Les principes généraux de toute théorie globale de l'écorce terrestre

MATTHIAS MATSCHINSKI

Ricevuto il 4 Ottobre 1963

SUMMARY. — 1. Theories considering the *local* phenomena on/in the earth's crust — formation of a mountain chain, eruption of a volcano, accumulation of sediments, a.s.o. —, and theories considering the earth's crust *as a whole* on the way of studying the successions of states of this crust. Cyclic successions (" cycles ") and non-closed successions.

2. Exemples of cyclis successions (figures 1-A, 2-A, 3-A, 4-A), their graphic represesentations (figures 1-B, 2-B, 3-B, 4-B).

3. Manifest existence of the cycles during the geologic history of the earth and absolute necessity of getting these cycles as a corollary of every theory of earth's crust. Practical impossibility of obtaining these consequences from the existing theories, and the causes of this impossibility.

4. Three kinds of the mechanic theories in general and of the mechanic theories of earth's crust particulary: A. The exact continuous theories; B. The continuous theories which consider in first approximation the earth's crust a whole, and C. The theories considering the earth's crust as a whole in the full sense of these words. Examples. Astonishing fact that the theories of earth's crust of the kind C are non-existent till today. Hence the purpose of this article: the establishment of the general principles of these theories (— of the kind C).

5. Choice and definition of the quantities caracterising the states of the earth's crust. Definitive table of these quantities).

6. Hypotheses necessary to build the system of differential equations of our problem. Simplifications which can be introduced. Final system of fundamental equations [2]. Some remarks to resolving of [2].

7. Solutions [3] and [4] of the fundamental equations. Remarkable coincidence of these forms with the existing geological cycles.

8. Different kinds of solutions [3] and [4]: I. Exactly periodic; II. Nearly periodic, and III. Aperiodic. Their geological meaning. On the choice of the constants in the fundamental equations [2].

9. Some mechanical-geological analogies. Remarks about the number of the necessary constant. Conclusion.

Riassunto.

Si parla di:

1. Teorie che considerano i fenomeni locali della crosta terrestre — formazione di una catena di montagne, eruzione di un vulcano, accumulazione di sedimenti, a.s.o. — e teorie che considerano la crosta terrestre nel suo complesso man mano che viene studiata la successione di stati di questa crosta. Successioni cicliche (cicli) e successioni non cicliche.

2. Esempi di successioni cicliche (figura 1-A, 2-A, 3-A, 4-A), loro rappresentazione grafica (figure 1-B, 2-B, 3-B, 4-B).

3. Esistenza evidente dei cicli durante la storia geologica della terra e assoluta necessita di porre questi cicli come un corollario di ogni teoria sulla crosta terrestre. Impossibilità positiva di ottenere queste conseguenze dalle teorie esistenti, e cause di questa impossibilità.

4. Tre tipi di teorie meccaniche in generale e di teorie meccaniche della crosta terrestre in particolare: A. Le teorie esatte continue: B. Le teorie continue che considerano in prima approssimazione la crosta terrestre nel suo complesso; C. Le teorie che considerano la crosta terrestre nel suo complesso nel pieno senso della espressione. Esempi: Il fatto sorprendente che le teorie sulla crosta terrestre del caso C sono nulle fino ad oggi. Di qui la proposta di questo articolo: stabilire i principi generali di queste teorie (— del tipo C).

5) Scelta e definizione delle quantita caratteristiche degli stati della crosta terrestre — tavola definitiva di questa quantita.-

6. Ipotesi necessarie per costruire il sistema di equazioni differenziali del nostro problema. Semplificazioni che possono essere introdotte. Sistema finale di equazioni fondamentali (2). Alcune osservazioni per la soluzione della (2).

7. Soluzione (3) e (4) delle equazioni fondamentali. Coincidenza notevole di queste forme con i cicli geologici esistenti.

8. Differenti specie di soluzioni (3) e (4): I. Esattamente periodico; II. Quasi periodico; III. Aperiodico. Il loro significato geologico. Scelta delle costanti nelle equazioni fondamentali (2).

9. Alcune analogie — meccanico-geologiche. Osservazioni sul numero delle costanti necessarie. Conclusioni.

§ 1. La théorie de l'écorce terrestre peut s'occuper soit de phénomènes locaux, — formation d'une chaîne donnée, éruption d'un volcan, dépôts de sédiments dans un endroit qui nous intéresse, etc. —, soit de l'ensemble des phénomènes se produisant simultanément sur l'écorce considérée dans son entier. Les suites, les *successions*, les enchaînements de ces phénomènes peuvent être imaginés de façons assez différentes, et l'on n'insistera pas ici sur l'importance ou la primauté de telle ou telle suite. Ce qui importe, c'est le fait qu'une *suite cyclique* quelconque se produise nécessairement. Les dépôts s'accumulant dans les océans provoquent le plissement des masses sousjacentes et les enfoncent dans les domaines où la température est assez élevée pour que la métamorphisation commence et peut-être pour que les forces thermiques apparaissent, force qui causent les éruptions et la formation de volcans; l'état de l'atmosphère — nuages et cendres volcaniques — provoque une fonte des glaciers plus ou moins importante et, en conséquence, le passage de H_2O des glaciers dans les mers et les océans ou vice versa; les océans plus étendus — la quantité plus grande de H_2O dans la phase liquide — donnent lieu à une formation plus accélérée des dépôts et tout recommence. Il est évident qu'il y a des possibilités pratiquement inépuisables de *cycles* de ce genre. On peut par exemple imaginer que le transport de H_2O et son accumulation sous forme de mers dans des endroits donnés, provoque l'orogénèse par le poids augmenté ici et diminué là; mais les montagnes ainsi nées changent les voies par lesquelles s'effectue ce transport et font disparaître les causes de sa propre apparition. On peut penser également à l'insolation qui provoque l'évaporation accélérée de H_2O des océans augmentant la masse des nuages dans l'atmosphère, ce qui, à son tour, fait tomber la température et, en créant les glaciers, fait, en même temps, diminuer la surface des océans et, par conséquent, fait diminuer l'évaporation et la quantité de nuages; cette dernière circonstance permet aux rayons du soleil de pénétrer plus facilement et de faire fondre les glaciers; et le cycle recommence.

§ 2. Quelques exemples de telles *successions* sont donnés sur les figures ci-jointes représentant schématiquement quatre successions de états et de phénomènes géologiques, géographiques et climatiques sur l'écorce et dans l'écorce.

Sur ces figures les parties *a*, *b*, *c* et *d* représentent les états momentanés de l'une ou l'autre succession. Dans le cas idéal c'est *a* qui se restitue après *d*. Pratiquement les cycles ne peuvent jamais se répéter exactement. Il se changent peu à peu, ou, même, s'enrayent et donnent lieu à la formation d'un autre cycle. Ainsi le problème du choix d'un cycle — et les discussions auxquelles ce choix amène souvent — sont assez inutiles; l'histoire de la Terre est un tel enchevêtrement de cycles qui tous sont importants, mais il est difficile d'affirmer qu'aucun le soit particulièrement.

Sur les figures principales (1A, 2A, 3A, 4A) les coupes méridiennes de l'écorce sont représentées à partir du pôle (marqué par P) jusqu'aux domaines équatoriaux. Sur chaque coupe est imaginé un état éventuel sur la surface et immédiatement sous la surface du Globe.

A chaque suite des états *a*, *b*, *c*, *d*, *a* etc. schématisant lesdites coupes perpendiculaires à la surface correspond une figure supplémentaire B (1B à 1A, 2B à 2A, etc.), où les changements de phénomènes de la figure principale sont exprimés algébriquement, en forme de courbes, dont les points *a*, *b*, *c*, *d*, *a* illustrent justement les états *a*, *b*, *c*, *d*, *a* de cette figure principale (*).

Il est évidemment impossible d'épuiser toutes les suites possibles, et les quatre schémas des figures 1, 2, 3, 4 doivent être considérés uniquement à titre d'exemples. Même pour les successions purement « glaciaires », c'est-à-dire où l'on élimine délibérement tous les phénomènes sauf ceux ayant une relation immédiate avec H_2O (les glaces, l'eau, les nuages, etc.) on ne peut donner une vraie classification des suites imaginables ([4]) que dans une étude assez longue: pour le cas général considéré ici, où l'on a une dizaine de phénomènes de base (voir ci-dessous) composer une liste exhaustive des suites dépasse largement le cadre d'un article et ne peut être repris que dans un livre. Mais revenons aux figures 1, 2, 3, 4.

