore e superiore dello strato. Ponendo $x = \bar{x}_0 + (x - \bar{x}_0) \rho$ la [8] diviene

$$f_c L(f) = 2H \left[A \int_0^1 \frac{\mu'}{[-1 + \exp(-z')][B + A\rho]} d\rho \right] \quad [9]$$

con $A = 0.987$ $B = 1 - A = 0.013$ per $z' \leq 0$
 e $A = 0.970$ $B = 0.030$ per $z' \geq 0$

Il calcolo numerico è stato eseguito, come in *I*, con il metodo di Gauss per uno strato avente il suo massimo di densità a 200 km dal suolo; i risultati sono raccolti nella tabella I. Il metodo di integrazione numerica questa volta porta a errori maggiori che nel caso dello strato parabolico data la forma non razionale della [4]; tuttavia l'approssimazione che esso comporta è più che sufficiente per i nostri scopi: lo spessore totale dello strato ottenuto ponendo $\mu' = 1$ negli integrali [9] risulta 10.22 *H* anziché 10.50 *H* come è supposto a priori nella [4]; in più la tabella II mostra, in unità 2*H*, gli spessori geometrici $\psi_r - \psi_A$ calcolati e quelli effettivi dedotti dalla [4]: essi risultano (tranne il primo) identici entro il 2÷3% come si ha per lo spessore dello strato.

TABELLA II

$\frac{f}{f_c}$	$\frac{1}{2H} [\psi_r - \psi_A]$	
	calcolato	effettivo
0.3	0.249	0.218
0.5	0.419	0.402
0.7	0.577	0.589
0.8	0.699	0.703
0.9	0.838	0.851
0.95	0.951	0.960
0.975	1.022	1.040

Dalla tabella I risulta che il cammino ottico, a parità di $\frac{f}{f_c}$, non varia sensibilmente con f_c tranne che per frequenze assai prossime a quella critica; si nota anche che, per $f > f_c$ e $\frac{f}{f_c}$ grande i cammini ottici calcolati risultano inferiori di qualche % a quelli geometrici effettivi (sempre misurati in unità 2*H*).

Per uno strato semplice può scriversi la relazione lineare

$$\bar{h}'(f) = \bar{h}_0 + 2H \left(\frac{f_c L z'_A z'(f)}{2H} \right) \quad [10]$$

che va confrontata con la [33] di *I*.

La eventuale sovrapposizione di due strati di Chapman risulta assai più complicata ad esaminare, data la forma della [4]; noi non la prendiamo in considerazione e nel seguito per il caso di sovrapposizione considereremo senz'altro strati « parabolici ».

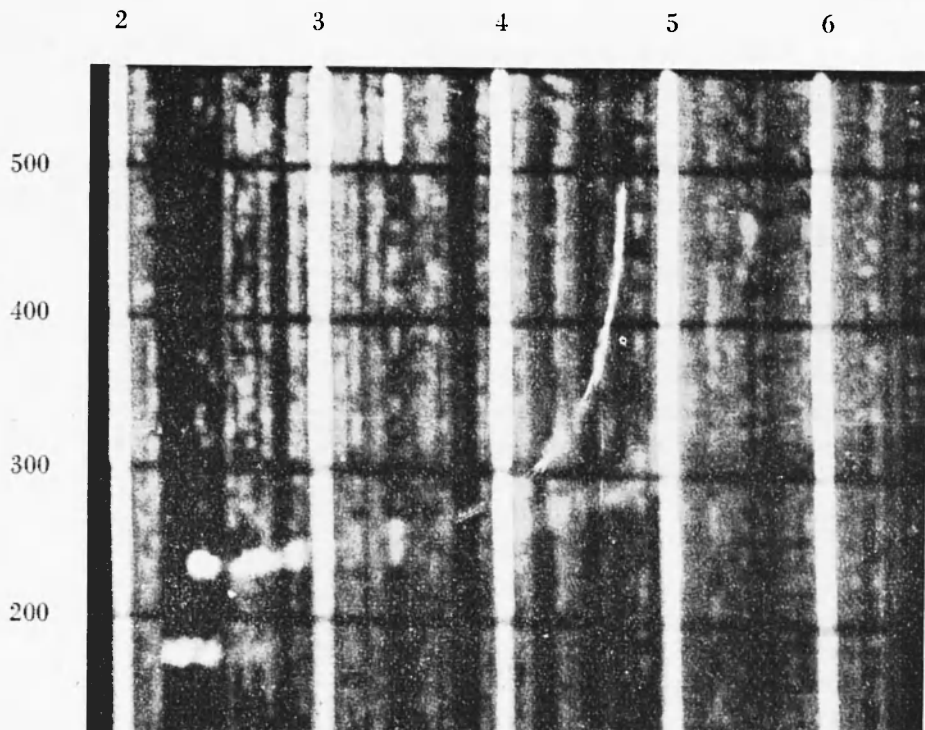


Fig. 1 - Altezza in km; frequenza in MHz.

2. Confronto di ionogrammi tipici con i risultati del calcolo numerico per modelli di strato parabolico e di Chapman.

Le figure 1 e 2 mostrano due tipici ionogrammi ottenuti l'8 maggio 1953 alle ore 23 e il 26 aprile 1953 alle ore 17. Essi sono stati interpretati col metodo sviluppato in 1. Nel primo ionogramma è presente un solo strato: graficando le espressioni [33] di I e la analoga [10] i punti sperimentali in ambedue i casi risultano allineati con ottima approssimazione (fig. 3); mediante il metodo dei minimi quadrati e

attribuendo un uguale peso a ciascuno dei valori sperimentali di $h'(f)$ si sono dedotti i valori

$$\begin{aligned} z_0 &= 59.4 \pm 5.5 \text{ Km} & h_0 &= 218.5 \pm 4.5 \text{ Km} \\ & \text{per strato parabolico} & & \\ 2H &= 79.1 \pm 1.2 \text{ Km} & \bar{h}_0 &= 179.7 \pm 1.7 \text{ Km} \\ & \text{per strato di Chapman} & & \end{aligned} \quad [11]$$

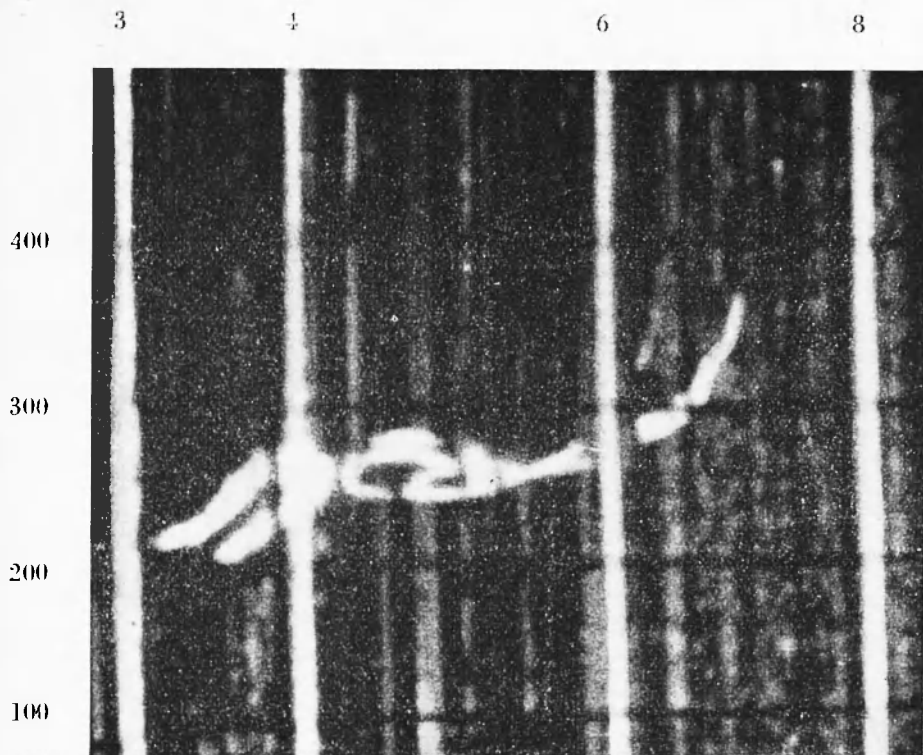


Fig. 2 - Altezza in km; frequenza in MHz.

Risulta subito $z_0 = 1.5H$; inoltre l'altezza reale h_m del massimo di densità è nei due casi identica entro gli errori sperimentali: infatti si ha $h_m = z_0 + h_0 = 277.9$ km e $\bar{h}_m = 2.5H + \bar{h}_0 = 278.5$ km; la differenza $h_0 - \bar{h}_0$ vale 38.8 km cioè, entro gli errori, H .

Più interessante è il secondo ionogramma nel quale si può esaminare la sovrapposizione del « vero » strato F_2 sullo strato F_1 a partire da una quota h_A alla quale viene riflessa l'onda di frequenza f_A . Per

quanto riguarda la parte di ionogramma relativa alle frequenze $f < f_A$ (fig. 4) si ricavano senz'altro:

$$\left. \begin{aligned} z_0 &= 91.6 \pm 0.4 \text{ Km} & h_0 &= 150.5 \pm 0.4 \text{ Km} \\ 2H &= 122.2 \pm 0.9 \text{ Km} & \bar{h}_0 &= 91.8 \pm 1 \text{ Km} \end{aligned} \right\} [12]$$

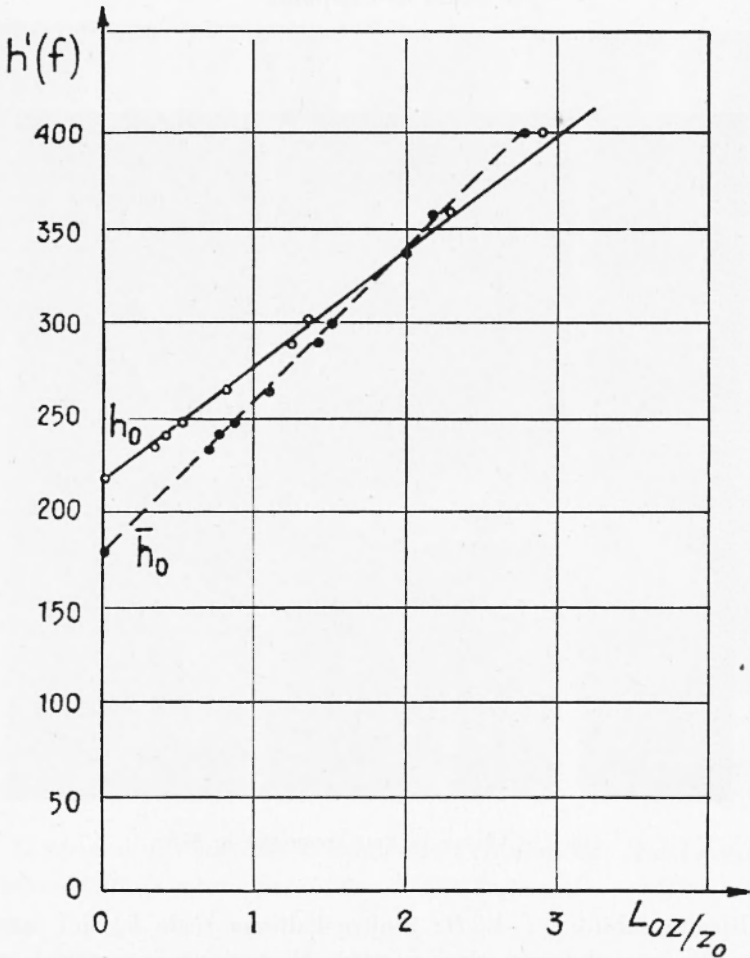


Fig. 3 Altezza in km

È ancora $z_0 = 1.5H$; anche le altezze h_m del massimo risultano di nuovo uguali: $h_m = z_0 + h_0 = 242.1 \text{ Km}$ e $\bar{h}_m = 2.5H + \bar{h}_0 = 244.5 \text{ Km}$; la differenza $h_0 - \bar{h}_0 = 58.7 \text{ Km}$ vale ancora H .