La suite de la figure 1A (illustrée également par les courbes de la figure 1B, voir plus haut) est empruntée à une publication que nous avons faite sur les suites — cycles — glaciaires. Ici ce sont seulement les quantités des glaces, des nuages et des eaux qui ont été prises en considération. Et même sous cette restriction la suite 1 n'est point la seule possible, elle n'est qu'une possibilité parmi d'autres. Etant donné que le problème de cycles glaciaires a déjà été traité dans ([4]), on ne s'attardera pas ici sur cette question.

La suite de la figure 2A (illustrée aussi par la figure 2B) représente un exemple également assez limité. Ici ce ne sont que les phénomènes du volcanisme, sédimentation, fonte des glaciers et changements des océans qu'on a pris en considération. De même que pour le cas, « glaciologique » de la figure 1, le cycle — la suite — de la figure 2 n'est pas seulement restreint par le choix des phénomènes qu'on se borne à considérer, mais aussi — et c'est l'essentiel — par le fait que, même, avec ce choix la succession 2 n'est pas la seule possible, elle est une possibilité parmi d'autres.

Pour éclaircir ce fait reportons-nous à la figure 3A (avec la figure 3B) qui nous fournit un exemple d'une autre succession issue du même choix des phénomènes fondamentaux que la succession de la figure 2.

Enfin sur la figure 4A (avec les graphiques de 4B) on voit encore une succession des états éventuels correspondant à la considération exclusive

(*) Ces figures 1B, 2B, 3B et 4B sont très schématisées, voir la remarque dans le § 8.

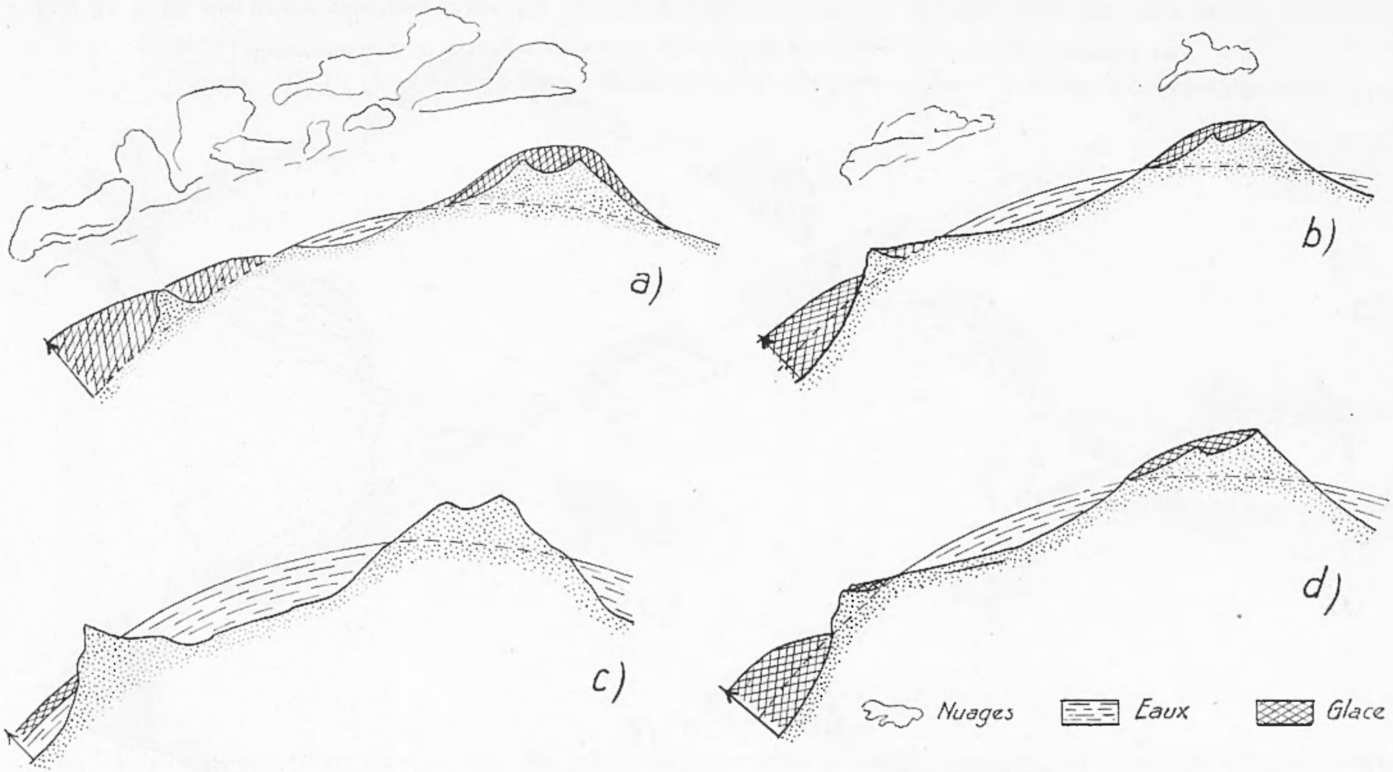

Fig. 1A – Un des cycles éventuels issus de l'échange: glace–eaux des océans–nebulosité; *a*) *b*) *c*) *d*): coupes schématiques de l'écorce correspondant à quatre moments (temps) capitaux (commencement, quart de la période, moitié, trois quarts), moments indiqués sur la fig. 1B.

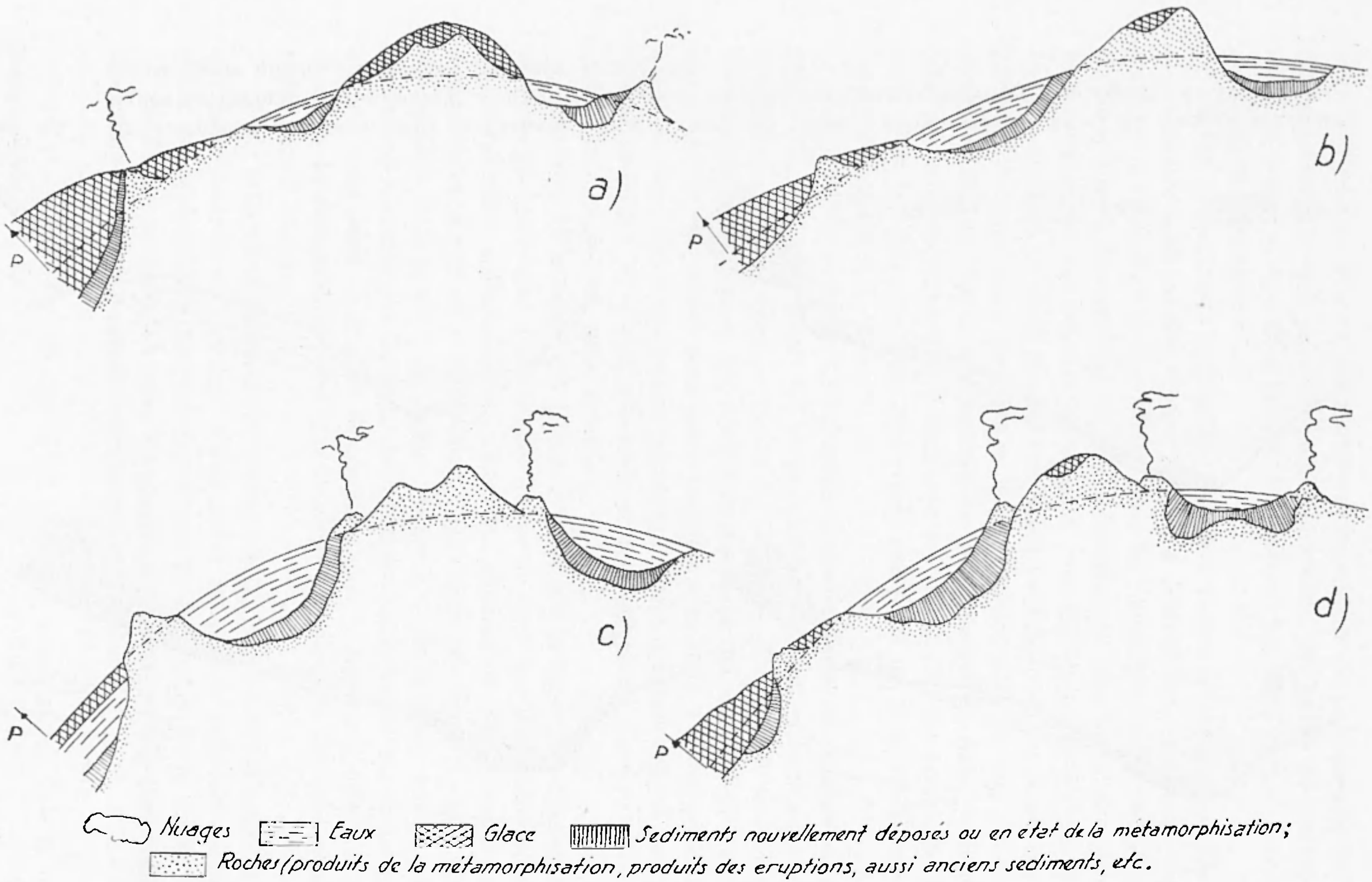

Fig. 2A – Un des cycles éventuels issus des influences réciproques et des échanges: glace-eaux des océans – sédimentation – volcanisme *a*) *b*) *c*) *d*). Coupes schématiques de l'écorce correspondant à quatre moments (temps) capitaux (commencement, quart de la période, moitié, trois quart), moments indiqués sur la fig. 2B.