Per frequenze $f > f_A$ abbiamo invece usato la formula [37] di I che qui riportiamo

$$h'(f) - h_0 - f_c L_{oz_A}(f) = \xi_0 \left[\frac{\varphi_c L_{o\xi}(f) - \varphi_c L_{o\xi_A}(f)}{\xi_0} \right] \quad [13]$$

La frequenza φ_c che in essa compare è la frequenza critica che si osserva sperimentalmente e che abitualmente è detta frequenza critica

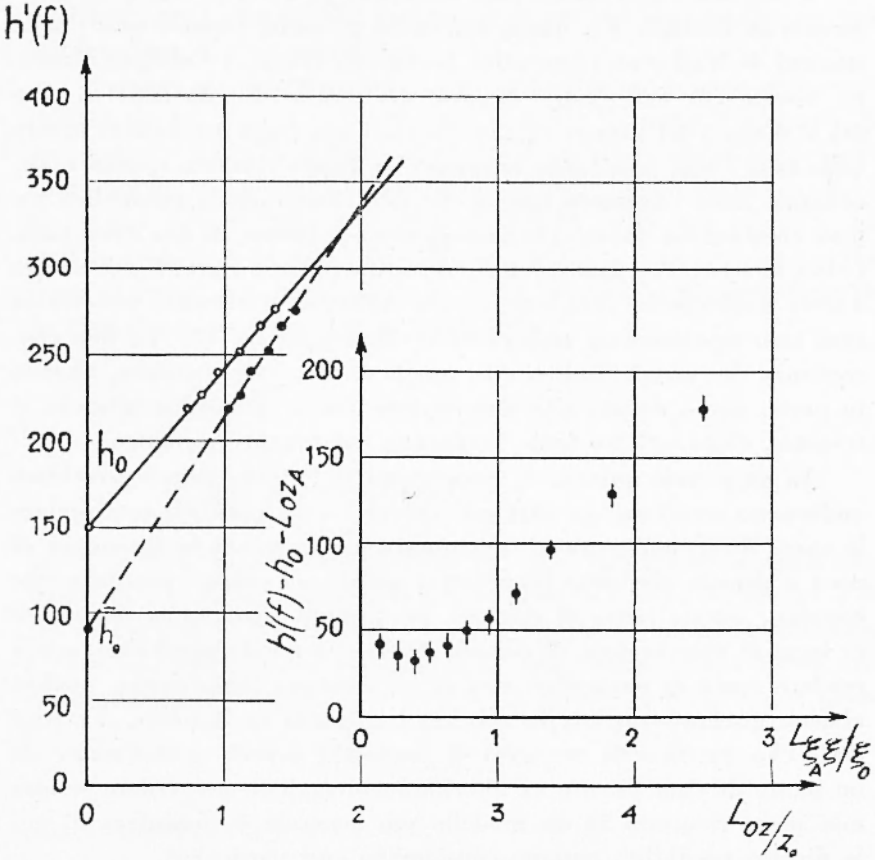


Fig. 4

dello strato F_2 ; nel nostro modello essa può invece essere sia la frequenza critica f_γ dello strato F_2 vero e proprio, sia anche la frequenza critica Φ corrispondente al massimo relativo della distribuzione di densità di sovrapposizione. Se fosse valido lo schema esaminato in I il grafico della [13] dovrebbe essere una semiretta uscente dall'origine con

coefficiente angolare ξ_0 : i punti sperimentali risultano invece distribuiti su una linea curva che si discosta sensibilmente dall'andamento rettilineo tanto più quanto più le frequenze considerate si approssimano a f_A (fig. 4). Questo fatto non sembra dipendere dagli errori sperimentali di misura che sono dell'ordine di qualche km; d'altra parte un analogo andamento si ottiene nella maggior parte dei casi di una numerosa serie di ionogrammi esaminati con identico procedimento.

I risultati sopra esposti non sembrano in accordo con quanto osservato da Ratcliffe (³): questi studiando gli ionogrammi ottenuti nelle stazioni di Watheroo (Australia), Huancayo (Perù) e College (Alaska) ha trovato che nella maggior parte dei casi la distribuzione di densità al disopra della quota h_A segue ancora una legge parabolica; invero nella nota *I* noi, prendendo lo spunto da questo risultato sperimentale, abbiamo fatto l'ulteriore ipotesi che tale distribuzione parabolica potesse considerarsi dovuta alla sovrapposizione lineare di due strati parabolici, lo strato F_1 e uno strato F_2 (il vero e proprio strato F_2) di natura ancora imprecisata; vera o no questa induzione dovremmo tuttavia in ogni caso aspettarci un andamento rettilineo per la [13]. La non concordanza dei nostri risultati con quelli di Ratcliffe potrebbe, almeno in parte, essere dovuta alla imprecisione che si determina allorché si trascura, come egli ha fatto, l'influenza del campo magnetico.

In un piccolo numero di ionogrammi la [13] ha invece presentato andamento rettilineo; in altri casi ancora è stato possibile interpretare le curve $h'(f)$ nel tratto di sovrapposizione ammettendo l'esistenza di zone a densità crescente linearmente all'altezza oppure sensibilmente costante; questa parte di risultati, per quanto riguarda la possibilità di leggi di distribuzioni di densità diverse da quella parabolica atte a rendere conto di particolari casi di registrazioni ionosferiche, sembra almeno qualitativamente, in accordo con quelli di Ratcliffe. Va però detto che questa serie empirica di possibilità è poco soddisfacente da un punto di vista fisico e va ulteriormente vagliata per vedere se essa non possa rientrare in un modello più generale di ionosfera di cui le diverse possibilità possano considerarsi casi particolari.

A conclusione di questo primo confronto tra dati sperimentali e previsioni teoriche osserviamo che le [11] e [12] mostrano come la parabola che meglio approssima la parte inferiore di uno strato di Chapman sia tale che il suo semispessore z_0 uguagli i $3/2$ della scala delle altezze H ; ciò va considerato come un perfezionamento del calcolo di Chapman (⁴) che ha mostrato come nell'intervallo $-1 < z' < 1$ la parabola per cui $z_0 = 2H$ approssima entro il 5%

uno strato di Chapman. Questa constatazione può riuscire utile nella valutazione sia pure grossolana delle temperature nelle regioni ionosferiche interessate.

3. Nel presente paragrafo considereremo l'equilibrio ionico nella zona ove gli strati F_1 e F_2 « vero » si sovrappongono; manteniamo l'ipotesi fondamentale che sussistano due cause distinte di ionizzazione e che ciascuna di esse, in assenza dell'altra, darebbe luogo ad una distribuzione di densità del tipo di Chapman approssimabile con una distribuzione di tipo parabolico.

L'agente ionizzante è molto probabilmente di origine elettromagnetica per lo strato F_2 oltre che per lo strato F_1 , come è suggerito da vari autori ⁽⁵⁾ ⁽⁶⁾ che hanno sulla base di tale ipotesi esaminato particolari aspetti del comportamento degli strati superiori della ionosfera.

Siano \bar{N}_1 e \bar{N}_2 rispettivamente le densità degli ioni cui sono dovuti lo strato F_1 e lo strato F_2 nella zona ove essi si sovrappongono. La legge di variazione temporale di \bar{N}_1 e \bar{N}_2 , prendendo in considerazione la ricombinazione ioni-elettroni, si scrive

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{N}_1}{dt} &= q_1 - \alpha_1 \bar{N}_1 N \\ \frac{d\bar{N}_2}{dt} &= q_2 - \alpha_2 \bar{N}_2 N \end{aligned} \right\} [14]$$

ove $N = \bar{N}_1 + \bar{N}_2$ è la densità totale di ioni e quindi anche degli elettroni; q_1 e q_2 sono i numeri di ioni prodotti per unità di volume e di tempo dai due agenti ionizzanti, α_1 e α_2 , i coefficienti di ricombinazione.

Se ammettiamo che ambedue le densità ioniche si trovino in uno stato stazionario o comunque varino lentamente così da poter porre

$$\frac{d\bar{N}_1}{dt} = \frac{d\bar{N}_2}{dt} = 0,$$

allora dalle [14] si deduce

$$\left. \begin{aligned} \frac{q_1}{\alpha_1} &= \bar{N}_1 N \\ \frac{q_2}{\alpha_2} &= \bar{N}_2 N \end{aligned} \right\} [15]$$

cioè

$$N = \sqrt{\frac{q_1}{\alpha_1} + \frac{q_2}{\alpha_2}} \quad [16]$$

I rapporti $\frac{q_1}{\alpha_1}$ e $\frac{q_2}{\alpha_2}$ si possono semplicemente considerare come derivanti dalle due condizioni di equilibrio $q_1 - \alpha_1 N_1^2 = 0$ e $q_2 - \alpha_2 N_2^2 = 0$ che sussisterebbero se le due cause di ionizzazione agissero in due regioni distinte senza sovrapposizione di strati. È ovvio però che N_1 e N_2 non coincidono, in generale, con \bar{N}_1 e \bar{N}_2 ; purtuttavia nella zona di sovrapposizione, in forza della [16], possiamo porre

$$N = \sqrt{\bar{N}_1^2 + N_2^2} \quad [17]$$

ove, con i simboli usati in I.

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= N_0 \left[1 - \left(1 - \frac{z}{z_0} \right)^2 \right] & 0 \leq z \leq 2z_0, \\ &= 0 & \text{altrove} \\ N_2 &= v_0 \left[1 - \left(1 - \frac{z - (z_0 + a)}{\zeta_0} \right)^2 \right] & z_0 + a < z \leq z_0 + a + 2\zeta_0, \\ &= 0 & \text{altrove} \end{aligned} \right\} [18]$$

Se invece ammettiamo che si trovi in stato stazionario la densità totale N , ancora dalle [14] otteniamo

$$(\alpha_1 \bar{N}_1 + \alpha_2 \bar{N}_2) N = q_1 + q_2 \quad [19]$$

Poiché $\bar{N}_1 = N - \bar{N}_2$ si deduce infine l'equazione

$$\alpha_1 N^2 - (\alpha_1 - \alpha_2) \bar{N}_2 N - q_1 - q_2 = 0 \quad [20]$$

Dalle [19] e [20] risulta subito che, per $\alpha_1 \neq \alpha_2$, la condizione $\frac{dN}{dt} = 0$ equivale alle due $\frac{d\bar{N}_1}{dt} = \frac{d\bar{N}_2}{dt} = 0$ cosicché, anche nel caso $\frac{dN}{dt} = 0$, vale nella zona di sovrapposizione la distribuzione [16]. Se fosse invece $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ potrebbe essere $\frac{d\bar{N}_1}{dt} = -\frac{d\bar{N}_2}{dt} \neq 0$ ma dalla [20] risulterebbe ancora

$$N = \sqrt{\frac{q_1}{\alpha} + \frac{q_2}{\alpha}} = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} \quad [21]$$

La possibilità che sia $\alpha_1 = \alpha_2$ non sembra ragionevole allo stato attuale delle conoscenze; occorre tuttavia notare che i valori sperimentali dei coefficienti di ricombinazione ottenuti dai diversi sperimenta-

tori sono alquanto diversi e che, d'altra parte, Martyn (7) ha recentemente messo in evidenza come, ammettendo che in media gli elettroni costituenti uno strato abbiano una componente verticale di velocità, il metodo di deduzione del coefficiente di ricombinazione da equazioni del tipo [14] può essere invalidato cosicché esso può risultare anche notevolmente diverso dal valore più spesso accettato che è $4 \cdot 10^{-9}$ $\text{cm}^3 \text{sec}^{-1}$ per lo strato F_1 (8) e compreso tra $1 \cdot 10^{-9}$ e $1 \cdot 10^{-10}$ $\text{cm}^3 \text{sec}^{-1}$ per lo strato F_2 (9). Notiamo inoltre che da una recente valutazione Appleton (9) ha ottenuto per il valore del prodotto aN del coefficiente di ricombinazione a per la densità elettronica massima N negli strati F_1 e F_2 i valori approssimativi $4 \cdot 10^{-4}$ e $2 \cdot 10^{-4}$; ciò potrebbe indicare che i coefficienti di ricombinazione, pur risultando senz'altro differenti nei due strati, possano non differire in quanto a ordine di grandezza.