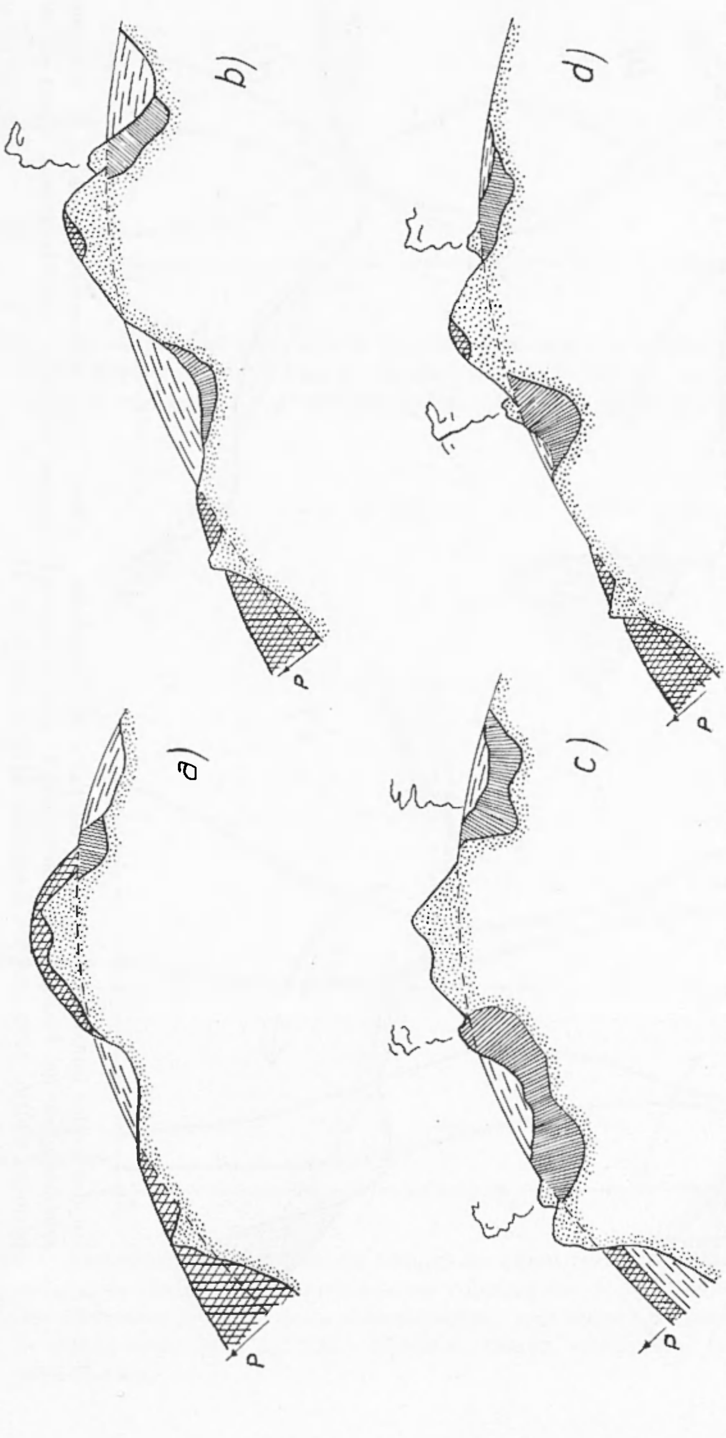

Fig. 3A – Une autre forme du cycle issu des influences réciproques et des échanges du même groupe des phénomènes que celui de la Fig. 2A *a*) *b*) *c*) *d*). – Coupes schématiques de l'écorce correspondant à quatre moments (temps), capitaux (commencement, quart de la periode, moitié, trois quarts) moments indiqués sur la fig. 3B. (Pour les modes de répresentation se rapporter à la légende de la fig. 2A).

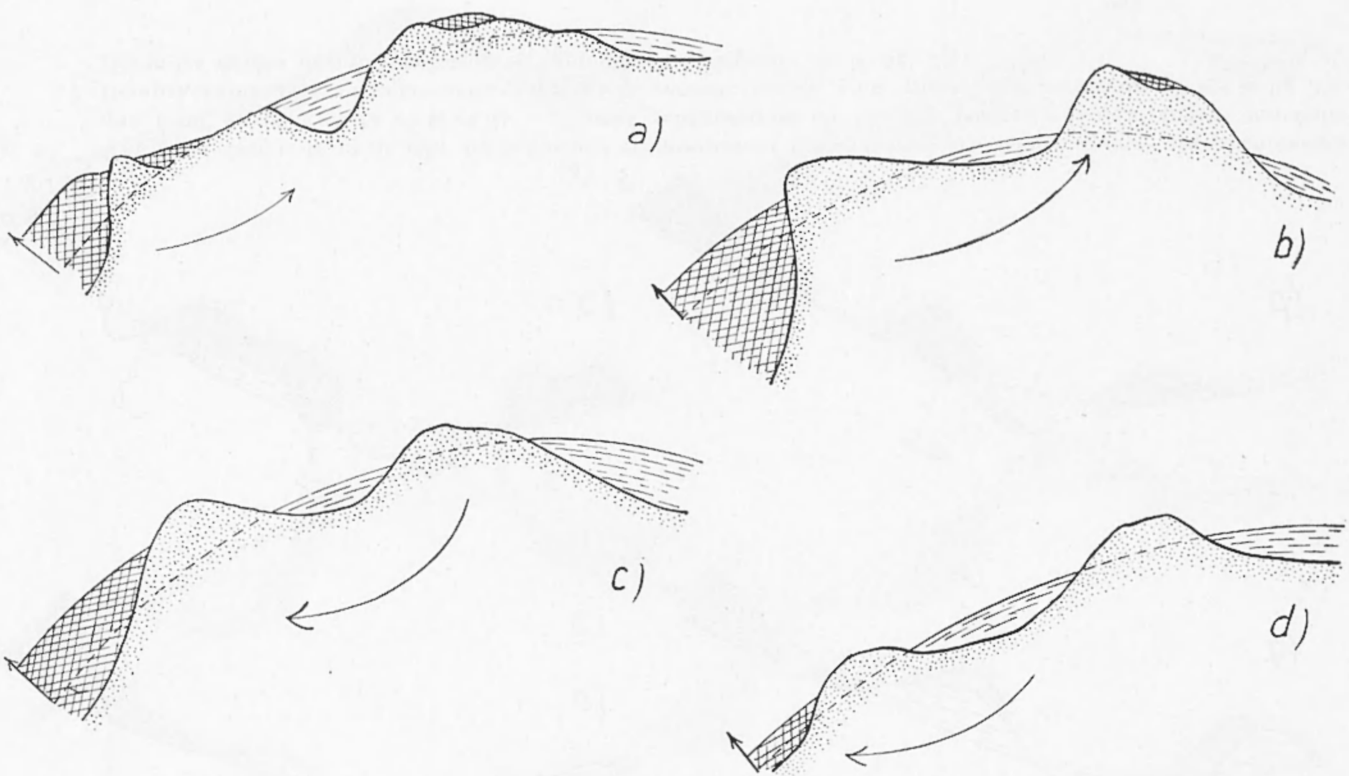

Fig. 4A – Un des cycles issus des variations: intensité de l'orogénèse – glace – eaux des océans; *a*) *b*) *c*) *d*). Coupes schématiques de l'écorce correspondant a quatre omments (temps) capitaux (commencement, quart de la période, moitié, trois quarts), moments indiqués sur la fig. 4B.

Glace Eaux – Les flèches indiquent la direction du mouvements des parties plastiques de l'écorce.