Noi in questa nota riterremo valida la legge di distribuzione [17].

Ponendo nella [17] medesima $\beta = z - z_0$ e $\gamma = \frac{v_0}{N_0}$ si ottiene in forma esplicita

$$N(\beta; \gamma, a, z_0, \zeta_0) = N_0 \lambda^{1/2} \quad [22]$$

con

$$\lambda = \left\{ \left(\frac{1}{z_0^4} + \frac{\gamma^2}{\zeta_0^2} \right) \beta^4 - \frac{4\gamma^2}{\zeta_0^3} \left(1 + \frac{a}{\zeta_0} \right) \beta^3 + 2 \left[\frac{\gamma^2}{\zeta_0^2} \left(2 + \frac{3a^2}{\zeta_0^2} + \frac{6a}{\zeta_0} \right) - \frac{1}{z_0^2} \right] \beta^2 + \right. \\ \left. - 4\gamma^2 \frac{a}{\zeta_0^2} \left(2 + \frac{a^2}{\zeta_0^2} + \frac{3a}{\zeta_0} \right) \beta + \left[1 + \frac{4\gamma^2 a^2}{\zeta_0^2} + \frac{\gamma^2 a^4}{\zeta_0^4} + \frac{4\gamma^2 a^3}{\zeta_0^3} \right] \right\} \\ z_0 \geq \beta > a \quad [23]$$

Il tipo di andamento di $N(\beta)$ nel suo intervallo di definizione non è determinato ammettendo noti, come effettivamente è a priori, i soli valori di a e z_0 : alle varie coppie di valori γ e ζ_0 (parametri da determinare) corrispondono i seguenti 3 tipi:

1) $N(\beta)$ è crescente, cioè è $\frac{dN}{d\beta} > 0$ per $z_0 \geq \beta > a$

2) $N(\beta)$ è non decrescente con un punto di flesso a derivata nulla

- 3) $N(\beta)$ ha un massimo relativo che può risultare maggiore o minore di v_0 e che, in ogni caso, corrisponde a un valore positivo di β ; si ha cioè

$$\frac{dN}{d\beta} \underset{=}{\geq} 0 \quad z_0 \geq \beta > 0$$

Discuteremo queste varie possibilità nel paragrafo seguente. Qui considereremo la [17] in forma diversa.

Ponendo nelle [18]

$$y = -\frac{a}{z_0} \quad \varrho = \frac{\beta}{z_0} \quad \sigma = \frac{\zeta_0}{z_0} \quad [24]$$

si ha per λ l'espressione

$$\lambda(\varrho; \sigma, \gamma) = \gamma^2 \left[\frac{(1 - \varrho^2)^2}{\gamma^2} + \frac{1}{\sigma^4} (\varrho + y)^2 (2\sigma - \varrho - y)^2 \right] = \gamma^2 [F'_\gamma(\varrho) + G_\sigma(\varrho + y)] \quad [25]$$

con

$$F'_\gamma(\varrho) = \frac{(1 - \varrho^2)^2}{\gamma^2} \quad \text{e} \quad G_\sigma(\varrho + y) = \frac{1}{\sigma^4} (\varrho + y)^2 (2\sigma - \varrho - y)^2 \quad [26]$$

Supponiamo di conoscere « a priori » i valori di γ e σ e, come dati sperimentali, quelli di a e z_0 : riportando il grafico di $-F'_\gamma(\varrho)$ su carta trasparente e sovrapponendolo a quello di $G'_\sigma(\varrho + y)$ in modo che gli assi delle ascisse si sovrappongano e l'origine del primo venga a coincidere col punto di ascissa y del secondo si stabilisce subito l'esistenza o no di un massimo di $N(\varrho)$ (o di un flesso a derivata nulla) e la sua eventuale ascissa ϱ_m constatando se o no le curve corrispondenti ai fissati valori di σ e γ si intersecano; se questo avviene e l'ascissa del punto di intersezione è ϱ_m si deduce subito il valore $\lambda(\varrho_m)$ e, dalla [22], quello di $N(\varrho_m)$; se invece punto di intersezione non c'è la funzione $\lambda(\varrho)$ risulta monotona e crescente in tutto il suo intervallo di definizione (caso I).

Vogliamo infine, mediante la [37] di I determinare l'altezza virtuale $h'(f)$ per onde di frequenza $f > f_A$. Si ha

$$h'(f) = h_0 + f_c L_{\sigma z_A}(f) + \Delta_{z_A z}(f) \quad [27]$$

con

$$\Delta_{z_A z}(f) = \int_{z_A}^z \mu' dz \quad [28]$$

Ricordando che è $x := \frac{f_0''}{f^2} = \frac{f_c^2}{f^2} \lambda^{1/2}$ e quindi $dx = \frac{1}{2z_0} \frac{f^4}{f^4} \frac{d\lambda}{d\varrho} \frac{dz}{x}$ la [28] diviene

$$\Delta_{z_A z}(f) = 2 z_0 \frac{f^4}{f_c^4} \int_{x_A=x(z_A)}^1 \frac{x}{\gamma^2 [F'\gamma(\varrho) + G'\sigma(\varrho + y)]} \mu' dx \quad [29]$$

L'integrando possiede una divergenza sanabile per $x \rightarrow 1$; ponendo pertanto $x = 1 - \tau^2 \xi^2$ con $\tau^2 = 1 - x_A = 1 - \frac{f_A^2}{f^2}$ otteniamo

$$\Delta_{z_A z}(f) = z_0 \frac{f^4}{f_c^4} \tau^2 \int_0^1 \frac{\mu' (1 - \tau^2 \xi^2) \xi}{\left[\frac{F'\gamma(\varrho) + G'\sigma(\varrho + y)}{4} \right]} d\xi \quad \text{con } \varrho = \varrho(\xi) \quad [30]$$

Applicando il metodo di Gauss nella stessa approssimazione usata in I la [30] si riduce a

$$\Delta_{z_A z}(f) = z_0 \frac{f^4}{f_c^4} \sum_0^6 \bar{R}_i \left[\frac{\mu'}{\left(\frac{F'\gamma + G'\sigma}{4} \right)_i} \right] \quad [31]$$

con $\bar{R}_i = \tau^2 \xi_i (1 - \tau^2 \xi_i^2) R_i$;

R_i e ξ_i sono rispettivamente i coefficienti moltiplicativi e i valori degli argomenti ξ secondo Gauss.

I valori \bar{R}_i potranno riuscire utili nell'analisi degli ionogrammi: la tabella III mostra le quantità $\bar{R}_i \cdot 10^2$ per i tre valori di $\tau^2 = 0.40; 0.50; 0.60$.

TABELLA III

ξ_i	$\bar{R}_i \cdot 10^2$		
	$\tau^2=0.6$	$\tau^2=0.50$	$\tau^2=0.40$
0.02545	0.09882	0.08235	0.06591
0.12923	1.0735	0.89602	0.71813
0.29708	3.2227	2.7105	2.1886
0.5	5.3290	4.5714	3.7616
0.70292	5.6643	5.0524	4.3071
0.87077	3.9829	3.7806	3.3936
0.97455	1.6285	1.6565	1.5650

4. *Discussione dei risultati e interpretazione degli ionogrammi sperimentali.*

La idea dominante in questa nota, come anche in *I*, è che, almeno a latitudini temperate, si possano interpretare le note irregolarità e anomalie di quella che viene comunemente chiamata regione F_2 non tanto come anomalie di uno strato F_2 vero e proprio, avente origine nell'irraggiamento ultravioletto del sole, quanto piuttosto alla variabilità con « legge » non ancora identificata di una distribuzione di densità elettronica risultante dalla parziale sovrapposizione di uno strato F_2 « vero » con lo strato F_1 sottostante: così per es., se è vero come ammette Martyn (1) che gli elettroni di uno strato posseggono in media una componente verticale di velocità, potrebbero, variando questa, o la sua fase, e contemporaneamente l'intervallo di quote entro cui i due strati si sovrappongono, risultarne apparenti irregolarità ionosferiche; così pure la possibilità che in inverno la densità critica dello strato F_2 « apparente » risulti maggiore che in estate potrebbe giustificarsi osservando che essendo i due massimi di densità N_0 e ν_0 degli strati F_1 e F_2 « vero » più vicini che in estate e sia pure numericamente inferiori, la distribuzione [22] potrebbe ancora, almeno in certi casi raggiungere un massimo di valore più alto che in estate.

Il calcolo dei cammini ottici mediante la [31] non è questa volta semplice come in *I* in quanto l'effettivo spessore dello strato F_2 non compare come semplice fattore moltiplicativo né la forma della distribuzione [22] è « a priori » approssimabile con quella di una curva più semplice: sebbene la [22] stessa possa ridursi in certi casi e entro determinati intervalli di quote a una distribuzione approssimativamente lineare oppure parabolica ovvero anche sensibilmente costante, non si può tuttavia affermare quando, nelle condizioni ionosferiche in cui si è ottenuto uno ionogramma, sia lecito poter considerare in luogo della [22] una determinata distribuzione semplice (quale per es. è stato talvolta necessario introdurre *empiricamente* nell'interpretazione dei nostri ionogrammi).

Noi qui discuteremo brevemente la possibilità che una applicazione semplificata dalla [31] possa, pur senza eccessiva precisione, consentire un esame degli ionogrammi.

Come si è visto nel paragrafo precedente si possono dare varie possibilità di sovrapposizione: se $N(h)$ è crescente o non decrescente in tutto l'intervallo di definizione allora la frequenza critica f_c dello strato F_1 vero è senz'altro misurabile da terra e coincide con quella che ordinariamente viene detta frequenza critica dello strato F_2 ; resta

allora da determinare il solo valore di σ ; nel caso invece che $N(\rho)$ abbia un massimo relativo può risultare sia $\varphi_c < f_\gamma$ cioè $\gamma > \frac{\varphi_c^2}{f_c^2}$ e allora dovrebbero osservarsi sullo ionogramma due frequenze critiche, sia $\varphi_c > f_\gamma$ e quindi

$$\gamma < \frac{\varphi_c^2}{f_c^2} .$$

Vogliamo ora considerare uno ionogramma e sia quello di fig. 2

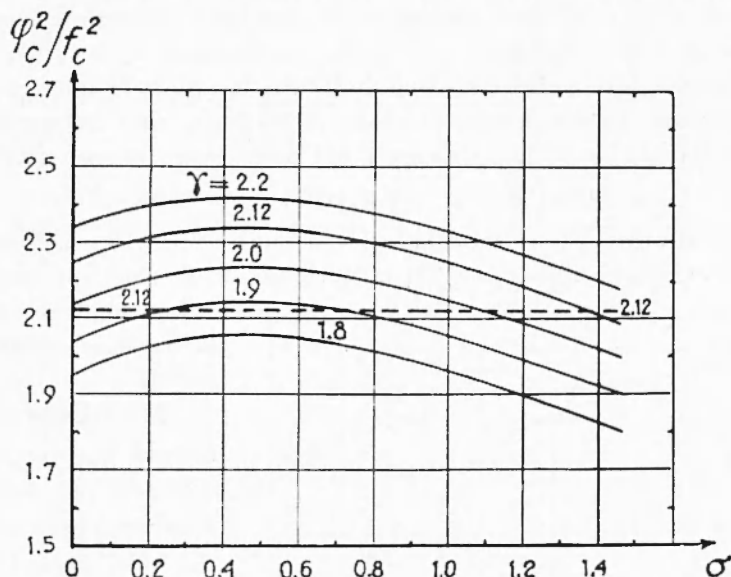


Fig. 5 - Per $\sigma > 1.49$ non c'è massimo relativo di densità.