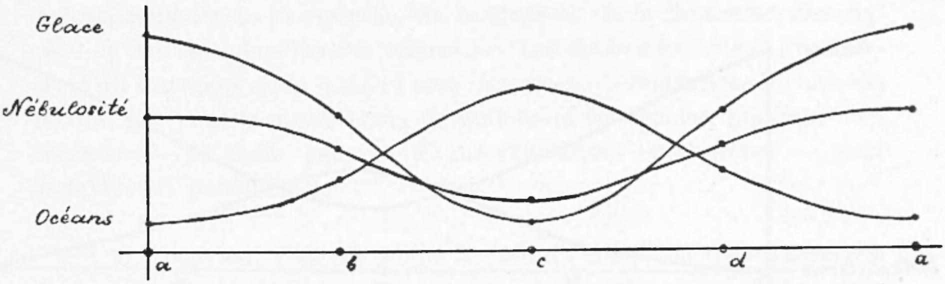

Fig. 1B – Variations des quantites de la glace, des eaux des oceans, de la nebulosité en function du temps, dans le cas du cycle de la fig. 1A; le temps est porte sur l'axe horizontal, les grandeurs – qu'on vient de mentionner – sur l'axe vertical.

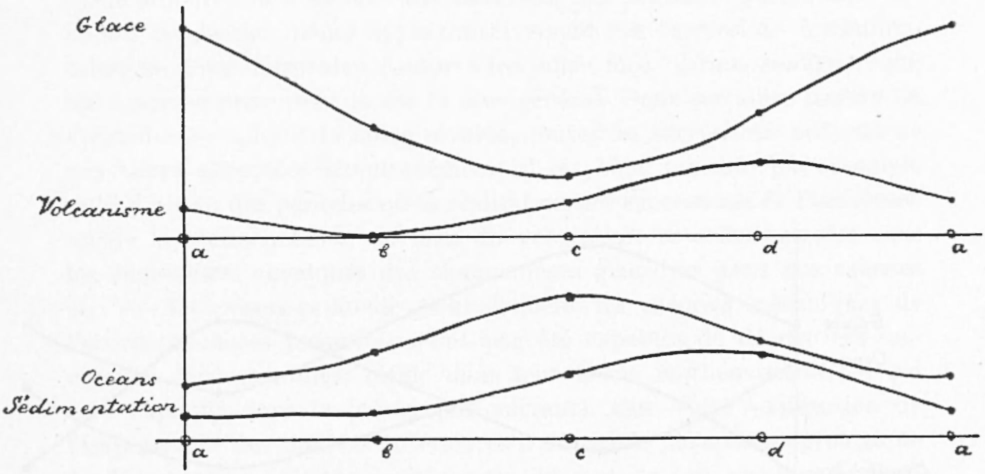

Fig. 2B – Variations (en fonction du temps) de quantites de la glace, des eaux des océans, de l'intensite des phenomenes volcaniques, de la puissance des couches des nouveaux produits de la sedimentation, non encore metamorphisés – dans le cas du cycle de la fig. 2A. – Abscisse, temps. – Ordonnée, variations de ces phénomènes.

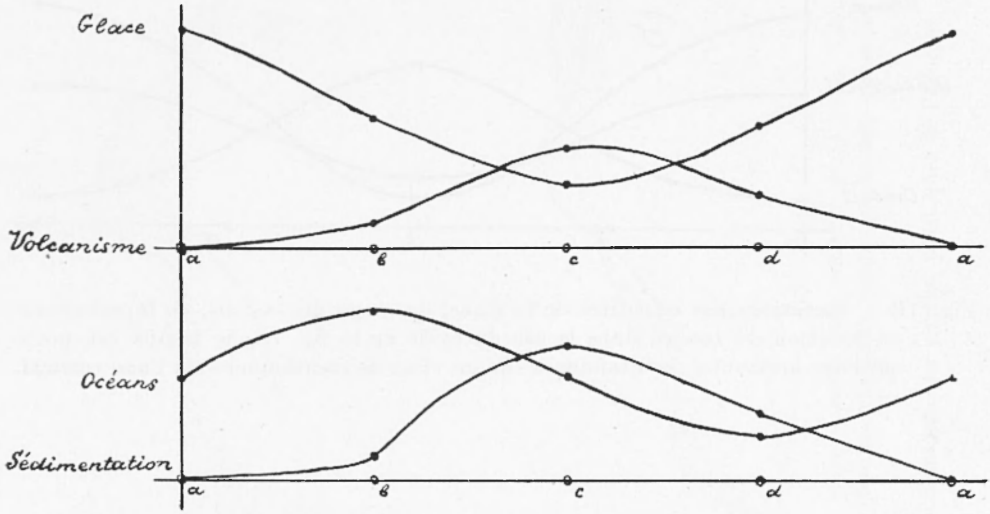

Fig. 3B – Variation (en fonction du temps) des quantités de la glace, des eaux des océans, de l'intensité des phénomènes volcaniques, de la puissance des couches des nouveaux produits de la sédimentation, non encore métamorphisés – dans les cas du cycle de la fig. 3A. – Abscisse, temps. – Ordonnée, variations de ces phénomènes.

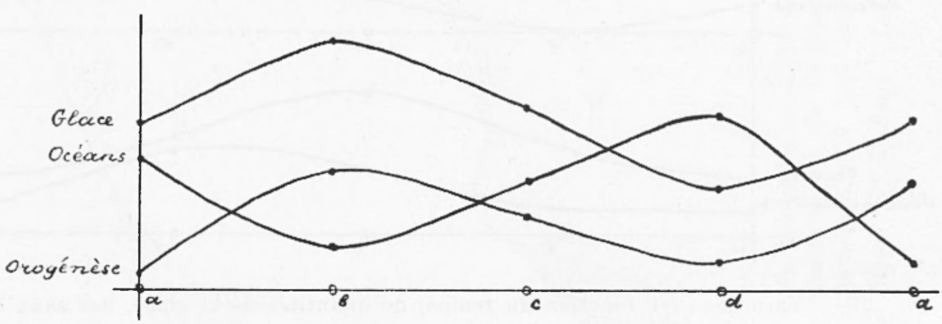

Fig. 4B – Variation de l'intensité de l'orogénèse, des quantités de la glace, des eaux des océans en fonction du temps – dans le cas du cycle de la fig. 4A – Temps, porté horizontalement. Variations en question, verticalement.

des phénomènes de l'orogenèse, de la fonte et de la formation des glaciers et des changements des océans. — Les flèches indiquent les directions du transport de la matière sous la surface. — Soulignons ici une fois encore, que pour le même choix de grandeurs principales, plusieurs successions — je dirais persque d'« innombrables » successions, — sont logiquement possibles.

§ 3. Ainsi tout ceci est donné à titre d'illustration de l'affirmation de base, énoncée au début de cet exposé: l'existence de cycles, dans l'histoire géologique de la Terre, et la nécessité absolue — pour une théorie globale de l'écorce terrestre — de les faire apparaître en tant que conséquences de cette histoire. Naturellement un vrai cycle, un cycle complet ne peut se limiter à un choix plus ou moins arbitraire de phénomènes, *il doit englober tout ce qui est essentiel:* orogenèse, sédimentation, métamorphisme, volcanisme, transport des matériaux par érosion, augmentation et diminution des océans et des mers, des calottes polaires, des glaciers de montagnes, de la nébulosité et de l'humidité, etc. Dans des grands traits cette succession (ou, si l'on veut, ces successions) sont acceptées par beaucoup géologues, pour ceux-là ce n'est que sur les détails que les opinions divergent, détails qu'on n'a même pas reproduits sur les figures. Or, aucune théorie mécanique de l'écorce n'est parvenue jusqu'aujourd'hui à arriver aux résultats, aux formules qui seraient capables de décrire même approximativement ces successions fondamentales. — Pour faire bien comprendre notre idée, il faut souligner que les figures représentent le cas le plus général. Dans certaines parties de l'histoire géologique de notre planète, toutes les successions peuvent ne pas s'être effectuées simultanément, il est bien possible par exemple qu'il y ait eu des périodes où la réalisation des successions de l'orogenèse ou de la sédimentation, ou bien du volcanisme se soient passées sans les successions classiques des changements glaciaires dans des calottes etc. — La raison profonde pour laquelle les théories mécaniques de l'écorce énoncées jusqu'ici, n'ont pas été capables de décrire ces successions fondamentales, réside dans leur forme mathématique (ce qui sera expliqué dans le paragraphe suivant). Que cette explication de l'impuissance des théories antérieures à décrire le phénomène géologique fondamental en question soit exacte ou non, le fait qu'elles ne l'ont pas décrit reste historiquement incontestable.