già considerato nel paragrafo 2. Per esso abbiamo

$$z_0 = 91.6 \text{ Km} \quad f_c = 4.5 \text{ MHz/s} \quad \gamma = -\frac{a}{z_0} = 0.49 ;$$

possiamo allora tracciare una serie di grafici in sui si riportano i valori di φ_c^2/f_c^2 che corrispondono al massimo di $N(\rho)$ (quando esiste) e cioè, nel caso considerato, per $\sigma < 1.49$) in funzione di σ e assumendo γ come parametro (fig. 5); si deducono da essi le due possibilità « a priori »

$$\varphi_c = f_\gamma \quad \gamma = 2.12 \quad \sigma > 1.49 \quad [32]$$

oppure

$$\varphi_c > f_\gamma \quad 1.88 \leq \gamma \leq 2.12 \quad \sigma < 1.38 \quad [33]$$

L'eventualità che sia $1.38 < \sigma < 1.49$ è subordinata alla esistenza di due frequenze critiche e sarebbe allora immediatamente discriminabile sullo ionogramma. Ammettiamo di trovarci nel caso [33]; calcolando mediante la [31] l'altezza virtuale corrispondente a una frequenza determinata f per ogni coppia di valori γ e σ compatibili colla [33] stessa, si può, in teoria, stabilire quella coppia cui corrisponde il valore di $h'(f)$ fornito dall'esperienza; se non esiste una coppia di valori σ e γ che soddisfacendo le condizioni [33] dia l'esatto valore $h'(f)$ allora ci si troverà nelle condizioni [32] e, scegliendo opportunamente i valori di σ e γ , deve ancora essere possibile ottenere un valore teorico di $h'(f)$ coincidente con quello sperimentale. Può e, nel caso pratico deve, essere effettuato il controllo che la coppia di valori σ_0 e γ_0 così determinati dia il valore corretto di $h'(f)$ per altre frequenze.

Interpretando lo ionogramma 2 nel modo sopra esposto risultano

$$\zeta_0 = 0.7 \quad z_0 = 64.1 \text{ Km} \quad \gamma = 1.89 \quad f_\gamma = 6.19 \text{ MHz/s}$$

Le altezze $h'(f)$ calcolate per le frequenze $f = 4.14$, 5.07 e 6.21 MHz/s mediante le [31] e [27] coincidono con i valori sperimentali entro qualche chilometro cioè entro gli errori.

Si nota che la differenza $\varphi_c - f_\gamma$ è di 0.36 MHz/s: essa non è grande però al variare dei parametri a , z_0 , ζ_0 e f_γ può risultare anche notevolmente maggiore.

Vogliamo ora considerare il nostro problema di interpretazione da un diverso

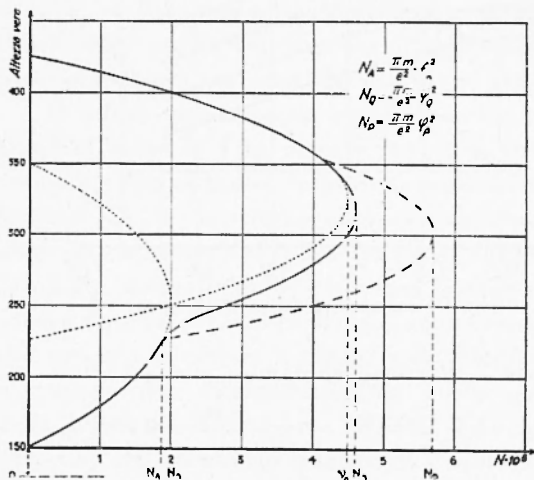


Fig. 6

punto di vista: esamineremo quantitativamente un caso teorico particolare di ionosfera in cui sia

$$h_{01} = 150 \text{ Km} \quad z_0 = 100 \text{ Km} \quad f_c = 4 \text{ MHz/s} \quad \zeta_0 = 100 \text{ Km}$$

$$f_\gamma = \sqrt[4]{5} f_c = 5.98 \text{ MHz/s} \quad a = -25 \text{ Km} \quad f_A = 3.87 \text{ MHz/s}$$

e supporremo valida la legge di sovrapposizione delle densità [17] nella zona ove tale sovrapposizione si manifesta e le [18] altrove (fig. 6).

L'altezza virtuale calcolata è rappresentata dalla curva di fig. 7; per confronto nella fig. 6 e 7 sono indicate in linee tratteggiate la densità $\delta (l)$ espressa dalla [23] di I quale si ha nel caso di sovrapposizione lineare e l'altezza virtuale corrispondente a tale distribuzione;