§ 4. Sans entrer dans les détails mathématiques rappelons seulement que trois types de théories mécaniques sont pensables et sont en effet bien connus. – A. *Les théories continues exactes* (en général, tridimensionnelles), où les équations du mouvement ou de l'équilibre sont valables pour chaque point, considéré en soi, du corps étudié. Telles sont les équations classiques de l'élasticité, des liquides parfaits, compressibles, ou bien visqueux, les équations de la plasticité ou de l'élasticité non-classiques, complétées par des termes exprimant la friction, la post-action ou tout autre phénomène physico-mécanique. Il faut souligner que les équations des théories exactes ne sont pas nécessairement tridimensionnelles; elles ne le sont qu'en général. Si, dans tel ou tel autre phénomène de mouvement (écoulement lent dans un tuyau cylindrique etc.), on peut omettre certaines dérivées à partir de quelques conditions particulières — symétrie, absence de tourbillons, etc. — et transformer ainsi les équations tridimensionnelles en équations à deux ou même à une seule dimension, la théorie n'en reste moins exacte. – B. *Les théories globales continues* (en général approximatives) où on effectue le passage, dans les équations exactes, de trois dimensions à deux ou à une seule en adoptant telle ou telle hypothèse approximative sur l'état de tensions ou de déformations dans les corps considérés. Les exemples bidimensionnels (plaques, membranes, etc.) et unidimensionnels (cordes, baguettes, etc.) n'exigent pas d'explications. Enfin, – C. *Les théories globales proprement dites*, où les coordonnées sont complètement exclues en tant qu'arguments. Les corps, ou leurs parties, sont considérés « globalement », comme des entités et comme des entiers. Ainsi au lieu d'équations aux dérivées partielles, on passe à des équations différentielles à un seul argument (le temps). Ces équations globales sont très répandues dans la mécanique: pendule, parties de mécanismes divers, corps célestes, etc. – les exemples sont innombrables. Les théories de ce genre, par exemple celle du pendule, peuvent atteindre une très haute précision et il serait fautif de ne voir dans chaque théorie globale qu'une théorie grossière et primitive.

Il ne sera, peut-être, pas inutile de souligner que des deux cas de théories — mentionnés dans le premier alinéa de cet article: théories s'occupant de phénomènes locaux (ou régionaux) et théories traitant de l'ensemble des phénomènes se produisant simultanément sur l'écorce — la théorie globale est nécessairement celle du deuxième cas. Il est vrai qu'il n'est point logiquement impossible de la considérer dans le sens régional; cependant les conditions du passage de la matière et celles des répercussions des phénomènes entre la région considérée et les régions voisines sont tellement indéterminées qu'il n'est pas indiqué d'entreprendre cette application limitée. Ainsi — dans ce qui suit —

il sera toujours sousentendu que tout l'ensemble des phénomènes simultanés de la surface et de subsurface du Globe est entré dans nos descriptions et calculs.

Les « théories » de l'écorce terrestre sont actuellement innombrables. La petite bibliographie sur la mécanique de l'écorce publiée par l'auteur en 1955 [2] — sans prétendre à être exhaustive — contient environ six cent titres sur 41 pages. Depuis, cette bibliographie devrait être augmentée encore formidablement. Cependant toutes ces théories appartiennent soit au type A, — spécialement celles créées en vue d'application technique — soit au type B (en particulier les propres théories de l'auteur [3]). Nous avons proposé une théorie globale du type C dans une série de publications [1,4] concernant les phénomènes de glaciations, mais aucune théorie de ce type C n'a jamais été proposée pour la mécanique de l'écorce terrestre. Le but de cette Note est justement de poser les principes de toute théorie globale de l'écorce terrestre, en utilisant les résultats exposés dans [1,4] que nous ne répétons pas ici.

§ 5. La première étape pour construire une théorie est toujours le choix bien fondé des grandeurs fondamentales, les grandeurs qui décrivent qualitativement les phénomènes typiques principaux de ce qu'on étudie, l'écorce terrestre en entier dans notre cas.

Il semble que les dix grandeurs que nous définirons plus loin Q_1, Q_2, Q_3 .... Q_{10} soient totalement indispensables pour notre but. Sans entrer dans une question plutot scolastique, à savoir: lesquelles de ces 10 grandeurs sont les plus importants, — et sans essayer d'en donner une liste hiérarchisée, commençons par celles qui sont déjà introduites dans nos travaux antérieurs [1,4], et faisons les suivre par les autres. Dans les publications citées on a introduit: Q_c, quantité de glace sur l'écorce terrestre, Q_w, quantité d'eau dans les océans, mers, lacs, fleuves, etc., Q_p, quantité d'eau dans l'atmosphère (gouttes, nuages et vapeurs), et Q_m, quantité d'eau cristalline, chimiquement liée et libre dans des miraunéx et des roches. On les dénommera ici respectivement Q_1, Q_2, Q_3, Q_4.

En toute analogie on pourrait introduire les quantités: des sédiments, de roches métamorphisées, de la matière transportée par érosion, de la matière éjectée par les volcans, de la matière composant les montagnes (— matière orogénétique « positive ») et de celle manquant dans les dépressions (— matière orogénétique « négative »). Cependant déjà cette énumération montre qu'en comparaison des problèmes plus simples qu'on considère pour dénombrer la quantité de glace (Q_1), la quantité de H_2O dans les océans etc. (Q_2), la quantité de H_2O dans l'atmosphère (Q_3), enfin celle contenue dans les minéraux et les roches (Q_4), les problèmes des autres quantités Q — qu'on vient d'énumérer, sans être insurmontables, sont plus compliqués et exigent quelques explications préliminaires.

Avant tout il faut s'occuper un instant de la différence capitale entre les *valeurs momentanées* d'une grandeur et l'*intensite de son changement*. Pour Q_1 (la quantité de glace) par exemple, cette distinction est élémentaire.

La quantité de glace sur la surface du Globe (exprimée en km³ ou en tonnes) à un moment donné est la valeur momentanée; elle change naturellement d'un moment à un autre, d'un millénaire à l'autre, etc. Ainsi l'*intensite de son changement sera la dérivée dQ/dt qui peut etre exprimée en première approximation et etant donne la «lenteur»* relative de son changement, comme la différence des quantités de glace existant à un moment donné et à un moment ultérieur (par exemple une centaine d'années plus tard) divisée par cet intervalle (100 ans dans notre exemple). La même distinction capitale doit être introduite pour toutes les autres grandeurs Q. En ce qui concerne les grandeurs de la théorie des glaciations (Q_2, Q_3, Q_4) cette distinction, et la différence physique, géologique et autre, entre les grandeurs elles-mêmes et leurs dérivées, sont tellement naturelles qu'on peut omettre leur description détaillée. Cependant pour les six autres quantités Q, les choses ne sont pas si simples. Arrêtons-nous, pour éclarcir ce problème, sur la quantité de la matière éjectée par les volcans. Il est évident que cette expression comme telle ne dit encore rien. Il faut spécifier: s'agit-il de *toute* la matière Q_8 éjectée par les volcans jusqu'à ce moment et non transformée ou transportée ailleurs, ou de la *quantite dQ_8/dt* relative à la matière éjectée durant un temps donné, par exemple pendant cent ans à partir du moment considéré. Il est inutile évidemment de discuter pour savoir laquelle de ces deux grandeurs (la quantité momentanée Q_8 ou l'intensité dQ_8/dt) est «vraiment» la caractéristique du volcanisme: il faut les introduire toutes les deux en tant que Q_8, et sa dérivée dQ_8/dt. Toutefois il aura certaines difficultés de détermination, et pas seulement une difficulté numérique. En effet, pour la glace — revenons donc à l'exemple par lequel nous avons commencé — la détermination de Q_1 et de dQ_1/dt n'apporte que des difficultés numériques, et en fin de compte, presque les mêmes pour Q_1 et dQ_1/dt; il n'en est pas du tout de même pour Q_8 et dQ_8/dt. Il est vrai que pour l'intensité, on voit clairement, au moins theoriquement, de quoi il s'agit: la notion de la quantité de la matière éjectée durant un intervalle de temps donné est bien déterminée, ainsi que celle de la matière passée durant le même temps dans des autres grandeurs Q — par exemple transformées par le métamorphisme, emportées par érosion, etc. Par contre, la définition de « toute » la matière éjectée (Q_8) est — il faut le souligner — assez vague à première vue (toute la matière éjectée depuis l'origine du Globe jusqu'à l'époque considérée? et comment la connaître?). Ainsi c'est la dérivée (dQ_8/dt), l'*intensité* qui doit être prise pour la grandeur « primitive », et c'est la grandeur Q_8 qu'il faudra « construire » d'après les dQ_8/dt par l'opération mathématique de l'intégration. On sait qu'une intégrale contient toujours une constante additive arbitraire, qu'on peut choisir à partir de telle ou telle valeur « initiale » (aussi pratiquement arbitraire). On voit ainsi que la difficulté théorique de l'« insuffisante » détermination de Q_8 n'est qu'apparente. On la déterminera comme la quantité totale ejectée à partir d'un moment (convenablement choisi, par exemple, après le Précambrien, ou autrement, si l'on trouve cela plus commode). On pourrait, même, introduire un moment beaucoup plus proche de nous — ceci entrainera évidemment des nombres négatifs, ce qui n'est pas très pratique mais pour certains buts est loin d'être impossible. Toutefois personnellement nous préferons l'absence de nombres négatifs, et donc le choix d'un moment « initial » éloigné autant que possible.