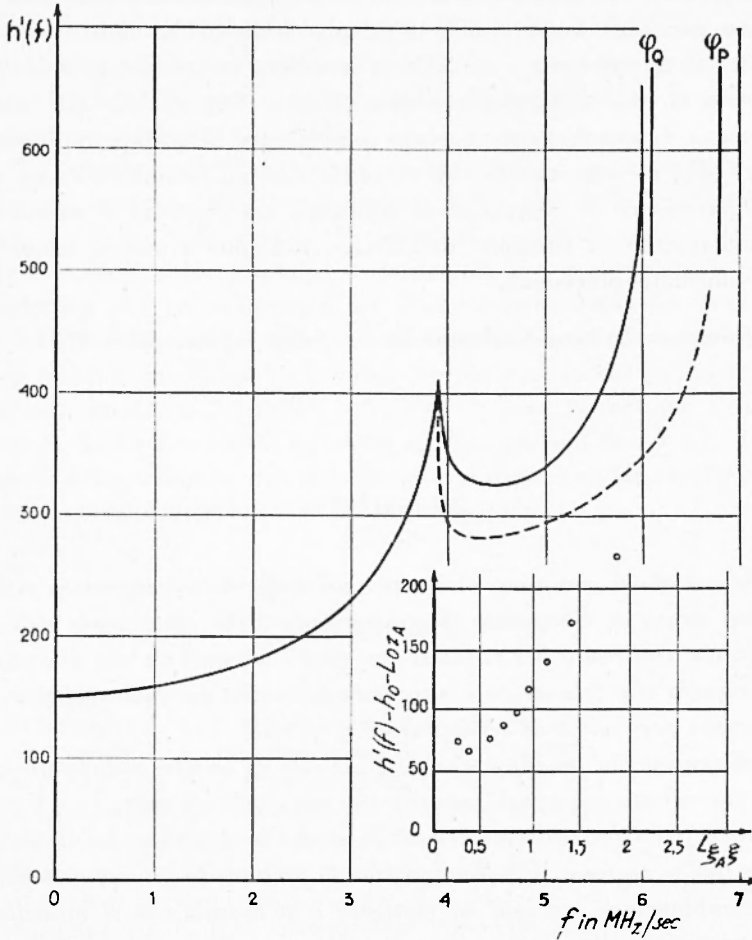


Fig. 7

le linee a tratto continuo per $f > f_A$ e $N < N_A$ danno invece la densità N secondo la [17] e l'altezza $h' (f)$ ad essa distribuzione corrispondente. Si constata la sensibile differenza nelle frequenze critiche φ_Q e φ_P nell'andamento della $h' (f)$. Consideriamo ora la curva cui corrisponde la frequenza critica φ_Q come uno ionogramma sperimentalmente ottenuto: se cerchiamo di interpretarlo usando il metodo proposto in I prendendo naturalmente per φ_c il valore φ_Q otteniamo

un andamento della equazione [13] (linea a punti di fig. 7) del tutto simile a quello ottenuto dallo ionogramma sperimentale di fig. 2.

L'inconveniente del metodo di interpretazione sopra accennato è di richiedere un tempo considerevole pur limitando a sole due frequenze per ogni ionogramma il calcolo della [31]; d'altra parte la validità di un qualunque modello di ionosfera va confortata dall'esame accurato di una sufficiente statistica di casi. È probabile che misure collaterali di assorbimento possano semplificare la pratica applicazione della [31]; va però notato che verrebbe così ad introdursi come ulteriore parametro la frequenza di collisione tra elettroni e molecole il cui andamento in funzione dell'altezza non può ritenersi conosciuto con sufficiente precisione.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Settembre 1953.

RIASSUNTO

Si calcola il cammino ottico per un'onda elettromagnetica riflessa da uno strato di Chapman di semispessore $2.5H$ ($H =$ scala delle altezze); dal confronto dei risultati con quelli ottenuti in una precedente nota mostra che tale strato è approssimato nella sua metà inferiore da uno strato parabolico di semispessore $z_0 = 1.5H$.

Si constata la inadeguatezza del metodo di analisi sviluppato nella nota precedente per quegli ionogrammi nei quali gli strati F_1 e F_2 « vero » sono parzialmente sovrapposti. Si studia la distribuzione di densità ionica nella regione di sovrapposizione prendendo in considerazione la ricombinazione tra ioni ed elettroni e si mostra che il modello di sovrapposizione lineare va sostituito da uno più complesso in cui la densità elettronica vale $N = [N_1^2 + N_2^2]^{1/2}$ (N_1, N_2 densità elettroniche negli strati F_1 e F_2 ove essi esistessero indipendentemente). Da un primo confronto tra risultati teorici e sperimentali sembra che il modello possa consentire una migliore approssimazione degli ionogrammi.

SUMMARY

In this paper we calculate the « optical path » for an electromagnetic wave which penetrates and is reflected by a Chapman's layer having a « semithickness » $2.5H$ ($H =$ scale height): a comparison of the results with those obtained in a preceding paper shows that such a model is well approximated in its lower half by a parabolic layer of semithickness $z_0 = 1.5H$.

We ascertain the inadequacy of the method of analysis of the ionograms explained in the preceding paper for those ionograms in which the F_1 and the « true » F_2 layers are partially superposed. We study the electronic density distribution in the superposition region considering the recombination of the electrons and the ions and ascertain that the model of linear superposition used in the preceding paper must be replaced by a more complicated model in which the electronic density is $N = [N_1^2 + N_2^2]^{1/2}$ (N_1 and N_2 are the densities of the F_1 and the « true » F_2 layers if they are independent). A preliminary comparison of the theoretical and experimental results seems to give a better interpretation of the ionograms.

BIBLIOGRAFIA

- (1) MARIANI F., Ann. Geof. 1953, 6, 21.
- (2) RATCLIFFE J. A., J. of Geophysical Res. 1951, 56, 463.
- (3) RATCLIFFE J. A., J. of Geophysical Res. 1951, 56, 487.
- (4) CHAPMAN S., Proc. Phys. Soc. 1931, 43, 26 e 433.
- (5) LEPECHINSKY D., J. of Atmosph. Terr. Phys. 1951, 1, 278.
- (6) PIDDINGTON J. H., J. of Geophysical Res. 1951, 56, 408.
- (7) MARTYN D. F., Proc. Roy. Soc. 1947, A 189, 241.
- (8) BATES D. R. - MASSEY H. S. W., Proc. Roy. Soc. 1946, 187, 261.
- (9) APPLETON E. V., J. of Atmosph. Terr. Phys. 1953, 3, 282.