La même remarque peut être faite à propos de l'orogénèse. Nous avons parlé plus haut des masses composant les montagnes et manquant dans les dépressions. Ces masses seront les quantités Q_9 et Q_{10}, dont la détermination présente à première vue des difficultés analogues à celle, que nous venons de décrire à propos de Q_8. Cependant quand on passe à des intensités, la détermination des masses (ou des volumes) des changements des montagnes (dQ_9/dt), ainsi que le changement des dépressions (dQ_{10}/dt) ne crée aucun malentendu théorique, quelque difficiles que soient les évalutions numériques. [Par ailleurs, il faut avoir bien présent à l'esprit que la distinction entre dQ_9/dt et dQ_{10}/dt n'est point celle entre des grandeurs positives et négatives. Les montagnes du Globe peuvent augmenter leur masse moyenne (et leur volume) ce qui sera décrit par les dQ_9/dt positives; ou bien elles peuvent les diminuer d'où des valeurs négatives des dQ_9/dt. De même, l'augmentation moyenne des dépressions du Globe et leur diminution correspondront à des valeurs positives et négatives de dQ_{10}/dt]. Pour passer de ces dérivées (dQ_9/dt et dQ_{10}/dt) aux quantités Q_9 et Q_{10} elles-mêmes sans introduire d'équivoque dans la détermination, on utilisera la notion de l'intégrale (Q_9 est l'intégrale de dQ_9/dt, etc.) et on choisira, en toute analogie avec ce qui a été expliqué à propos de Q_8 et dQ_8/dt, la constante arbitraire et le moment « de départ » du calcul d'une façon convenable, c'est-à-dire en ne s'occupant de rien d'autre que de la commodité des calculs et des considérations estimatives, comme nous l'avons dit dans l'alinea précédent.

Parmi les 10 grandeurs mentionnées au commencement de ce paragraphe, il nous en reste encore trois: Q_5, la quantité des sédiments, Q_6, la quantité de roches métamorphisées et Q_7, la quantité de la matière enlevée par l'érosion. Les intensités correspondant sont: dQ_5/dt, l'intensité de la sédimentation [la quantité des sédiments formés pendant le temps donné, par exemple un siècle, diminuée de la quantité de sédiments transformés (métamorphisés), emportés par l'érosion, etc.], dQ_6/dt, l'intensité de la métamorphisation (également composée de la quantité des roches nouvellement métamorphisées diminuée de la quantité passée dans les autres Q), et, enfin, dQ_7/dt, l'intensité de l'érosion, déterminée toujours comme nous venons de le dire. Les grandeurs Q_5, Q_6, Q_7 (de même que Q_8, Q_9, Q_{10} décrites plus haut) auront primitivement des constantes arbitraires, qui peuvent être éliminées à l'aide des considérations liées au choix du moment « initial » (voir ci-dessus).

Appelons, suivant, l'usage des mathématiciens, Q_i l'une quelconque des grandeurs Q_1, Q_2 ... Q_{10}. La définition théorique des grandeurs Q_i que nous venons d'achever en ses grands traits, n'est naturellement pas le problème de leur détermination numérique, ni même de leur estimation la plus primitive. On reprendra ce dernier problème plus bas; ici on passera à la théorie globale de l'écorce, dont l'établissement est possible maintenant: que les buts et les propriétés ont été déterminés (§§ 1, 2 et 3), le caractère de la théorie future défini (§ 4) et les grandeurs fondamentales introduites (§ 5).

Pour faciliter la lecture répétons ici systématiquement encore une fois les définitions de ces grandeurs fondamentales:

Q_i = L'une quelconque des grandeurs Q_1 à Q_{10}.

Q_1 = Q_l = Quantité de H_2O à l'état de glace ou de neige sur la terre ferme ou sur les étendues d'eau.

Q_2 = Q_w = Quantité de H_2O à l'état liquide dans les océans, mers, lacs, rivières... etc.

Q_3 = Q_p = Quantité de H_2O dans l'atmosphère à l'état de vapeur, nuages, gouttes, cristaux ... etc.

Q_4 = Q_m = Quantité de H_2O dans les minéraux et les roches (eau cristalline, chimiquement liée ou libre).

Q_5 = Quantité des sédiments.

Q_6 = Quantité de roches métamorphisées.

Q_7 = Quantité de matière enlevée par l'érosion.
Q_8 = Quantité de matière éjectée par les volcans.
Q_9 = Masse composant les montagnes.
Q_{10} = Masse manquant dans les dépressions.

§ 6. Les notions des intensités dQ_i/dt, pour $i = 5, 6, 7, 8, \ldots\ldots$ introduites ici correspondent aux « changements » dQ_i/dt, pour $i = 1, 2, 3, 4$, introduits par nous dans [1,4]. Ainsi toute théorie globale de l'écorce terrestre consiste en deux opérations: a) choi des hypothèses exprimant les dépendances entre les intensités et les changements d'une part, et les « quantités » de l'autre:

$$dQ_i/dt = f_i\,(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4\ Q_5, Q_6, Q_7, Q_8, Q_9, Q_{10}), \qquad [1]$$

avec $i = 1, 2, 3 \ldots 10$, et β) résolution de dix équations différentielles ordinaires [1] par rapport aux dix grandeurs inconnues (Q_i, $i = 1, 2, 3 \ldots 10$) en fonction du temps. Le nombre des hypothèse et des équations à résoudre — dix dans le cas général — peut être ramené à huit, si l'on se souvient qu'il est possible 1) d'accepter la constance de la quantité globale de H_2O: $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 =$ const., et 2) de considérer les grandeurs Q_4 et Q_{10} comme proportionnelles, étant donné que presque toute H_2O passe dans les roches par le truchement de la sédimentation; la masse de H_2O passant par les fissures est, semble-t-il, de loin moins considérable. On peut ainsi p. e. exclure des quantités Q_1 et Q_{10}.

Mathématiquement le problème β sera le plus simple dans le cas où les hypothèses [1] seraient linéaires. Comme on le fait souvent dans les sciences, il faut commencer par là: on a un système de huit équations différentielles linéaires avec un seul argument (t = temps):

$$dQ_i/dt = \sum_{j=2}^{9} a_{ij}Q_j\ , \quad (i = 2, 3, \ldots\ldots 9), \qquad [2]$$

qui ne présentent aucune difficulté à la résolution. Les solutions $Q_i(t)$ seront évidemment obtenues sous la forme de fonctions élémentaires trigonométriques et exponentielles, dont l'interprétation s'accorde bien aux idées répandues en Géologie. Les huit équations différentielles [2] et les grandeurs caractéristiques Q_i nous fournissent la théorie la plus simple de la mécanique globale de l'écorce. Théoriquement rien ne nous oblige à en rester là: on peut introduire encore plus de grandeurs caractéristiques et avec elles une description plus nuancée des phénomènes géologiques, on peut aussi adopter des hypostèses plus exactes mais nécessairement plus compliquées que [2]. Mais pratiquement on se heurtera évidemment à des difficultés sensiblement augmentées. Toutefois les calculs montrent que déjà [2] donne des résultats intéressants et acceptables.

Cependant, pour compléter l'exposé, disons quelques mots sur ces généralisations éventuelles. L'introduction d'un ensemble de grandeurs plus étendu que celui composé des 10 grandeurs introduites dans le § 5, peut être effectuée de trois manières différentes.

Premièrement on peut introduire encore des grandeurs de genres omis dans le § 5, par exemple l'insolation sur la surface, l'état poussiéreux de l'atmosphère (poussière volcanique, poussière d'érosion, etc.), les changements de l'apport de chaleur interne (?) ou externe (?), l'état de l'espace cosmique, l'activité du soleil, etc. Il est difficile même d'énumérer toutes ces possibilités. Cependant il faut remarquer qu'on pourrait les introduire ou non, mais il ne faut pas penser que ces facteurs soient complètement omis dans le § 5; ils y sont implicitement par truchement de certaines des 10 grandeurs introduites (par exemple, par la quantité de glace Q_1).

Deuxièmement, on peut multiplier le nombre des grandeurs fondamentales en remplaçant une seule grandeur décrivant un certain phénomène, par plusieurs. Par exemple, au lieu d'une seule « quantité » de l'érosion ou « intensité » de l'érosion, on pourrait introduire séparément les grandeurs correspondant à l'érosion par le vent, par l'eau, par le phénomènes chimiques, par le gel ..... etc. La même opération est possible pour toute autre grandeur parmi les dix du § 5. Nous avons déjà partiellement appliqué cette opération, quand, au lieu d'une seule grandeur décrivant l'orogénèse, nous en avons utilisé deux: masses de la matière « positive » et « négative ».

Enfin, troisièmement, on peut revenir aux régions géographiques, et, au lieu d'une seule grandeur pour toute la terre, on peut en introduire autant que de régions, chacune ne décrivant qu'une seule région. Cependant, comme nous l'avons fait remarquer plus haut, cette dernière opération d'un partage régional n'est pas facile à effectuer et peut être difficilement recommandée.

Encore moins peut on recommander le remplacement des simples dépendances [2], choisies par nous pour avoir une théorie vraiment applicable, pax des dépendances plus compliquées. Chaque hypothèse, autre que [2], — nécessairement non linéaire — nous amène à des équations différentielles également nonlinéaires. Dans l'état actuel de la théorie mathématique des équations différentielles non-linéaires, on n'aura les solutions que sous la forme de séries infinies, pratiquement inapplicables pour la matière de géologie, géographie, etc. Il existe encore, il est vrai, une théorie mathématique de la « stabilité » de ces solutions; cependant elle n'a, elle non plus, pas beaucoup de chances d'être utilisée ici, en raison de l'état de nos connaissances sur les coefficients entrant dans [2] ou dans les généralisations de [2].

Ainsi à propos de toutes ces possibilités, il faut faire une remarque générale. La valeur réelle d'une théorie dans les sciences de la nature ne ressort pas uniquement de son exactitude. En effet, il n'y a, à proprement parler, pas de théorie totalement exacte: toute théorie peut être encore améliorée et rendue encore plus exacte. Ce qu'importe n'est pas seulement l'exactitude, mais l'exactitude liée au degré de compléxité de la théorie. Une théorie inexacte est mauvaise, mais une théorie trop compliquée l'est encore davantage. Tenir l'équilibre entre ces deux extrêmes est la tâche des chercheurs. En bâtisant notre théorie, nous avons essayé de trouver cet équilibre. Avons nous réussi? Le lecteur en jugera. Passons maintenant aux solutions qu'on peut obtenir à partir des équations proposées ici.

§ 7. La théorie mécanique de l'écorce donnée dans les paragraphes précédents nous amène facilement à des solutions dont l'interprétation géologique ne peut pas être autre que celle s'accordant aux figures ci-jointes. Pour exemple ne considérons que le cas le plus simple de notre théorie: les équations linéaires [2] dans le § 6. Leur solution est:

$$Q_1 = A_1 \sin (wt + \varphi_1) \,, \quad Q_2 = A_2 \sin (wt + \varphi_2) \,, \quad Q_3 = A_3 \sin (wt + \varphi_3) \,,$$
$$Q_4 = A_4 \sin (wt + \varphi_4) \,, \quad Q_{10} = A_{10} \sin (wt + \varphi_{10}) \,, \qquad [3]$$

$$Q_5 = A_5 \sin (wt + \varphi_5) \,, \quad Q_6 = A_6 \sin (wt + \varphi_6) \,, \quad Q_7 = A_7 \sin (wt + \varphi_7),$$
$$Q_8 = A_8 \sin (wt + \varphi_8) \,, \quad Q_9 = A_9 \sin (wt + \varphi_9) \qquad [4]$$

Ici: Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 sont les quantités de H_2O sous les formes ([1]) solide, liquide, gazeuse ou incluse dans les roches et minéraux, et Q_{10}, la quantité de sédiments. De [4] on déduit facilement Q'_5, Q'_6, Q'_7, Q'_8 et Q'_9 intensité de l'orogénèse (positive et négative — voir § 3), du métamorphisme de l'érosion et du volcanisme: $Q'_5 = A_5 \sin (wt + \varphi_5 + \pi/2)$, etc. (toujours les mêmes expressions [4], seulement avec la valeur $\pi/2$ introduite). Dans [3] et [4]: t est le temps, A et φ sont des grandeurs constantes pour des périodes géologiques assez longues, ne dépendant du temps qu'en deuxième approximation (A pouvant inclure cependant — mais pas obligatoirement — une dépendance exponentielle de t). On voit sans difficulté que [3] et [4] représentent des successions (« ondulations », si l'on peut s'exprimer ainsi) s'accordant parfaitement avec les exigences géologiques symbolisées par les figures données ci-dessus. On pourrait nous objecter, comme on le fait en s'opposant à notre théorie des glaciations [4] (qui devient d'ailleurs un cas spécial de [3] et [4]), qu'il faut connaître les valeurs numériques des constantes des équations fondamentales [2] pour calculer les successions nécessaires pour la bonne compréhension des faits géologiques et géographiques ([3], [4]). Cependant cette objection n'est qu'un malentendu qui peut être facilement dissipé sur un exemple emprunté à l'histoire des sciences: on ne peut pas objecter à la théorie du pendule — théorie qui est une merveille d'exactitude — le fait qu'il faut connaître les constantes (par exemple, la masse, etc.) pour effiectuer le calcul et obtenir même un résultat des plus modestes. Enfin: ce qu'il faut exiger d'une théorie, c'est *la coïncidence des formes* de ses solutions avec les phénomènes réels. Celle-ci est très bonne dans le cas de la théorie proposée. Si le phénomène considéré est cyclique, on utilise les formes [3] et [4] avec w réel, s'il n'est pas cyclique, on a recours à des valeurs de w imaginaires ou complexes.

§ 8. Pour achever, éclaircissons encore quelques points.

Soulignons d'abord qu'un des résultats essentiels de la théorie globale développée est, — de même que le résultat de sa forme spéciale donnée dans [1,4] (théorie des cycles glaciaires) — le déphasage entre les changements de toutes grandeurs introduites. Comme on le verra facilement de [3] et [4] les « phases » (φ_1 φ_2. etc.) sont toutes différentes, et les maximums (de même que les minimums) des grandeurs fondamentales ne coïncideront jamais. Ce phénomène de « déphasage » a été suffisamment expliqué dans les publications citées [1] et [4], et il ne semble pas utile de revenir ici à ces explications. Une seule chose doit être répétée: dans les courbes et les figures ce déphasage peut être représenté seulement dans le cas où il y a plus de données (et de « points » dans les courbes) que de grandeurs. Ainsi les groupes de figures dans 1A, 2A, 3A, 4A et les courbes correspondantes 1B, 2B, 3B et 4B — contenant quatre « points » du temps (a, b, c, d) ne peuvent donner la représentation exacte de tous ces déphasages: dans ce sens elles ne sont pas exactes — et ne peuvent pas l'être, comme nous l'avons dit dans le § 2. Pour arriver à des représentations exactes aussi dans ce sens, il faudra imaginer des suites d'états plus longues que celles des figures données ci-dessus, qui ne sont les suites que de quatre états.

Ce problème de la forme des solutions acquises [3] et [4] peut donner l'occasion de considérer aussi la question de la symétrie et de l'asymétrie.

Il est évident qu'un seul sinus (ou cosinus) est une chose symétrique par rapport à ses maximums ou minimums, tandis que le phénomène en question (et la grandeur Q le décrivant) ne l'est point. Cependant on ne doit pas voir ici une contradiction. En effet, comme on le connaît de la théorie des séries de Fourier, déjà une somme de deux *sin* (ou *cos*) peut décrire une forme non-symétrique par rapport à ses extremums. Ceci est vrai *a fortiori* pour plusieurs fonctions trigonométriques formant les solutions de [2]. Non seulement ces solutions peuvent être asymétriques, mais elles peuvent même perdre la propriété de périodicité. Huit équations différentielles avec huit inconnues Q_i nous amènent en général à une équations algébrique pour les « nombres caractéristiques » (les « périodes ») du huitième degré. Ainsi, en général, il y aura huit périodes différentes. Nous pouvons n'en choisir qu'une, mais nous pouvons également choisir la somme de plusieurs. Toutes les possibilités seront ainsi représentées: I. Solutions exactement périodiques (où les nombres caractéristiques sont les multiples de l'un d'eux); II. Solutions presque périodiques (où l'amplitude d'un sinus domine les amplitudes des autres), et III. Solutions apériodiques générales. Et ce ne sont pas les solutions du groupe I qui sont les plus importantes; celles de II le sont, peut-être, encore plus. En effet, elles correspondent précisément au cas mentionné ci-dessus, où les cycles étant visibles, ne se répètent pas exactement. Rien dans la nature ne correspond à la sèche « perfection » des formes mathématiques « idéales », et c'est justement cette légère imperfection des formes II, qui peut les rendre très importantes pour les applications. Nous avons déjà écrit qu'une bonne théorie ne doit pas exagérer l'exactitude purement mathématique; de même il faut aussi noter qu'une théorie parfaite doit trouver un équilibre entre l'ordre trop strict, qui en découle mais qui n'existe jamais, et le désordre qui n'explique rien.

Mais quittons cette matière générale, pour finir par les considérations plus proches des problèmes réels des sciences de la Terre: considérations sur l'évaluation numérique de coefficients entrant dans les hypothèses [2].

Ce problème peut être considéré de deux façons presque diamétralement opposées. D'une part on peut, indépendamment de toute théorie, considérer l'augmentation (ou, respectivement, la diminution) d'une intensité donnée en relation avec la même grandeur Q_i ou toute autre grandeur Q_j. Un calcul de ce genre est toujours possible en partant d'arguments géographiques, géologiques, thermodynamiques ou autres. Cependant il ne faut pas perdre de vue qu'un tel calcul peut soit donner un nombre valable dans des limites très étroites de Q_i, soit donner non pas un nombre, mais une fonction. En effet, les relations en question:

$$\frac{d\left(\frac{dQ_i}{dt}\right)}{dQ_j}$$

peuvent mathématiquement être traitées soit en tant que premiers coefficients dans les développements des fonctions:

$$\frac{dQ_i}{dt} = f(Q_1, Q_2, \ldots) = \sum_{i, j, k, \ldots l} \gamma_{i, j, k \ldots l}\, Q_1{}^i\, Q_2{}^j\, Q_3{}^k \ldots Q_{10}^l \qquad [5]$$

en séries de Mac-Laurin (= en séries des puissances Q_i, Q_i^2, etc.) (ici elles seront

$$\left.\frac{d\left(\frac{dQ_i}{dt}\right)}{dQ_j}\right|_{Q_j = Q_{j,\ \text{données}}}$$

c'est-à-dire qu'elles seront des nombres, mais valables seulement dans les domaines de Q_j données, pour lesquels elles sont calculées), ou bien elles pourront être traitées comme parties non-constantes toujours des mêmes dQ_i/dt; selon la formule:

$$dQ_i/dt = \text{const} + G\,(Q_i)\ ;\ \text{où } G\,(Q_{i,\ \text{données}}) = 0$$

(ici elles seront, par définition, des fonctions).

Ces deux possibilités — être les coefficients d'une série du type de Mac-Laurin ou être des fonctions — ne sont pas ce qui est exprimé, à proprement parler, par les hypothèses [2]. En effet, dans [2] il s'agit de la *linéarisation* de la fonction f (dans [5]), mais non pas d'une des deux opérations sus-dites et auxquelles on parviendra automatiquement, si l'on calcule les Q_i d'une façon indépendante de toute théorie. C'est pourquoi il faudra plutôt les calculer à partir d'une théorie choisie.

§ 9. Illustrons ce fait par quelques exemples empruntés à la mécanique et à la physique classiques. Dans la mécanique (théorique et pratique) il est souvent important de connaitre les valeurs numériques de « constantes » matérielles caractérisant l'élasticité du corps étudié. Il y a deux méthodes de les mesurer: on peut les mesurer par des expériences dites « statiques », où en dernier ressort il s'agit d'une mesure du genre qu'on a expliqué en premier ci-dessus (on obtient ainsi les valeurs numériques des coefficients élastiques valables pour les tensions et les déformations données, — celles pour lesquelles les mesures ont été faites). Mais ces résultats sont pratiquement inapplicables, si l'on veut étudier un processus qui dépend du temps (comme ceci est le cas dans cet article). Les valeurs statiques de coéfficients mises en équations dynamiques nous donnent — comme l'expérience seculaire des mécaniciens et des physiciens le montre — des résultats très inexacts. C'est pourquoi on passe à des expériences dynamiques pour obtenir les valeurs numériques de coéfficients valables pour les phénomènes qui se développent avec le temps. On effectue ceci en laissant de côté toute expérience — « réelle » ou « mentale » — du genre décrit plus haut, et en passant au calcul des coéfficients en questions à partir de données prises à des processus se développant dans le temps; — nous omettons ici les détails techniques qu'on peut voir dans n'importe quel cours de mécanique. On soulignera seulement qu'en physique la situation est exactement la même pour la détermination expérimentale des coéfficients de toutes sortes, citons par exemple les coéfficients électriques et magnétiques (la capacité des condensateurs, etc.) où les expériences « statiques » et « dynamiques » nous amènent à des valeurs sensiblement différentes, et où on doit mesurer ces coéfficients par la méthode correspondant à ce qu'on cherche à appliquer.

Voici pourquoi dans notre cas également — théorie globale de l'écorce — la détermination de coéfficients doit être aussi « globale » au sens de la mécanique, c'est-à-dire « dynamique ». Cette méthode correspond justement à la deuxième des méthodes dont on a parlé ci-dessus.

En général, pour un système de n équations différentielles, déterminant les premières dérivées de n grandeurs inconnues en fonction linéaires de ces grandeurs-mêmes (systèmes ayant n^2 coéfficients à calculer), il nous faut connaître les grandeurs et leurs dérivées dans au moins n époques (ou « points de temps ») différents. Etant donné que dans la plupart des cas, la connaissances des dérivées n'est rien d'autre que la connaissance de deux valeurs de la grandeur en question assez rapprochées dans le temps, on peut formuler la condition nécessaire au calcul de coéfficients comme «la connaissance des grandeurs fondamentales» pour $2n$ «points de temps», «époques», ensemble des points de temps consistant en n « couples » (points de temps assez rapprochés); les intervalles d'un couple à l'autre ne jouent pas un grand rôle.

De même, dans notre cas de la théorie globale de l'écorce, exprimée par [2], il faudrait connaître, pour le calcul de n^2 coéfficients ($n^2 = 100$) $2n = 20$ groupes de valeurs numériques de 10 grandeurs fondamentales introduites, c'est-à-dire 200 nombres. Même, si, comme nous l'avons fait au § 6, nous ramenons le nombre des grandeurs inconnues à 8, il restera encore 64 coefficients à calculer à partir de la connaissance de 128 nombres (8 ensembles de $2n = 16$ valeurs chacun). Ce qui est beaucoup. C'est pourquoi nous préférons en l'état actuel des connaissances, nous en tenir aux propriétés générales des équations [2] données ci-dessus, propriétés très simples et qui coïncident entièrement avec ce qu'on connaît actuellement.

Les considérations purement numériques sont données ailleurs. Ici nous nous sommes arrêtés sur cette question pour montrer comment les coefficients dans [2] devraient être calculés et plus encore pour montrer qu'en dépit de toutes les hypothèses faites (mathématiques: linéarité, etc., et expérimentales) l'exactitude (et la capacité d'englober les faits) de la théorie proposée dépasse nos connaissances actuelles, et qu'il n'y a aucun sens d'introduire une théorie encore plus générale.

BIBLIOGRAPHIE

(1) *Comptes rendus*, **249**, 2815, (1959).

(2) *Revue de la Geomorphologie Dynamique*, **6**, Supplément, 1, (1953).

(3) *Cahiers Geol. de Thoiry*, **10**, 10, (1952); *Comptes rendus*, **234**, 1192, (1952); *C.R.S. de Soc. Geol. de France*, **7**, 105, (1952); *Comptes rendus*, **234**, 2473, (1952); *Proc. of the Konikl. Nederl. Akad. v. Wettenschap.*, Ser. B, **55**, 4, 411, (1952); *Rev. Geomorph. Dyn.*, **3**, 121, (1953); *Annali di Geofisica*, **VII**, 54, (1954); Ibid., Note I Ser. VIII, **XVI**, 5, 632, (1954); Ibid., Note II, Ser. VIII, **XVI**, 6, 731, (1954); *Comptes rendus*, **239**, 1348, (1954).

(4) *Journ. Sci. de la Meteorol.*, **VIII**, 31, 69, (1956); *Bull. Soc. Geol. Fr.* **I**, 6, 567, (1959); *C.R.S. Soc. Geol. Fr.*, **2**, 30, (1960); *Int. Geol. Congr.*, *XXI Session*, Norden, **IV**, 36, (1960), Copenhague 1960.